

# Arkusz II

## Poziom rozszerzony

### Zadanie 12 (3 pkt)

Punkt  $B = (-2, -1)$  jest jednym z końców odcinka  $AB$ .  
Punkt  $M = (2, 1)$  należy do odcinka  $AB$  i  $3|AM| = |AB|$ . Oblicz współrzędne punktu  $A$ .

### Zadanie 13 (5 pkt)

Dane są zbiory  $A = \{x : x \in \mathbb{R} \wedge \log_{\sqrt{2}}(11-x) - \log_{\sqrt{2}}(1+x) \geq 0\}$ ,  $B = \{x : x \in \mathbb{R} \wedge x^3 \leq 9x\}$ .

- Zapisz zbiory  $A$  i  $B$  za pomocą przedziałów liczbowych.
- Zaznacz na osi liczbowej zbiór  $A \setminus B$ .

### Zadanie 14 (4 pkt)

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $\alpha \in \langle 0; \pi \rangle$ , dla których równanie

$$x^2 + \cos \alpha \cdot x + 2 \cos^2 \alpha - 2 = 0$$

ma dwa różne pierwiastki takie, że liczba 1 leży między tymi pierwiastkami.

### Zadanie 15 (4 pkt)

Dane są punkty  $A = (0, -1)$ ,  $B = (2, 3)$ . Na prostej o równaniu  $x + 1 = 0$  wyznacz punkt  $C$  tak, aby trójkąt  $ABC$  miał najmniejszy obwód.

### Zadanie 16 (5 pkt)

Napisz równania prostych przechodzących przez początek układu współrzędnych i stycznych do okręgu  $o$  danego równaniem

$$x^2 + y^2 + 8y + 12 = 0.$$

### Zadanie 17 (4 pkt)

W równoległoboku o polu 72 przekątne mają długości 20 i 12. Oblicz długość dłuższego boku tego równoległoboku.

### Zadanie 18 (3 pkt)

Liczby  $9$ ,  $3^{x+1}$ ,  $3^{x^2}$  są trzema kolejnymi wyrazami malejącego ciągu geometrycznego.

Oblicz  $x$ .

### Zadanie 19 (6 pkt)

Rozwiąż równanie  $5^{\sin x} + 5^{2\sin x} + 5^{3\sin x} + \dots = \frac{\log_5 2}{\log_5 16}$ , w którym lewa strona jest sumą nieskończonego szeregu geometrycznego

### Zadanie 20 (6 pkt)

Wykaż, że jeżeli zdarzenia losowe  $A$ ,  $B_1$ ,  $B_2 \subset \Omega$  spełniają warunki:

$$B_1 \cap B_2 = \emptyset, A \subset B_1 \cup B_2, P(B_1) \cdot P(B_2) > 0, \text{ to } P(A|B_1) \cdot P(B_1) + P(A|B_2) \cdot P(B_2)$$

### Zadanie 21 (4 pkt)

W stożku tworząca o długości 5 cm jest nachylona do płaszczyzny jego podstawy pod kątem o mierze  $40^\circ$ . Oblicz objętość kuli opisanej na tym stożku. Wynik podaj z dokładnością do  $0,001 \text{ cm}^3$

### Zadanie 22 (6 pkt)

Rozpatrujemy wszystkie graniastostupy prawidłowe sześciokątne, w których suma długości wszystkich krawędzi jest równa 36. Oblicz wymiary graniastostupa o największej objętości.