

Matematyka Poziom podstawowy

Grudzień 2007

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów																		
1.	Obliczenie różnicy liczb $y - x$: $y - x = -2 - 4\sqrt{7}$.	1																		
	Obliczenie wartości bezwzględnej różnicy liczb: $2 + 4\sqrt{7}$.	1																		
	Obliczenie ilorazu $\frac{x}{y}$: $-3 - 2\sqrt{7}$.	1																		
2.	Sporządzenie tabelki wartości funkcji: <table border="1" style="margin: 5px auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">x</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">2</td> <td style="padding: 2px 5px;">3</td> <td style="padding: 2px 5px;">4</td> <td style="padding: 2px 5px;">5</td> <td style="padding: 2px 5px;">6</td> <td style="padding: 2px 5px;">7</td> <td style="padding: 2px 5px;">8</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">2</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">4</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">2</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">4</td> </tr> </table>	x	1	2	3	4	5	6	7	8	$f(x)$	1	2	1	4	1	2	1	4	2
	x	1	2	3	4	5	6	7	8											
	$f(x)$	1	2	1	4	1	2	1	4											
Narysowanie wykresu funkcji: punkty o odpowiednich współrzędnych.	1																			
	Podanie zbioru wartości funkcji g : $\{4, 5, 7\}$.	1																		
3.	Analiza zadania i wprowadzenie oznaczeń, np: x – liczba uszkodzonych żarówek, które należy usunąć, $50000 - x$ – liczba żarówek pozostałych po usunięciu x żarówek uszkodzonych.	1																		
	Obliczenie liczby żarówek uszkodzonych: 2000.	1																		
	Ułożenie nierówności odpowiadającej treści zadania: $2000 - x < 0,01 \cdot (50000 - x)$.	1																		
	Rozwiązanie nierówności: $x > 1515, (15)$.	1																		
	Podanie odpowiedzi: należy usunąć co najmniej 1516 uszkodzonych żarówek.	1																		
4.	Wyznaczenie równania prostej, w której zawarty jest bok AB : $y = 2x + 1$.	2 (1 pkt za obliczenie współczynnika kierunkowego i 1 pkt za pozostałe obliczenia)																		
	Zapisanie układu równań pozwalającego obliczyć współrzędne punktu B : $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x - 3 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$	1																		
	Rozwiązanie układu i podanie odpowiedzi: $B = \left(-\frac{8}{5}, -\frac{11}{5}\right)$.	1																		

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
5.	Ułożenie równania wynikającego z treści zadania: $m^3 + 3 = 3m^2 + m$.	1
	Przekształcenie równania do postaci uporządkowanej: $m^3 - 3m^2 - m + 3 = 0$.	1
	Przekształcenie lewej strony równania do postaci iloczynowej: $(m - 3)(m - 1)(m + 1) = 0$.	1
	Wyznaczenie pierwiastków równania i podanie odpowiedzi: $m \in \{-1, 1, 3\}$.	1
6.	Zapisanie współrzędnych wierzchołka paraboli będącej wykresem funkcji f : $W = (2, 6)$.	1
	Zapisanie wzoru funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej: $y = a \cdot (x - 2)^2 + 6$.	1
	Ułożenie równania pozwalającego obliczyć współczynnik trójmianu: $0 = a(-1 - 2)^2 + 6$.	1
	Rozwiązanie równania: $a = -\frac{2}{3}$ i zapisanie wzoru funkcji: $f(x) = -\frac{2}{3}(x - 2)^2 + 6$.	1
7.	Obliczenie długości przyprostokątnej przyległej do kąta α : 8.	1
	Obliczenie długości drugiej przyprostokątnej: $4\sqrt{5}$.	1
	Obliczenie szukanej wysokości: $h = \frac{8\sqrt{5}}{3}$.	2 (1 pkt za metodę – np. z pola lub podobieństwa i 1 pkt za obliczenia)
8.	Analiza zadania i wprowadzenie oznaczeń, np: $a_1 = 30, r = 5, S_n = 450$, gdzie n – liczba miesięcy.	1
	Wyznaczenie wyrazu ogólnego ciągu: $a_n = 30 + (n - 1) \cdot 5 = 25 + 5n$.	1
	Ułożenie równania wynikającego z treści zadania: $\frac{30 + 25 + 5n}{2} n = 450$.	1
	Rozwiązanie równania: $n_1 = -20, n_2 = 9$.	1
	Podanie odpowiedzi: Darek oszczędzał przez 9 miesięcy.	1
9.	Wykonanie rysunku z oznaczeniami lub wprowadzenie dokładnie opisanych oznaczeń: $ AB = 20, CD = a$ – podstawy trapezu, $c = BC = AD $ – ramiona trapezu, h – wysokość trapezu, $ \angle DAC = \angle CAB = \alpha$.	1
	Zapisanie, że $ AD = CD = a$ (np. zauważenie, że trójkąt ACD jest równoramienny).	1
	Ułożenie równania pozwalającego obliczyć długość krótszej podstawy i ramienia trapezu: $3a + 20 = 44$.	1
	Obliczenie długości krótszej podstawy trapezu: $a = 8$.	1

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Obliczenie wysokości trapezu: $h = 2\sqrt{7}$.	1
	Obliczenie pola trapezu: $P = 28\sqrt{7}$.	1
10.	Obliczenie liczebności zbioru wszystkich zdarzeń elementarnych: $\overline{\Omega} = 36$.	1
	Obliczenie liczebności zbioru zdarzeń sprzyjających zdarzeniu A : $\overline{A} = 6$.	1
	Obliczenie liczebności zbioru zdarzeń sprzyjających zdarzeniu B : $\overline{B} = 15$.	1
	Obliczenie liczebności części wspólnej zdarzeń A, B : $A \overline{\cap} B = 3$.	1
	Obliczenie prawdopodobieństw: $P(A) = \frac{6}{36}$, $P(B) = \frac{15}{36}$, $P(A \cap B) = \frac{3}{36}$.	1
	Wykorzystanie wzoru na prawdopodobieństwo sumy zdarzeń i obliczenie tego prawdopodobieństwa: $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$.	1
11.	Wykonanie rysunku z oznaczeniami lub wprowadzenie dokładnie opisanych oznaczeń: ABC , $A'B'C'$ – odpowiednio dolna i górna podstawa graniastostupa, a – krawędź podstawy graniastostupa, h – wysokość graniastostupa, $ \sphericalangle CAC' = \alpha$.	1
	Wyznaczenie długości krawędzi podstawy: $a = 2r\sqrt{3}$.	1
	Wyznaczenie wysokości graniastostupa: $h = 2r\sqrt{3} \operatorname{tg} \alpha$.	1
	Wyznaczenie pola podstawy graniastostupa P_p : $P_p = 3r^2\sqrt{3}$.	1
	Obliczenie objętości graniastostupa: $V = 18r^3 \operatorname{tg} \alpha$.	1