Model odpowiedzi do arkusza I i schemat oceniania

Za każdą czynność oznaczoną ◆ otrzymujesz jeden punkt.

Zadanie 1.

◆ Oznaczenie ceny netto towaru przy podatku VAT 7%, na przykład przez x.

◆ Obliczenie ceny netto towaru po obniżce o 10% ; $0{,}9x$.

◆ Obliczenie ceny brutto towaru po podwyżce VAT do 22%; $1{,}098x$. $0{,}9x \cdot 1{,}22 = 1{,}098x$.

◆ Obliczenie ceny brutto przy podatku VAT 7%; $1{,}07x$.

◆ Obliczenie, o ile procent wzrosła cena brutto towaru z wymaganą dokładnością; 2,62%.

$$\frac{1{,}098x - 1{,}07x}{1{,}07x} = 0{,}02616...$$

Zadanie 2.

◆ Zapisanie liczby $\sqrt{4-2\sqrt{3}}$ w postaci $\sqrt{1-2\sqrt{3}+3}$.

◆ Zapisanie liczby $\sqrt{1-2\sqrt{3}+3}$ w postaci $\sqrt{1^2-2\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2}$.

◆ Zapisanie liczby $\sqrt{1^2-2\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2}$ w postaci $\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2} = \left|1-\sqrt{3}\right| = \sqrt{3}-1$.

Zadanie 3.

◆ Odczytanie z rysunku danych i napisanie wzoru funkcji $g(x)$; $P=(-2,2)$, $Q=(4,-1)$

$$g(x) = -\frac{1}{2}x + 1$$

Wzór funkcji $g(x)$ otrzymujemy, wykorzystując wzór na równanie prostej, do której należą dwa dane punkty.

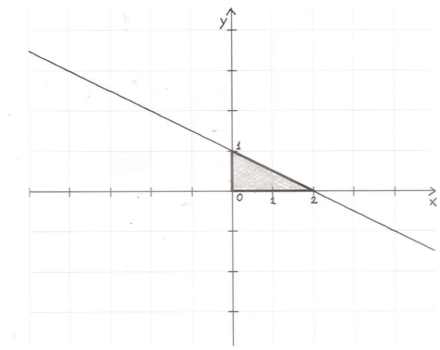
◆ Sprawdzenie, czy punkt A należy do wykresu funkcji g; NIE

$$13 \neq -\frac{1}{2}\cdot(-28)+1.$$

◆ Zapisanie nierówności $4g(x) \geq 8x-1$ w postaci $-2x+4 \geq 8x-1$.

◆ Rozwiązanie nierówności $-2x+4 \geq 8x-1$; $x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right\rangle$.

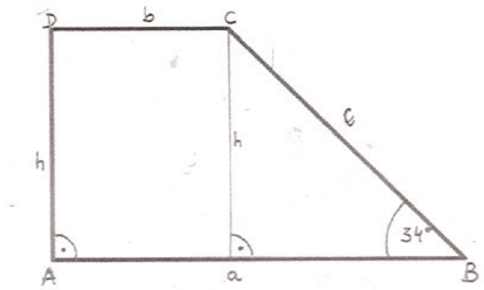
◆ Stwierdzenie, że trójkąt opisany układem nierówności jest trójkątem prostokątnym i w związku z tym promień R okręgu opisanego na tym trójkącie to połowa długości przeciwprostokątnej.



◆ Obliczenie długości przeciwprostokątnej i promienia; $R = \frac{1}{2}\sqrt{5}$.

Zadanie 4.

- Wprowadzenie oznaczeń, na przykład na rysunku i zapisanie wzoru na pole trapezu zgodnie z przyjętymi oznaczeniami;



- Obliczenie b; $b = a - c \cdot \cos 34^\circ$.

  ....

- Obliczenie h; $h = c \cdot \sin 34^\circ$.

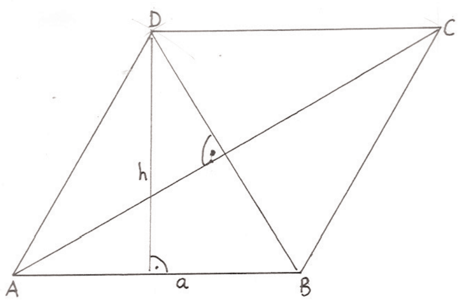
  ....

- Obliczenie pola trapezu; $S = 600 \sin 34^\circ - 200 \cos 34^\circ \cdot \sin 34^\circ \text{ cm}^2$

- Podanie wyniku z wymaganą dokładnością; $S = 24279{,}73 \text{ mm}^2$

Zadanie 5.

- Wprowadzenie oznaczeń, na przykład na rysunku, i zapisanie warunków zadania;



$|AC| = x, |BD| = y, |\angle BAD| = \alpha$

$x = y + 2, \ \frac{1}{2}xy = 24.$

- Ułożenie równania $x^2 - 2x - 48 = 0$.

- Rozwiązanie równania $x^2 - 2x - 48 = 0$ i obliczenie długości przekątnych rombu; $x = 8$ cm, $y = 6$ cm.

- Obliczenie długości boku rombu; $a = 5$ cm.

  Przekątne dzielą romb na cztery przystające trójkąty prostokątne, których przeciwprostokątne są bokami rombu.

- Obliczenie wysokości h; $h = \frac{24}{5}$.

- Obliczenie $\sin\alpha$; $\sin\alpha = \frac{24}{25}$.

  $\sin\alpha = \frac{h}{a} = \frac{24}{25}$

- Zapisanie $\operatorname{tg}\alpha$ i wykorzystanie wzoru „jedynka trygonometryczna”;

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{1 - \sin^2\alpha}}$.

- Obliczenie $\operatorname{tg}\alpha$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{24}{7}$

Zadanie 6.

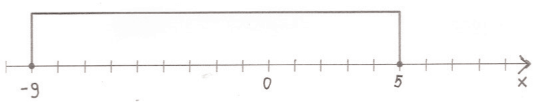
- Uzależnienie współczynników b i c od a oraz od różnicy ciągu;

  $b = a - 5$, $c = a - 10$ i zapisanie trójmianu w postaci $f(x) = ax^2 + (a-5)x + (a-10)$;
- Stwierdzenie, że z faktu, iż reszta z dzielenia trójmianu $f(x)$ przez $x + 1$ jest równa -4, wynika, że $f(-1) = -4$.
- Ułożenie i rozwiązanie równania $a - (a-5) + a - 10 = -4$; $a = 1$.
- Obliczenie współczynników b i c, zapisanie wzoru trójmianu $f(x)$ i napisanie równania osi symetrii paraboli; $b = -4, c = -9$,

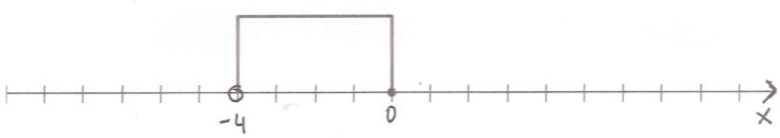
  $f(x) = x^2 - 4x - 9$, $x = 2$.
- Obliczenie wartości najmniejszej i największej funkcji f w przedziale $\langle 4;10\rangle$; Funkcja f w przedziale $\langle 4;10\rangle$ jest funkcją rosnącą, zatem wartością najmniejszą jest $f(4) = -9$, a wartością największą jest $f(10) = 51$.

Zadanie 7.

- Zapisanie nierówności $|x+2| \le 7$ w postaci nierówności podwójnej $-7 \le x+2 \le 7$.
- Rozwiązanie nierówności podwójnej i zaznaczenie na osi liczbowej zbioru $A = \langle -9;5\rangle$.

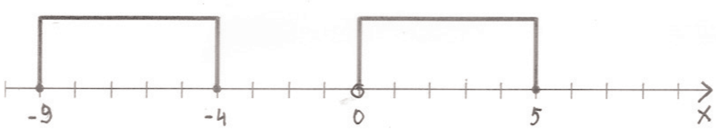


- Zapisanie nierówności $\frac{5x}{x+4} \le 0$ w postaci równoważnej $x(x+4) \le 0 \wedge x \ne -4$
- Rozwiązanie nierówności $x(x+4) \le 0 \wedge x \ne -4$; $x \in (-4;0\rangle$.
- Zaznaczenie na osi liczbowej zbioru $B = (-4;0\rangle$.



- Wyznaczenie zbioru $A \setminus B$ i zaznaczenie go na osi liczbowej;

  $A \setminus B = \langle -9;-4\rangle \cup (0;5\rangle$.



Zadanie 8.

- Zapisanie warunków zadania;

  Kolejne liczby to x, y, z

  Warunki zadania $\begin{cases} x + y + z = 10 \\ z = x + 4. \end{cases}$
- Z warunków zadania wyznaczenie y względem x; $y = 6 - 2x$.
- Zapisanie funkcji f argumentu x określonej jako suma kwadratów kolejnych liczb i dziedziny tej funkcji;

  $f(x) = x^2 + (6-2x)^2 + (x+4)^2$, $D_f = R$
- Przekształcenie wzoru określającego funkcję f do postaci $f(x) = 6x^2 - 16x + 52$;.
- Stwierdzenie, że funkcja f jako funkcja kwadratowa o dodatnim współczynniku przy x^2 przyjmuje wartość najmniejszą dla $x = x_w = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$.
- Obliczenie y i z oraz zapisanie odpowiedzi: $x = \frac{4}{3}$, $y = \frac{10}{3}$, $z = \frac{16}{3}$.

Zadanie 9.

◆ Wykorzystanie własności ciągu geometrycznego i zapisanie warunków zadania; $(2x+1)^2 = x^2(x+8)$.

Jeżeli trzy liczby *a, b, c* są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego, to $b^2 = ac$.

◆ Przekształcenie równania $(2x+1)^2 = x^2(x+8)$ do postaci $x^3 + 4x^2 - 4x - 1 = 0$.

$(2x+1)^2 = x^2(x+8)$

$4x^2 + 4x + 1 = x^3 + 8x^2$

$-x^3 + 4x - 4x^2 + 1 = 0$

$x^3 + 4x^2 - 4x - 1 = 0.$

◆◆ Przekształcenie równania $x^3 + 4x^2 - 4x - 1 = 0$ do postaci $(x-1)(x^2+5x+1)$;

– po sprawdzeniu, że liczba 1 jest pierwiastkiem równania dzielimy jego lewą stronę przez dwumian $x - 1$

lub grupujemy wyrazy po lewej stronie równania i wyłączamy wspólny czynnik przed nawias

$x^3 + 4x^2 - 4x + 1 = x^3 - 1 + 4x^2 - 4x = (x-1)(x^2+x+1) + 4x(x-1) = (x-1)(x^2+5x+1).$

◆◆ Rozwiązanie równania $(x-1)(x^2+5x+1)$, w zbiorze liczb całkowitych: $x = 1$.

– równanie $(x-1)(x^2+5x+1) = 0 \Leftrightarrow x-1=0 \vee x^2+5x+1=0$, stąd $x = 1$,

bo równanie $x^2+5x+1=0$ nie ma pierwiastków całkowitych.

UWAGA. Każde inne od zaproponowanego w modelu odpowiedzi poprawne rozwiązanie ocenia się na maksymalną dla tego zadania liczbę punktów.