

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

26 LUTEGO 2022

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Wyrażenie $\cos 2x - \cos 4x$ jest równe

- A) $2 \sin 3x \sin x$ B) $\cos 2x$ C) $2 \cos 3x \cos x$ D) $-\cos 2x$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Jeżeli $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(an+7)^4}{n^4+4n^2-3n} = 81$, to liczba a może być równa

- A) $\frac{1}{9}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{9}$ D) 3

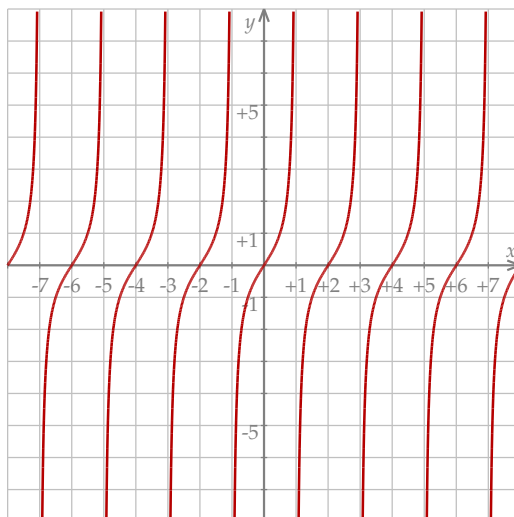
ZADANIE 3 (1 PKT)

Wielomian $W(x) = 2x^3 - 3x^2 + 6x - 9$ jest podzielny przez wielomian

- A) $2x^2 - 3$ B) $x^2 + 3$ C) $x - 3\sqrt{3}$ D) $x + 3\sqrt{3}$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu pewnej funkcji f . Jeden z podanych poniżej wzorów jest wzorem tej funkcji. Wskaż wzór funkcji f .

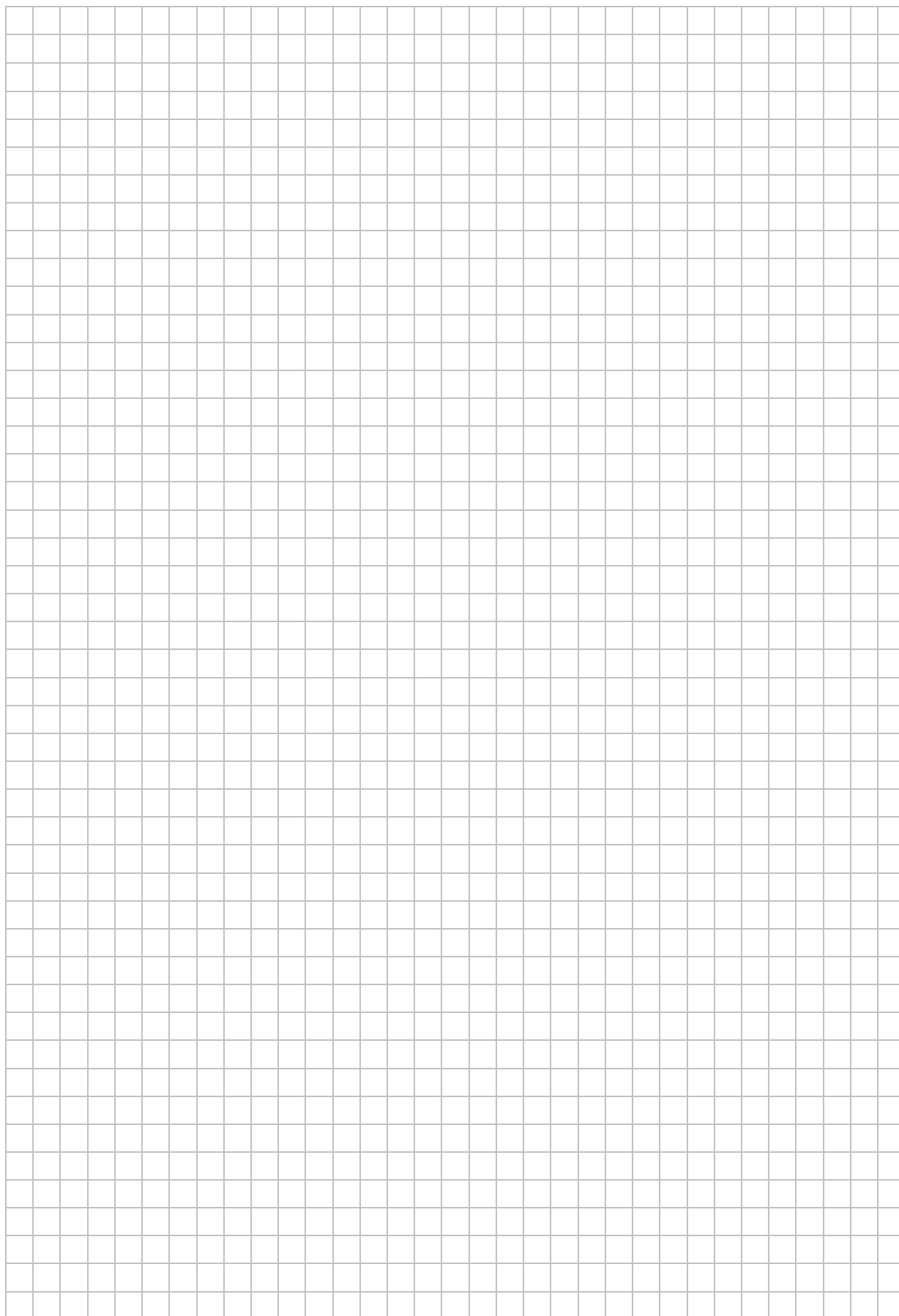


- A) $f(x) = \operatorname{tg}\left(\frac{x}{\pi}\right)$
 C) $f(x) = \frac{2}{\pi} \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)$

- B) $f(x) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} \cdot x\right)$
 D) $f(x) = 2\pi \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)$

ZADANIE 5 (3 PKT)

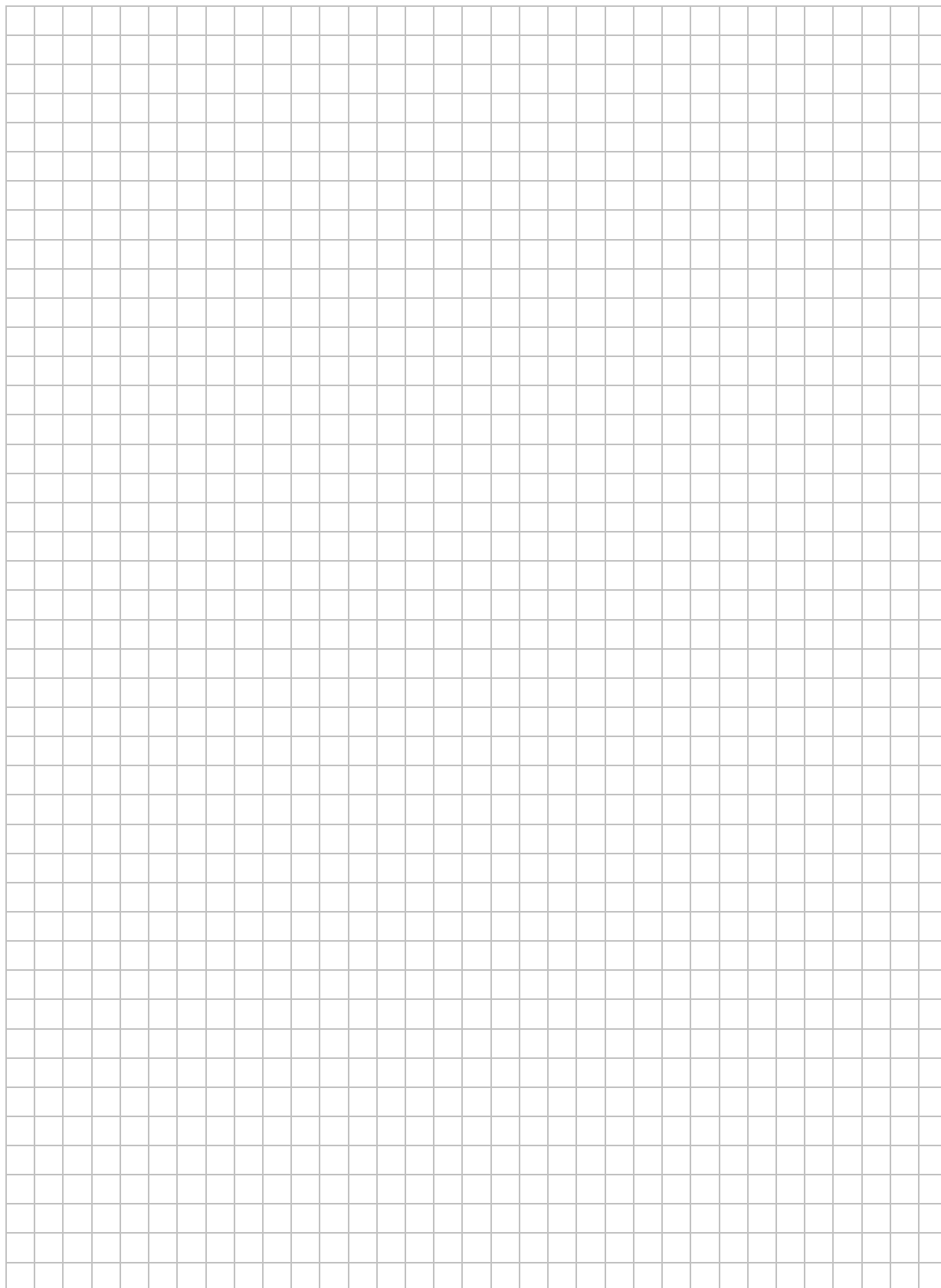
Wyznacz punkty wspólne wykresów $y = f(x)$ i $y = f'(x)$ jeżeli $f(x) = \frac{x+3}{x-3}$.



ZADANIE 6 (3 PKT)

Udowodnij, że

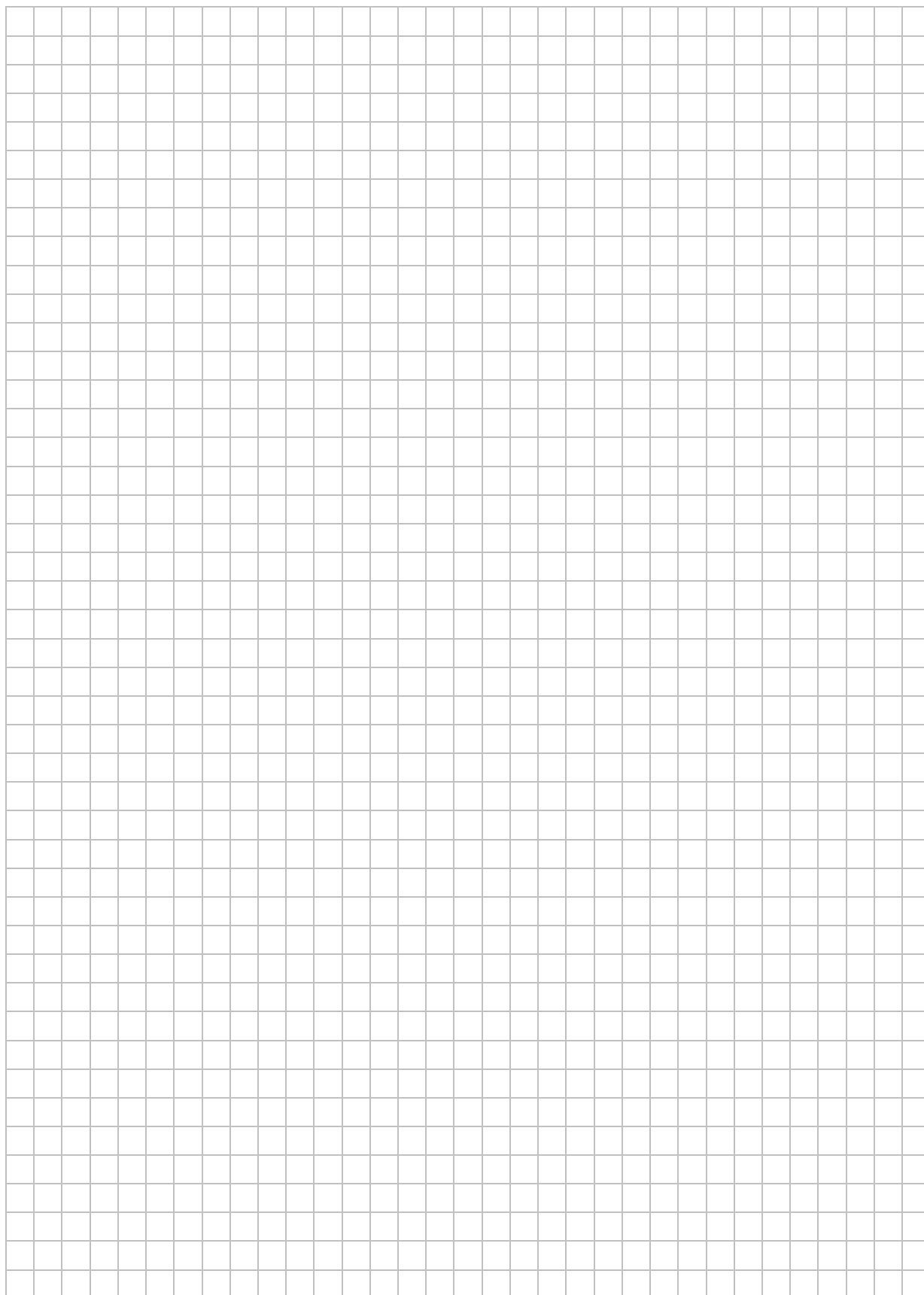
$$\log_{2022!} 2023 = \frac{1}{\frac{1}{\log_2 2023} + \frac{1}{\log_3 2023} + \frac{1}{\log_4 2023} + \dots + \frac{1}{\log_{2022} 2023}}.$$



ZADANIE 7 (3 PKT)

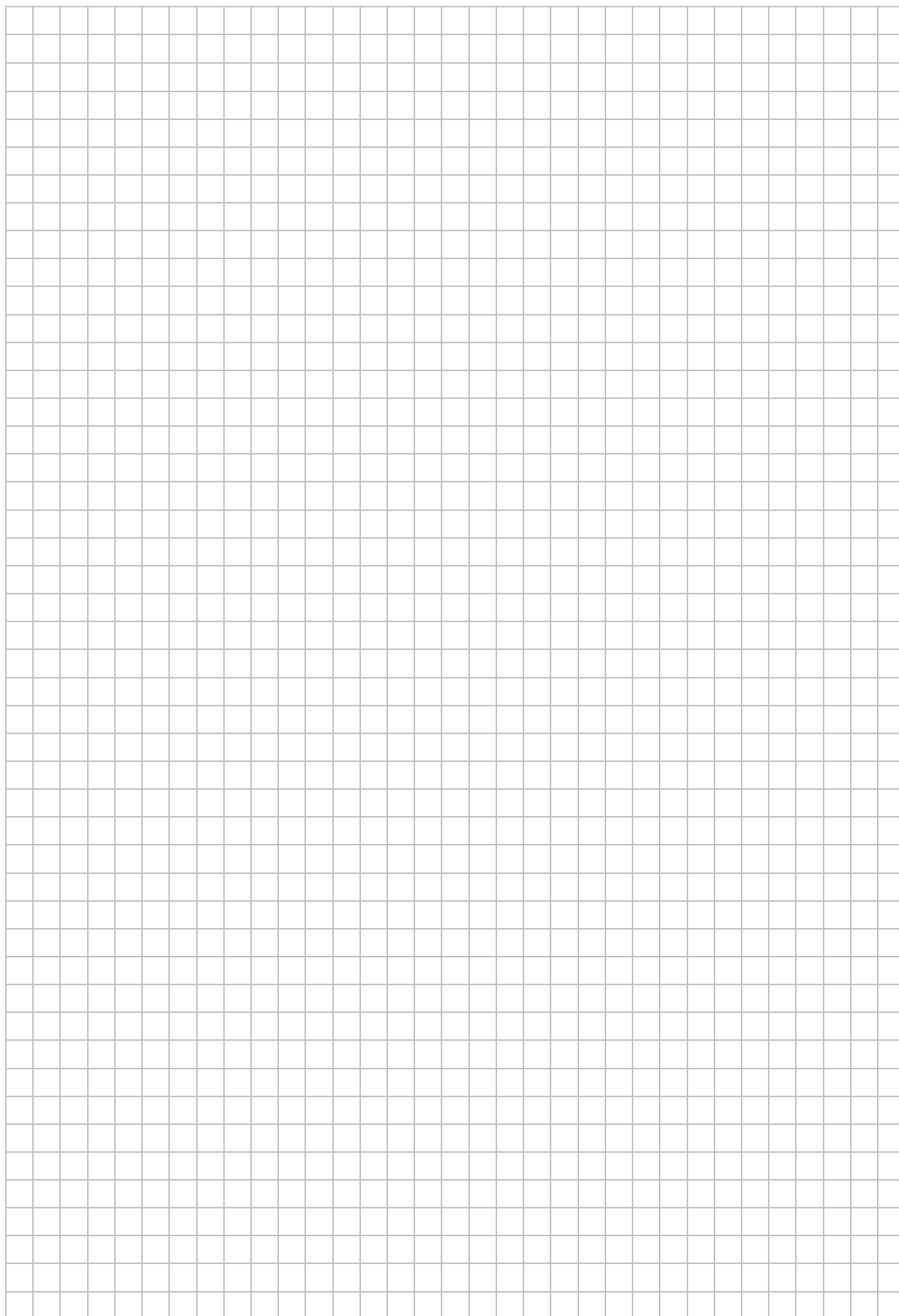
Rozwiąż nierówność

$$\frac{3x + 1}{3 - x} \leq \frac{3 + 2x}{3 + x}.$$



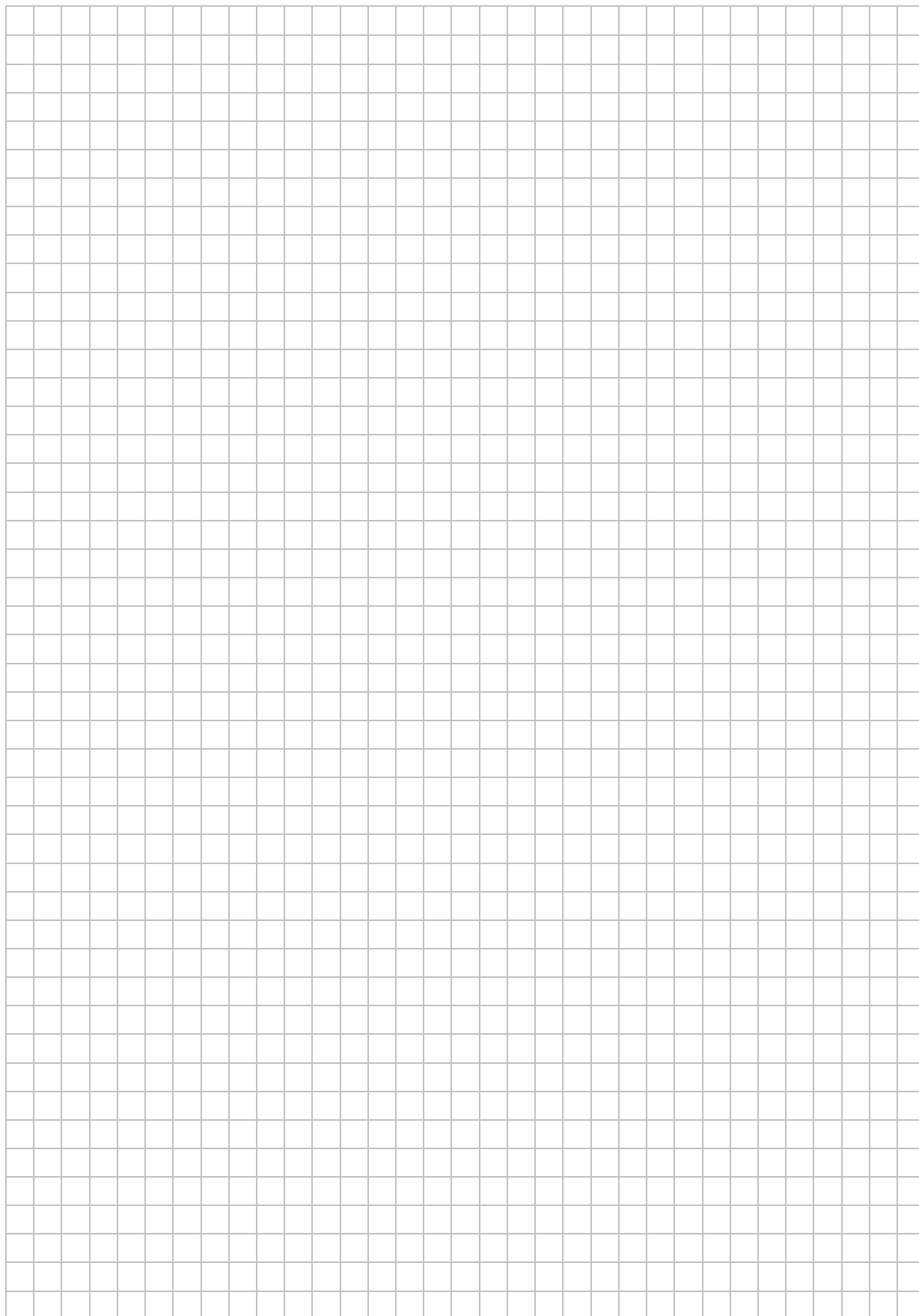
ZADANIE 8 (4 PKT)

Rozwiąż równanie $2 \sin^2 x - \sin x = \sin 2x - \cos x$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



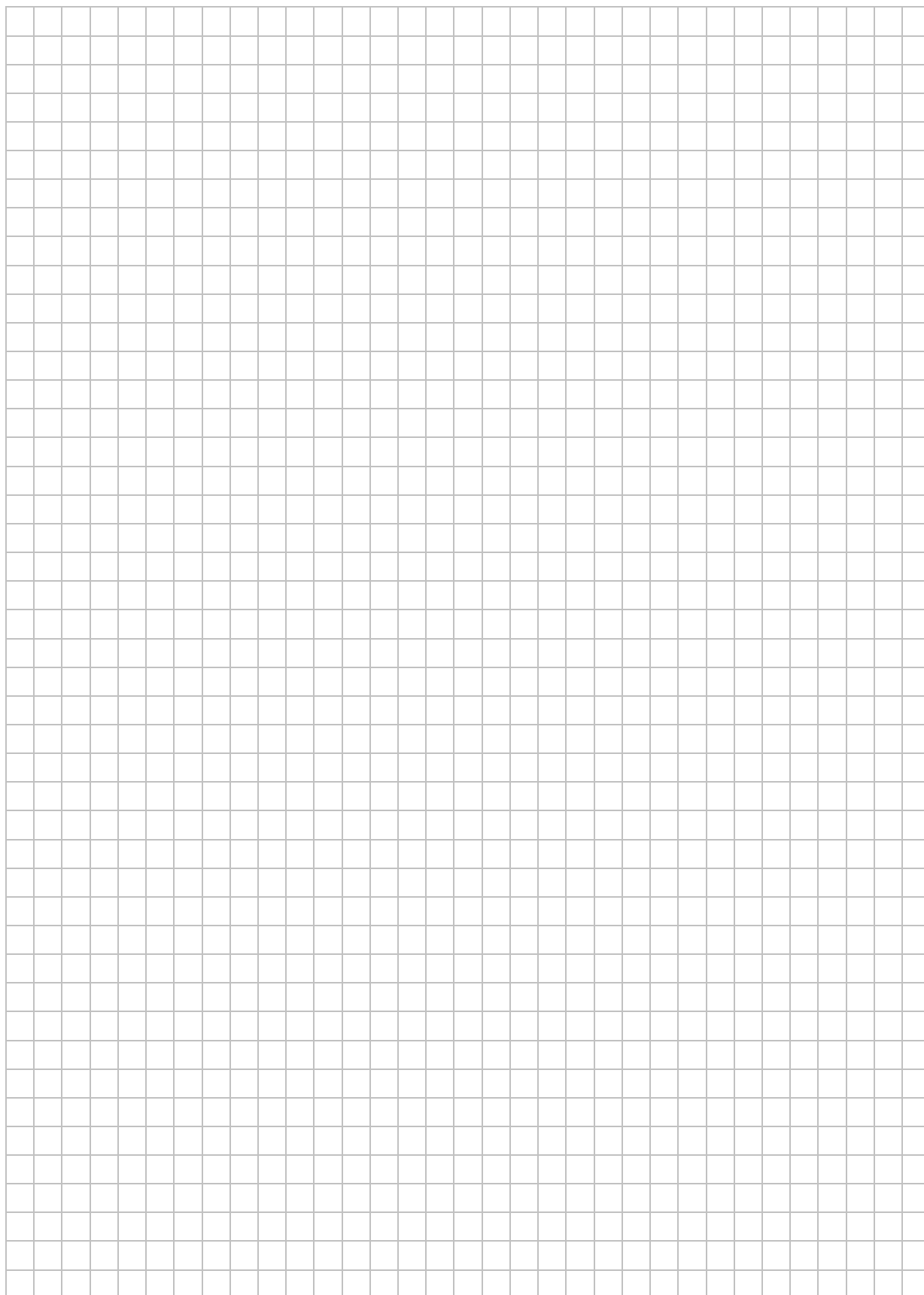
ZADANIE 9 (3 PKT)

Suma trzech początkowych wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego (a_n) wynosi 18, a suma S wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 16. Oblicz iloraz tego ciągu.



ZADANIE 10 (3 PKT)

W loterii szkolnej losujemy jeden spośród 100 losów, przy czym w przypadku wyciągnięcia losu przegrywającego możemy wylosować jeszcze jeden los. Ile losów w tej loterii jest przegrywających, jeżeli prawdopodobieństwo wygranej jest równe $\frac{17}{75}$?

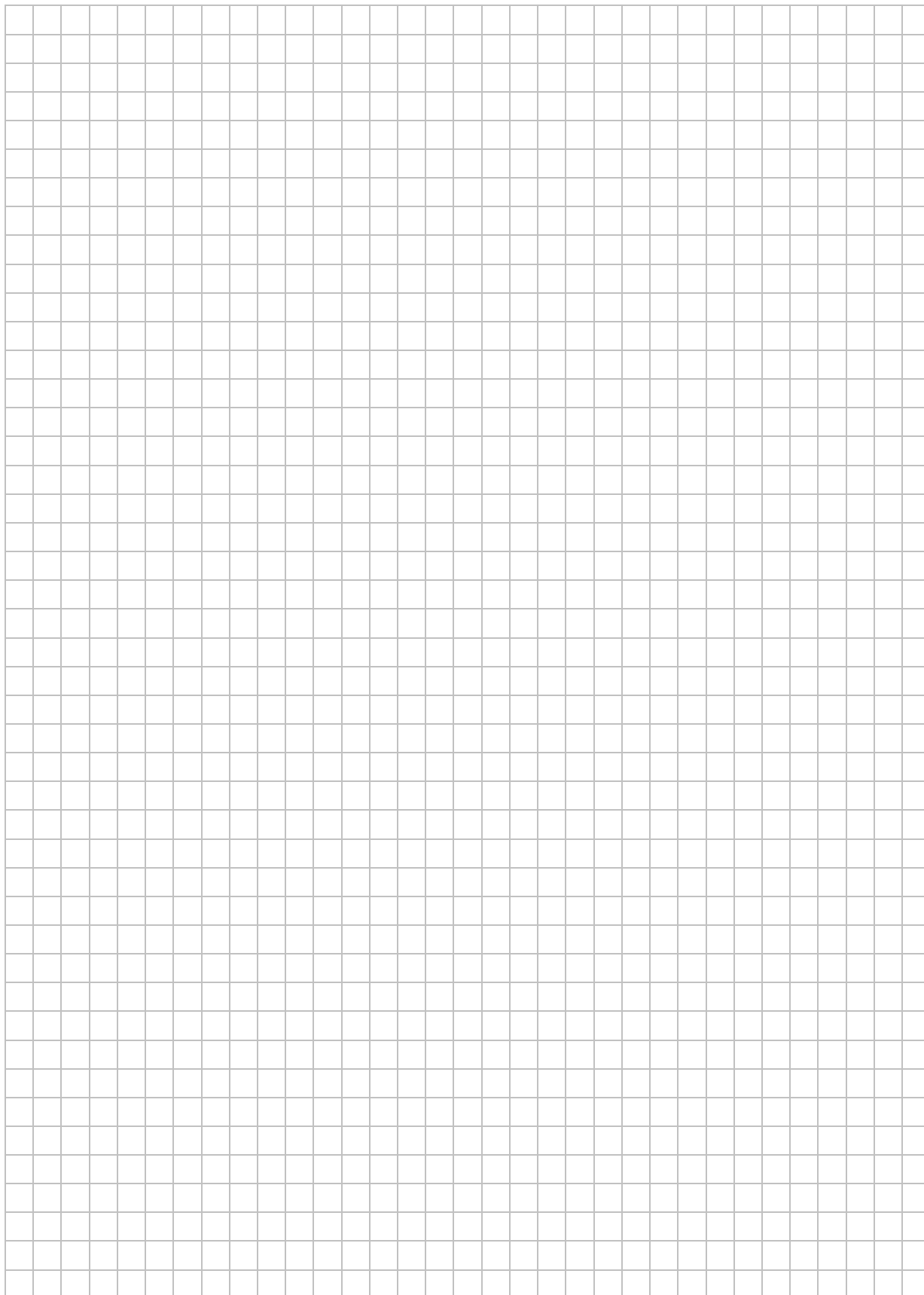


ZADANIE 11 (4 PKT)

Dla jakich wartości parametru m równanie $x^2 - (m + 2)x + m + 5 = 0$ ma dwa pierwiastki różnych znaków x_1 i x_2 spełniające warunek $|x_1| + |x_2| \leq 4$?

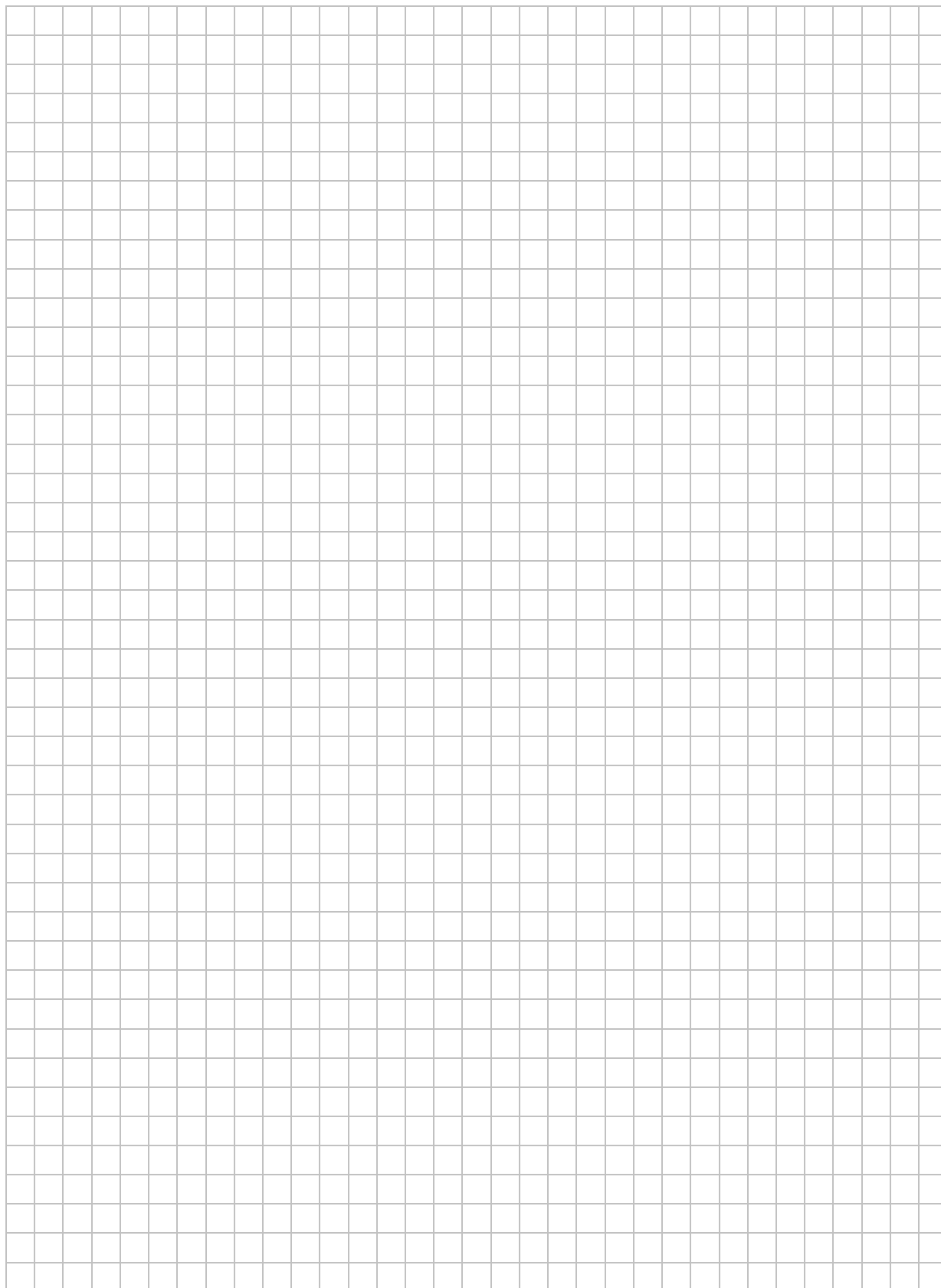
ZADANIE 12 (5 PKT)

Z wierzchołków A i C kątów ostrych równoramiennego trójkąta prostokątnego ABC poprowadzono środkowe AE i CD przecinające się w punkcie S . Oblicz promień okręgu opisanego na trójkącie ACS jeżeli $|AB| = |BC| = 6$.



ZADANIE 13 (5 PKT)

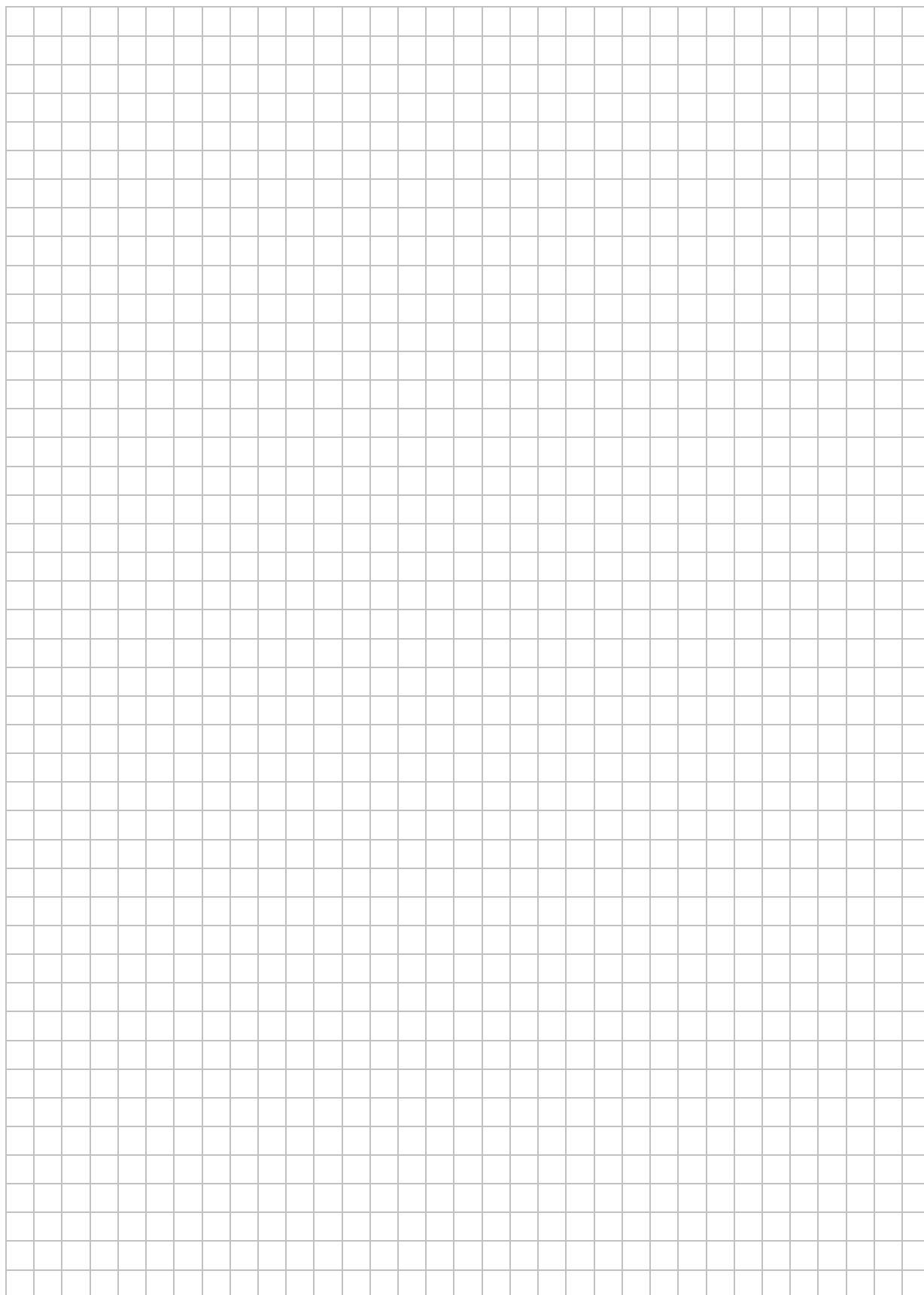
Dana jest funkcja kwadratowa f określona wzorem $f(x) = kx^2 + (2 - 2k)x - 1$ dla każdej liczby rzeczywistej x i $k \in (-1, 0)$. Wyznacz równania dwóch prostopadłych stycznych do wykresu funkcji f poprowadzonych w punktach, których pierwsze współrzędne różnią się o 2, jeżeli wiadomo, że funkcja f ma maksimum lokalne równe $\frac{7}{2}$.

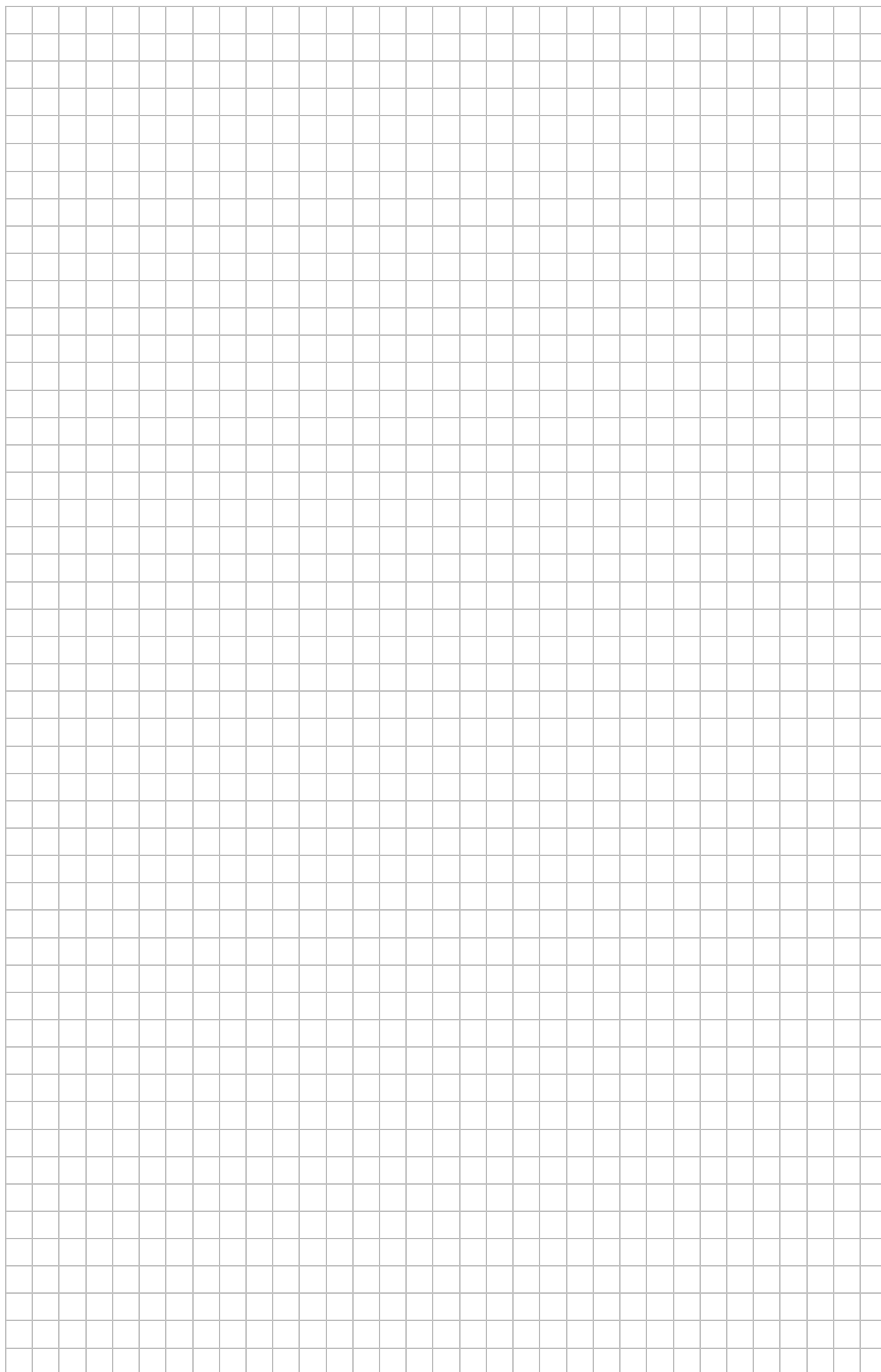




ZADANIE 14 (6 PKT)

Punkty $A = (-3, -1)$ i $B = (3, 5)$ są wierzchołkami trójkąta ABC , a jego wysokości przecinają się w punkcie $D = (1, 1)$. Oblicz długość wysokości tego trójkąta opuszczonej na bok AB .





ZADANIE 15 (7 PKT)

Zakład produkcyjny dostał zlecenie produkcji prostopadłościennych pudełek (całkowicie otwartych od góry) o objętości 60,75 litra. Dno pudełka ma być kwadratem i żaden z jego wymiarów nie może przekraczać 67,5 cm. Na koszt wykonania pudełka składają się – koszt wykonania 1 cm^2 dna w wysokości 48 groszy oraz koszt wykonania 1 cm^2 ściany bocznej w wysokości 36 groszy. Oblicz wymiary pudełka, dla których koszt jego produkcji będzie najmniejszy.

