

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

20 MARCA 2021

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte**ZADANIE 1 (1 PKT)**

Wielomian W określony wzorem $W(x) = x^{2021} + 3x^{2020} + 2x - 6$

- A) jest podzielny przez $(x - 1)$ i z dzielenia przez $(x + 1)$ daje resztę równą -6 .
B) jest podzielny przez $(x + 1)$ i z dzielenia przez $(x - 1)$ daje resztę równą -6 .
C) jest podzielny przez $(x - 1)$ i jest podzielny przez $(x + 1)$.
D) nie jest podzielny ani przez $(x - 1)$, ani przez $(x + 1)$.

ZADANIE 2 (1 PKT)

Liczba $\log_{\sqrt{2}} 12$ jest równa

- A) $\frac{1}{\log_{\sqrt{3}} 4}$ B) $\frac{2}{2 + \log_{\sqrt{3}} 4}$ C) $\frac{4}{\log_{\sqrt{3}} 2}$ D) $4 + \frac{8}{\log_{\sqrt{3}} 4}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Proste $y = m_1$ i $y = m_2$, gdzie $m_1 \neq m_2$ są styczne do wykresu funkcji $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x - 7$ w punktach $A = (x_1, y_1)$ i $B = (x_2, y_2)$. Zatem

- A) $x_1 x_2 = 2$ B) $x_1 + x_2 = -\frac{10}{3}$ C) $x_1 x_2 = 6$ D) $x_1 + x_2 = 10$

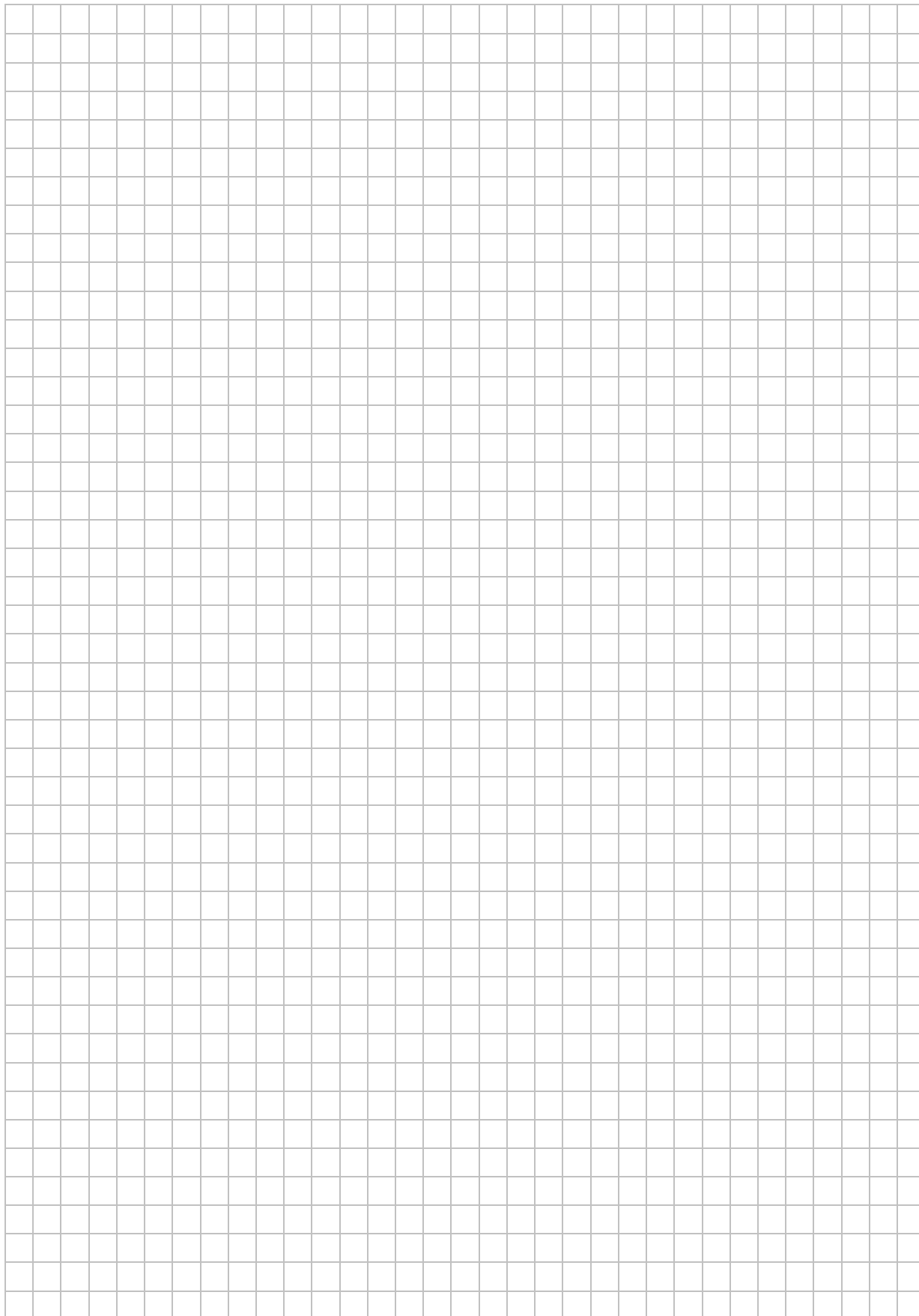
ZADANIE 4 (1 PKT)

Liczba x jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie równym 1 i ilorazie $\frac{1}{2\sqrt{5}}$. Liczba y jest sumą wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie równym 1 i ilorazie $\left(-\frac{1}{2\sqrt{5}}\right)$. Wynika stąd, że liczba $x + y$ jest równa

- A) $\frac{4\sqrt{5}}{19}$ B) $\frac{40}{19}$ C) $\frac{2\sqrt{5}}{19}$ D) $\frac{10}{19}$

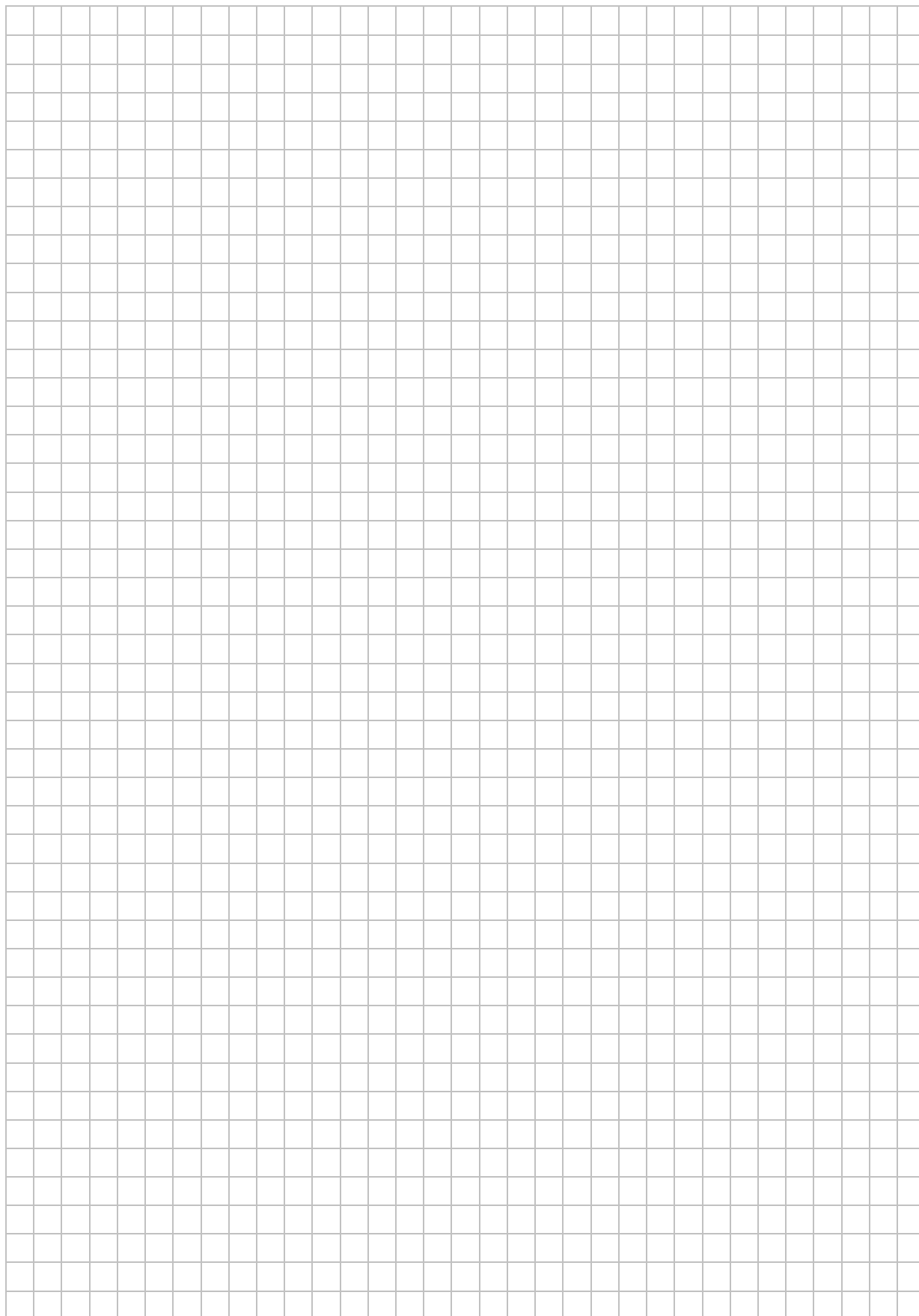
ZADANIE 5 (2 PKT)

W trójkącie ABC długość boku CB stanowi $\frac{4}{3}$ długości boku AC , a kąt BAC ma miarę 135° .
Oblicz cosinus kąta ABC .



ZADANIE 6 (3 PKT)

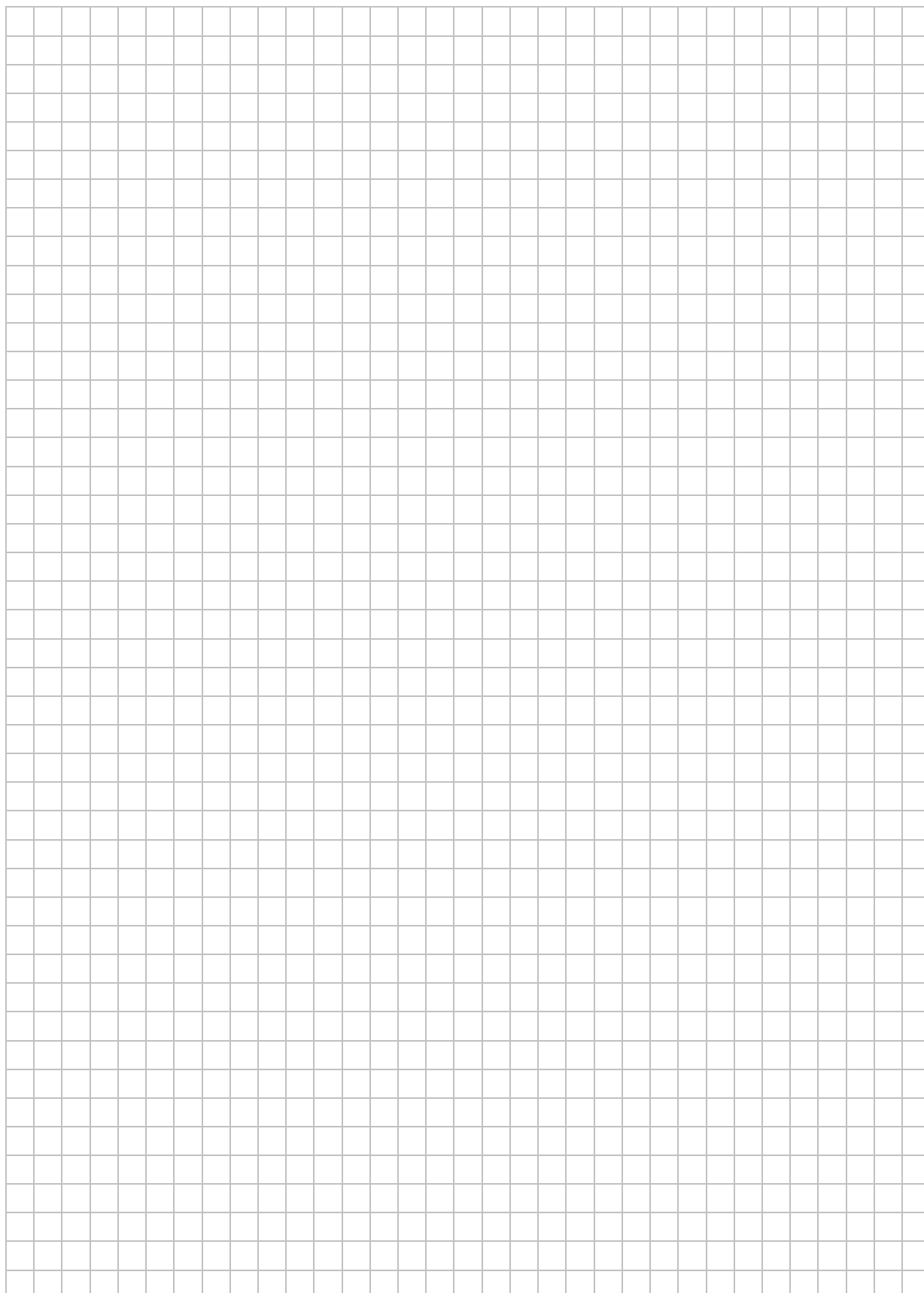
O zdarzeniach A i B wiadomo, że $P(B) = 0,6$; $P(A' \cup B) = 0,75$; $P(A \setminus B') = 0,25$. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia $A \cup B$.



ZADANIE 7 (3 PKT)

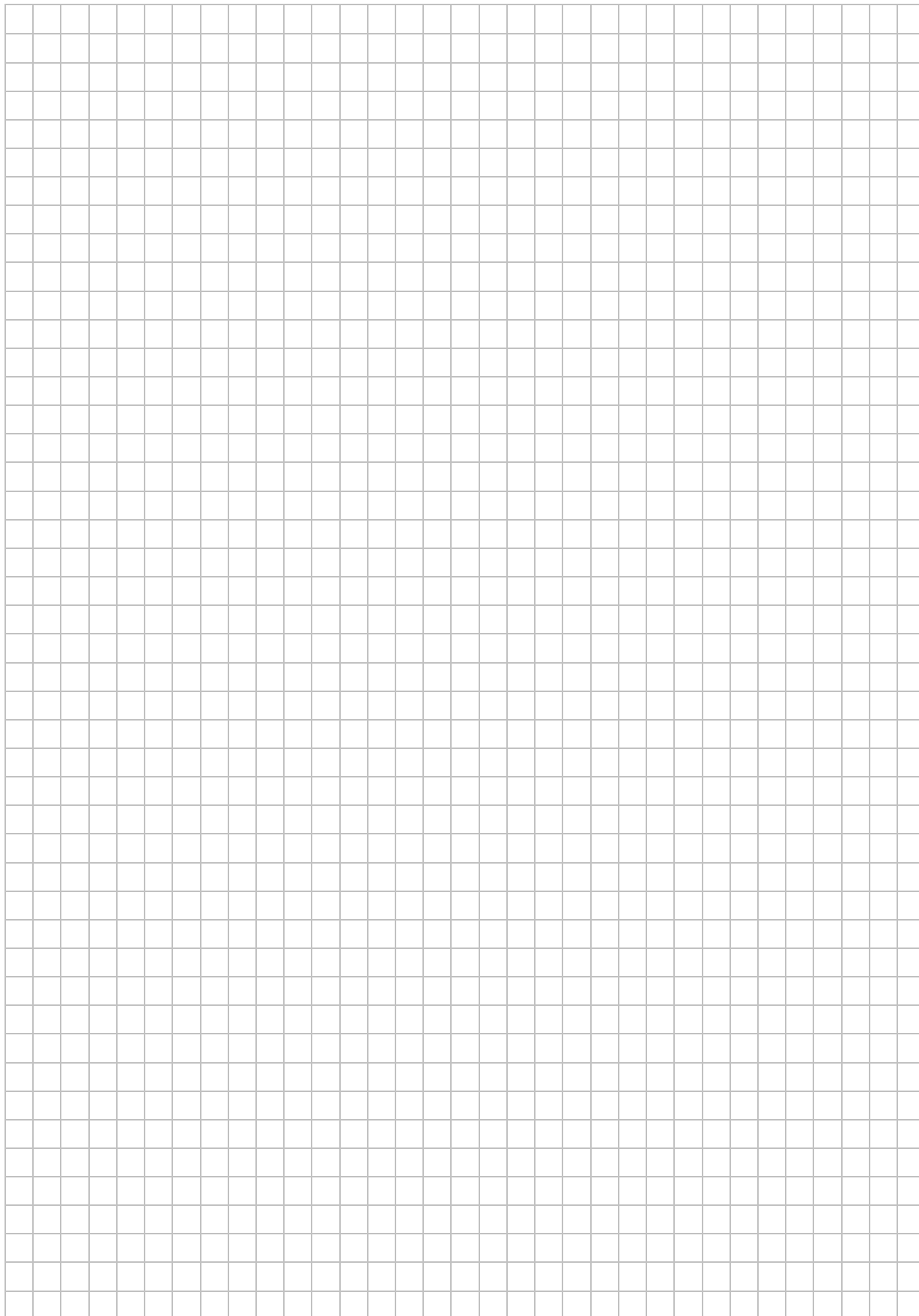
Udowodnij, że dla dowolnych różnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność

$$x^4 - 8xy + 4y^2 + 4 > 0.$$



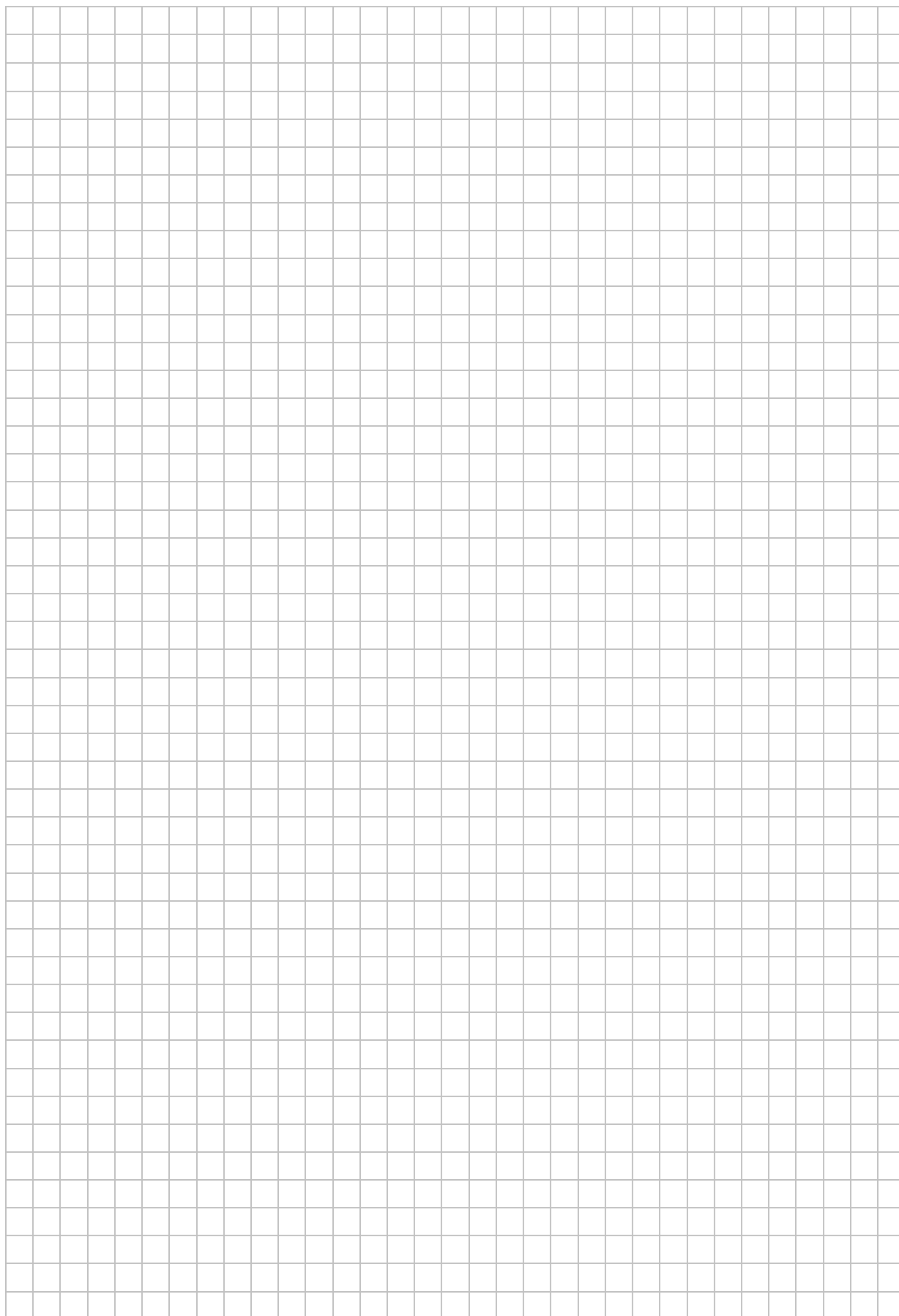
ZADANIE 8 (3 PKT)

Cztery liczby tworzą ciąg geometryczny, przy czym suma pierwszej i czwartej jest równa 52, a iloczyn drugiej i trzeciej jest równy -108 . Wyznacz te liczby.



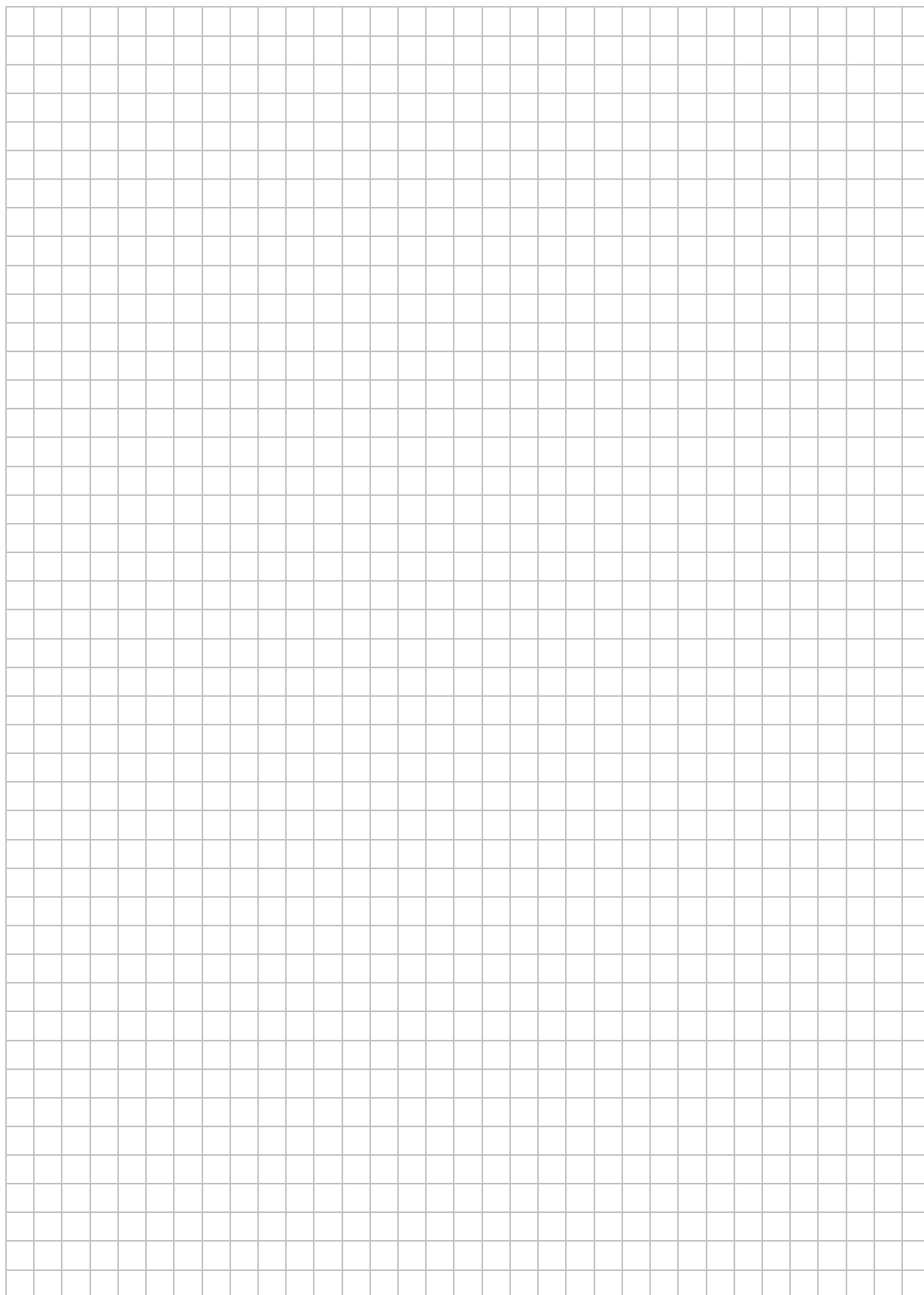
ZADANIE 9 (4 PKT)

Rozwiąż równanie $10 \sin^2 x - 3 \cos 2x = 24 \cos x - 3$ dla $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$.



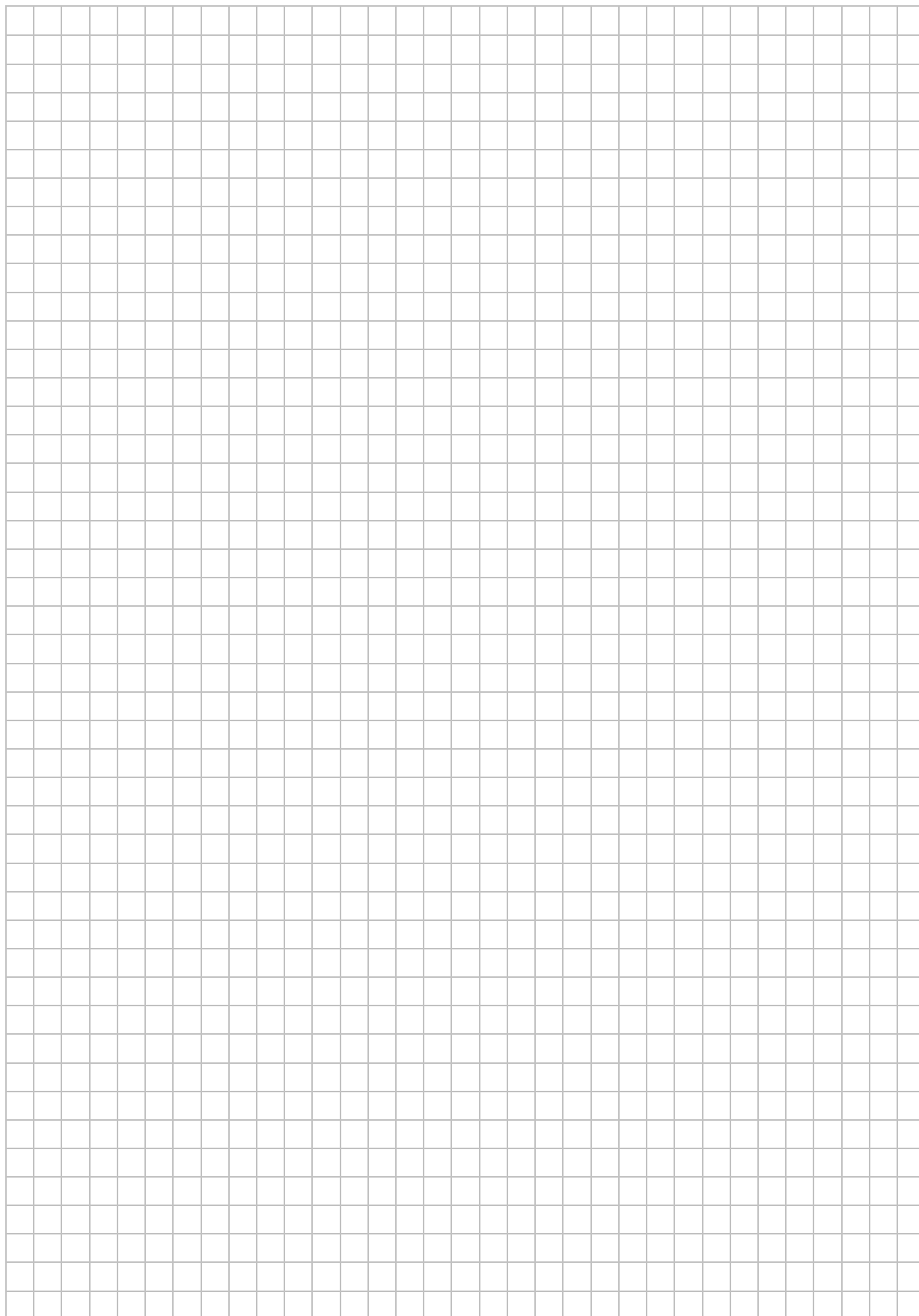
ZADANIE 10 (4 PKT)

Reszty z dzielenia wielomianu $W(x) = x^4 - px^2 - 4x + q$ przez dwumiany $(1 - 2x)$ i $(3x - 1)$ są odpowiednio równe $-\frac{9}{16}$ i $\frac{10}{81}$. Oblicz resztę z dzielenia wielomianu W przez dwumian $(3 - 2x)$.



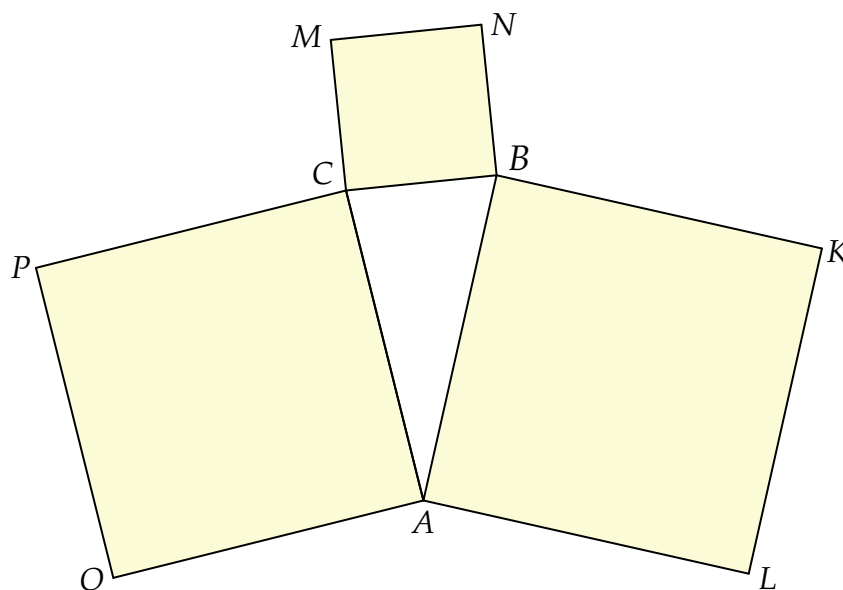
ZADANIE 11 (5 PKT)

Oblicz, ile jest dwunastocyfrowych liczb naturalnych, których suma cyfr jest równa 8 i jednocześnie w ich zapisie nie występują cyfry 1 i 4.



ZADANIE 12 (5 PKT)

Na bokach trójkąta ABC zbudowano kwadraty $ABKL$, $BCMN$ i $CAOP$ (zobacz rysunek).



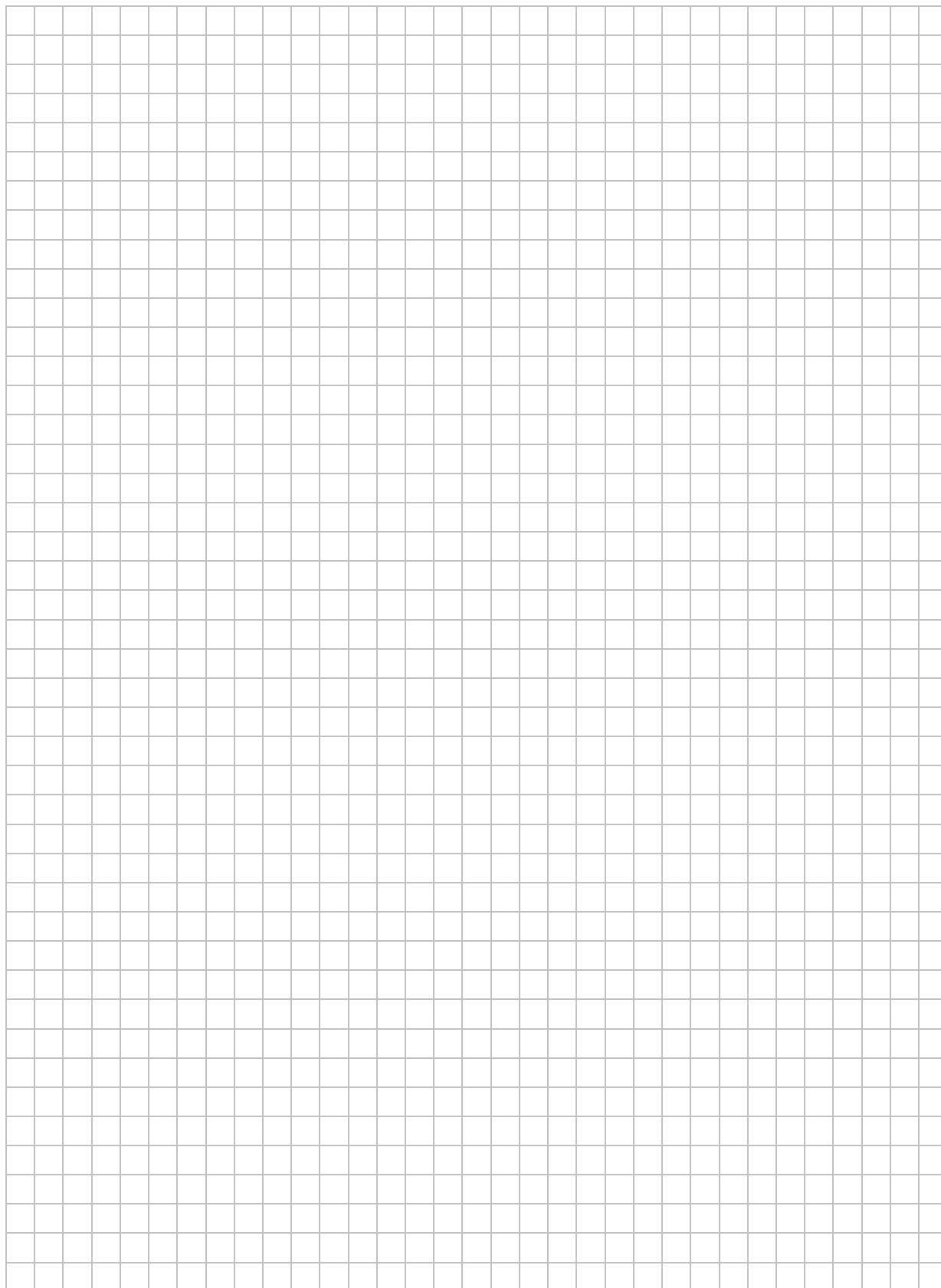
Kąty BAC i ABC są ostre oraz suma ich tangensów jest równa $\frac{5}{2}$. Wykaż, że jeżeli pole kwadratu $ABKL$ jest pięć razy większe od pola trójkąta ABC , to suma pól kwadratów $BCMN$ i $CAOP$ też jest pięć razy większa od pola trójkąta ABC .





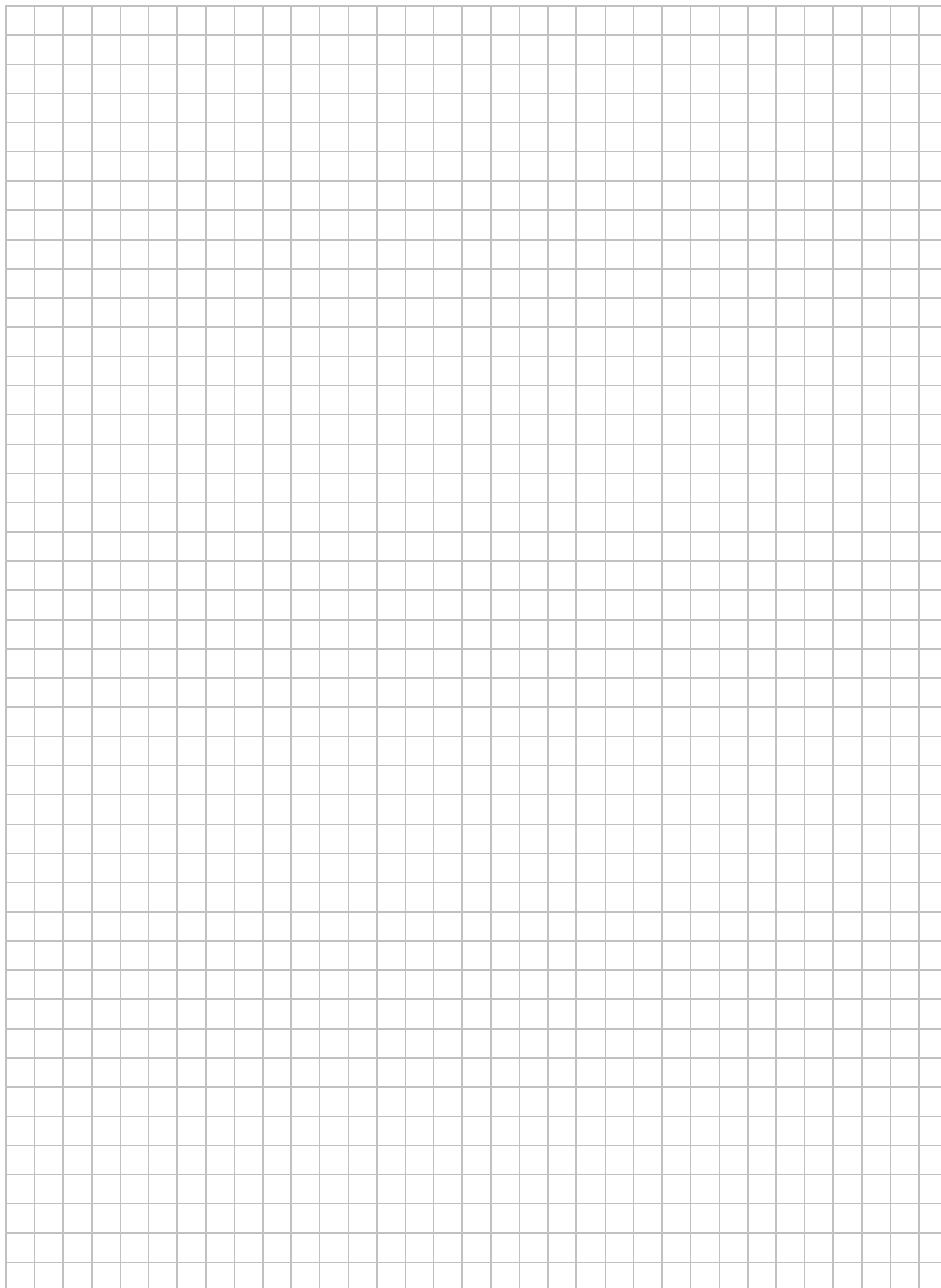
ZADANIE 13 (5 PKT)

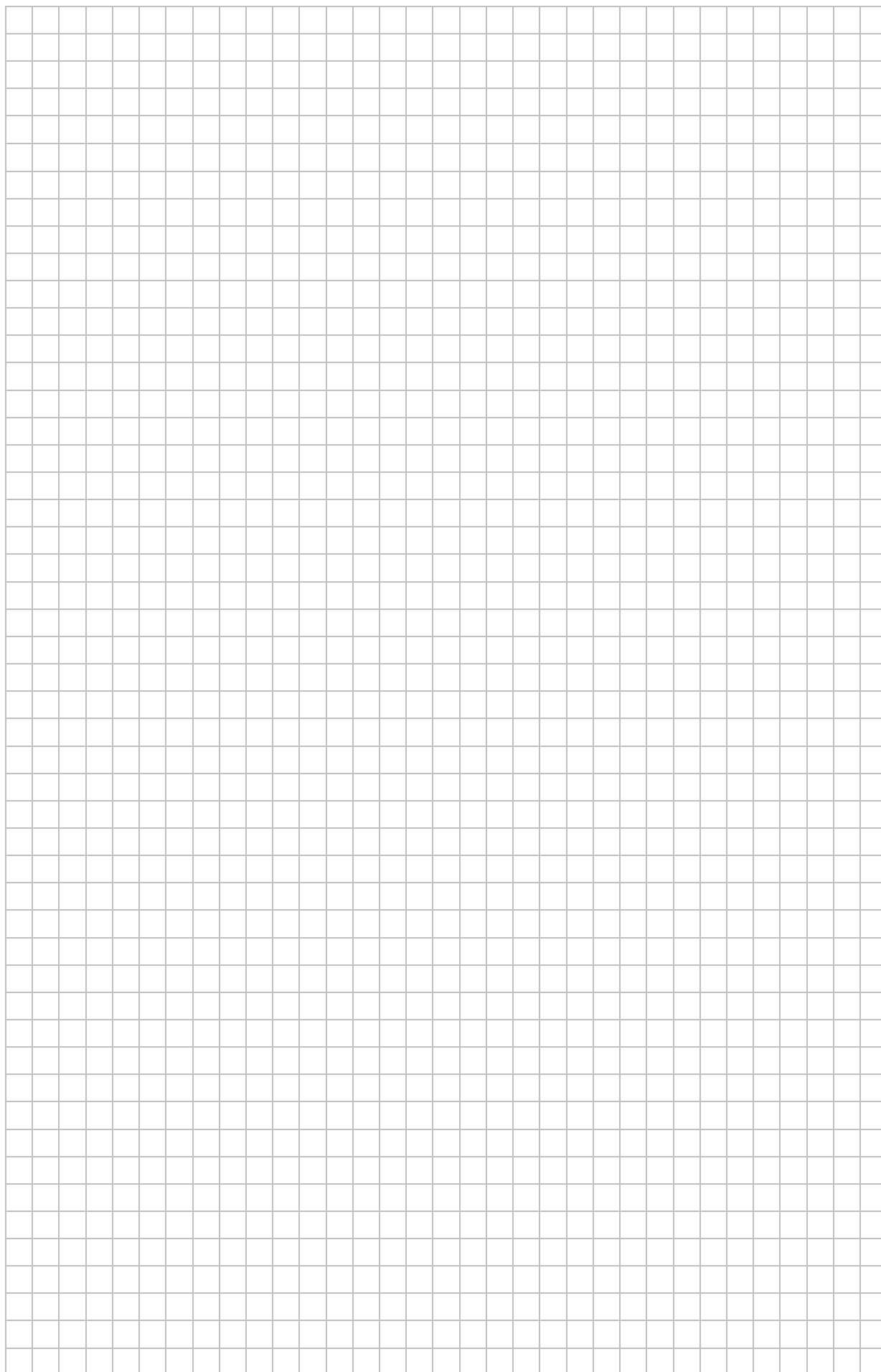
Podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest trapez $ABCD$. Przekątna AC tego trapezu ma długość $4\sqrt{6}$, jest prostopadła do ramienia BC i tworzy z dłuższą podstawą AB tego trapezu kąt o mierze 30° . Każda krawędź boczna tego ostrosłupa ma tę samą długość 9. Oblicz odległość spodka wysokości tego ostrosłupa od jego krawędzi bocznej SD .



ZADANIE 14 (5 PKT)

Dany jest równoległobok, którego boki zawierają się w prostych o równaniach: $y = \frac{1}{2}x + m$, $y = \frac{1}{2}x + 2m$, $y = -x - 1$, $y = -x + m - 3$, gdzie $m \neq 0$ i $m \neq 2$. Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których iloczyn długości dwóch wysokości tego równoległoboku, które nie są równoległe, jest równy $\frac{\sqrt{10}}{15}$.





ZADANIE 15 (7 PKT)

Firma logistyczna planuje produkcję pojemników w kształcie graniastosłupa prostego o objętości 3 m^3 i podstawie będącej prostokątem, w którym jeden z boków jest 4 razy dłuższy od drugiego. Koszt materiału potrzebnego do produkcji ścian bocznych tego pojemnika wynosi 40 zł za m^2 , a koszt materiału potrzebnego do produkcji jego górnej i dolnej podstawy wynosi 60 zł za m^2 . Oblicz jakie powinny być wymiary tego pojemnika, aby koszt jego produkcji był najmniejszy możliwy.

