PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

21 MARCA 2020

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

Zadanie 1 (1 pkt)

Iloczyn wszystkich rzeczywistych pierwiastków równania

$$(3x^2+x-5)(5x^2+x+7)(7x^2+x-3)=0$$

jest równy
A) $\frac{5}{7}$ B) 1 C) $\frac{1}{21}$ D) -1

Zadanie 2 (1 pkt)

Liczba $\sin 105^\circ \sin 15^\circ$ jest równa
A) $\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$

Zadanie 3 (1 pkt)

Liczba punktów wspólnych wykresów funkcji $y=-x-1$ i $y=\log_2(-x)$ jest równa
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

Zadanie 4 (1 pkt)

Nieskończony ciąg geometryczny (a_n) spełnia warunki: $a_1=\frac{3}{5}$ oraz $a_{n+2}=\frac{4}{3}\cdot a_{n+1}-\frac{4}{9}\cdot a_n$ dla $n\geqslant 1$. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa
A) $\frac{9}{10}$ B) $\frac{10}{9}$ C) $\frac{9}{5}$ D) $\frac{5}{3}$

Zadanie 5 (1 pkt)

Kasia wykonała rzut trzema sześciennymi kostkami do gry i otrzymała sumę oczek większą niż 16. Prawdopodobieństwo, że Kasia wyrzuciła trzy szóstki jest równe
A) $\frac{1}{54}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{216}$ D) $\frac{1}{4}$

ZADANIE 6 (2 PKT)

Wyznacz maksymalne przedziały monotoniczności funkcji $f(x) = \frac{x^2+3}{x^2-1}$.

ZADANIE 7 (2 PKT)

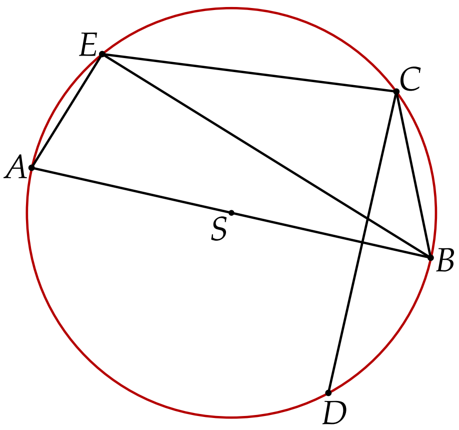
Liczby naturalne a, b, c są większe od 1 oraz są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Liczba x spełnia warunek

$$\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x} + \frac{1}{\log_c x} = 1.$$

Wykaż, że x jest sześcianem liczby naturalnej.

Zadanie 8 (3 pkt)

Na okręgu o środku S wybrano punkty A, B, C, D, E w ten sposób, że odcinek AB jest średnicą okręgu oraz $|\measuredangle BCD| = |\measuredangle BEC|$ (zobacz rysunek).



Wykaż, że proste AB i CD są prostopadłe.

Zadanie 9 (3 pkt)

Oblicz granicę $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{\sqrt{n}+\sqrt[3]{n}}{\sqrt[3]{n}+2}-\frac{\sqrt{n}-2\sqrt[3]{n}}{\sqrt[3]{n}-1}\right)$.

ZADANIE 10 (3 PKT)

Rozważamy wszystkie liczby naturalne pięciocyfrowe zapisane przy użyciu cyfr 4, 5, 6, 7, 8 bez powtarzania jakiejkolwiek cyfry. Oblicz sumę wszystkich takich liczb.

ZADANIE 11 (3 PKT)

Okrąg o ma środek O i jest styczny prostej $y = -2x + 4$ w punkcie $A = (1, 2)$. Wyznacz równanie okręgu o, jeżeli $\overrightarrow{OA} = [2, 1]$.

ZADANIE 12 (3 PKT)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = -2x^2 + 3x + 1$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wyznacz równania tych stycznych do wykresu funkcji f, które przechodzą przez punkt $(-2,5)$.

ZADANIE 13 (4 PKT)

Rozwiąż równanie $(\sin x) \cdot \left[\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\right] = \frac{3}{2}\cos x$.

ZADANIE 14 (4 PKT)

Punkt D leży na boku BC trójkąta ABC oraz $|AB| = 14$, $|BD| = 12$, $|CD| = 239$ i $|AC| = 4\sqrt{15} \cdot |AD|$. Oblicz pole trójkąta ABC.

ZADANIE 15 (5 PKT)

Podstawą ostrosłupa jest trójkąt o danych kątach α i β. Wszystkie krawędzie boczne mają długość d i są nachylone do płaszczyzny podstawy pod kątem o mierze δ. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Zadanie 16 (6 pkt)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie

$$x^2 + (2 - 3m)x + 2m^2 - 5m - 3 = 0$$

ma dwa różne rozwiązania, których suma odwrotności jest mniejsza od $\frac{10}{9}$.

ZADANIE 17 (7 PKT)

Rozpatrujemy wszystkie czworokąty $ABCD$, które są jednoczenie wpisane w okrąg i opisane na okręgu, w których $|AB| = 2x$, $|BC| = 5x$, i których obwód jest równy 10.

Pole czworokąta $ABCD$ wpisanego w okrąg można obliczyć ze wzoru Brahmagupty

$$P = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)},$$

gdzie p – jest połową obwodu czworokąta.

Zapisz pole czworokąta $ABCD$ jako funkcję zmiennej x. Wyznacz dziedzinę tej funkcji i oblicz długości boków tego z rozważanych czworokątów, którego pole jest największe.