

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

5 MARCA 2011

CZAS PRACY: 180 MINUT

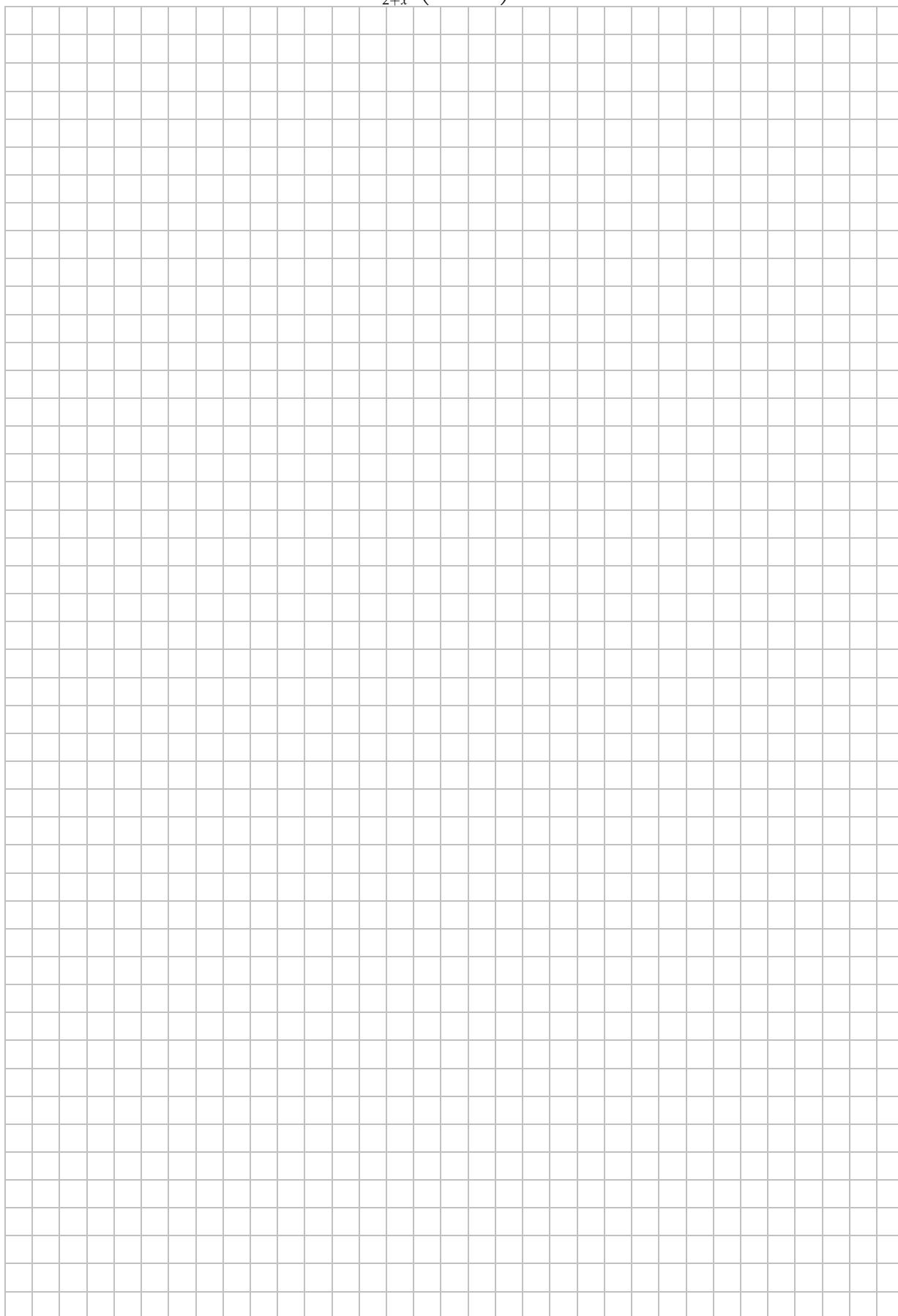
ZADANIE 1 (5 PKT.)

Dla jakich wartości parametru p równanie $|x - 15| = p^3 - 4p$ ma dwa rozwiązania, których iloczyn jest liczbą dodatnią?



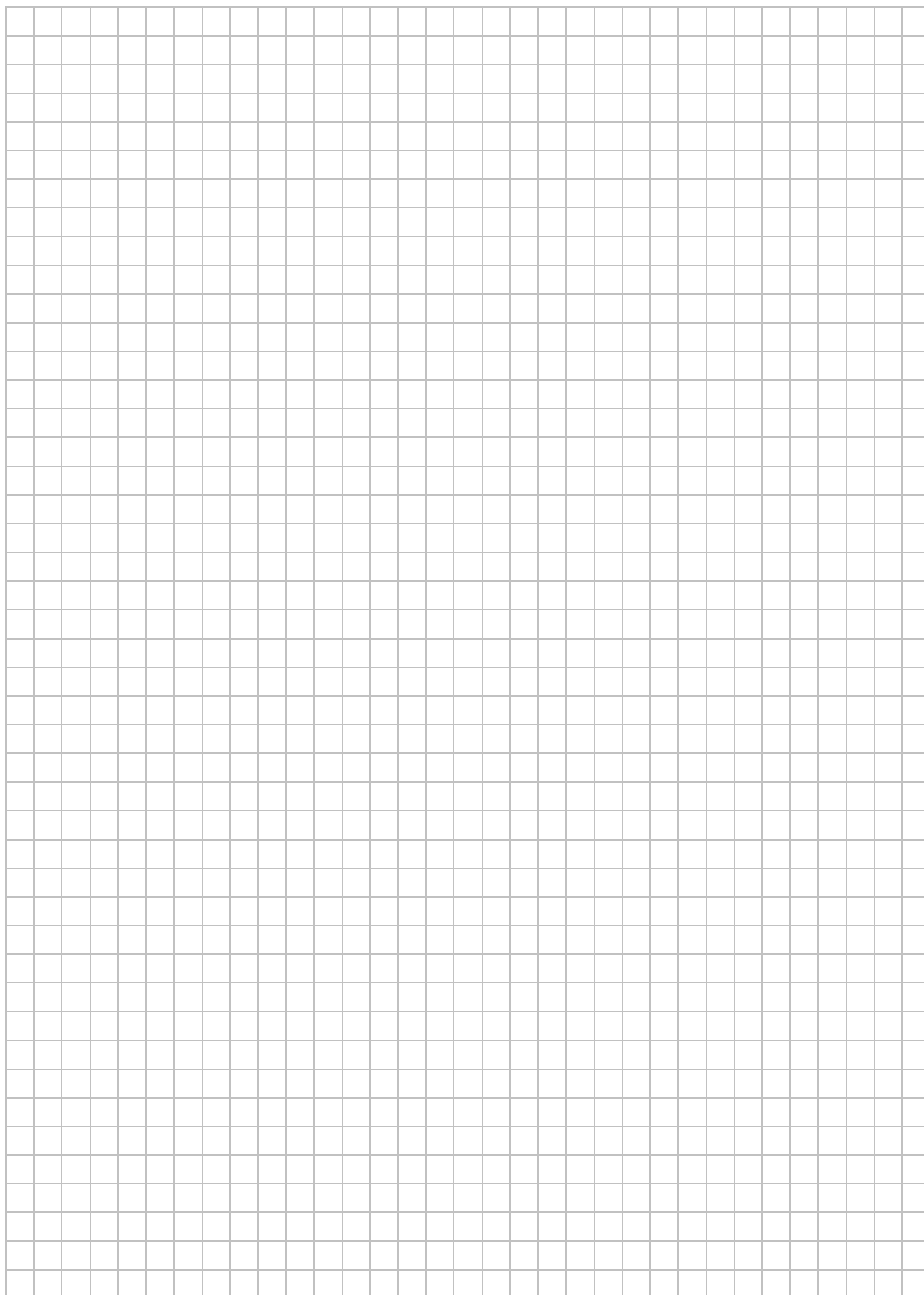
ZADANIE 2 (4 PKT.)

Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \log_{\frac{3-x}{2+x}} \left(\frac{x^2-x-2}{x-2} \right)^3$



ZADANIE 3 (3 PKT.)

Długości boków trójkąta ABC są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego o ilorazie q . Wykaż, że miary kątów trójkąta zbudowanego z odcinków o długościach równych długościom wysokości trójkąta ABC są równe miarom kątów trójkąta ABC .



ZADANIE 4 (5 PKT.)

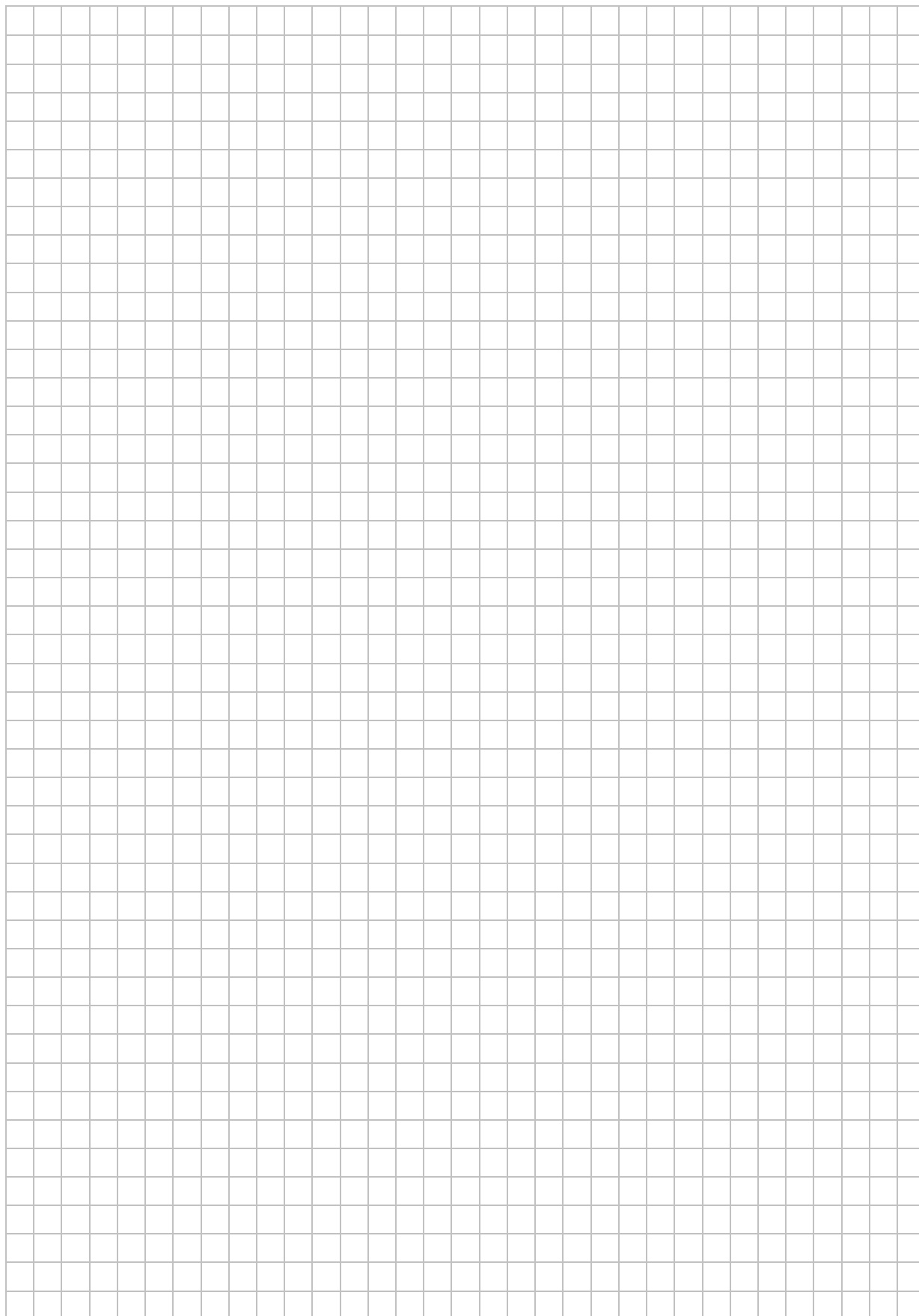
Sprawdź czy punkt $P = (-5, 5)$ jest środkiem okręgu wpisanego w trójkąt o wierzchołkach $A = (-5, -5)$, $B = (5, 15)$, $C = (-11, 7)$.





ZADANIE 5 (4 PKT.)

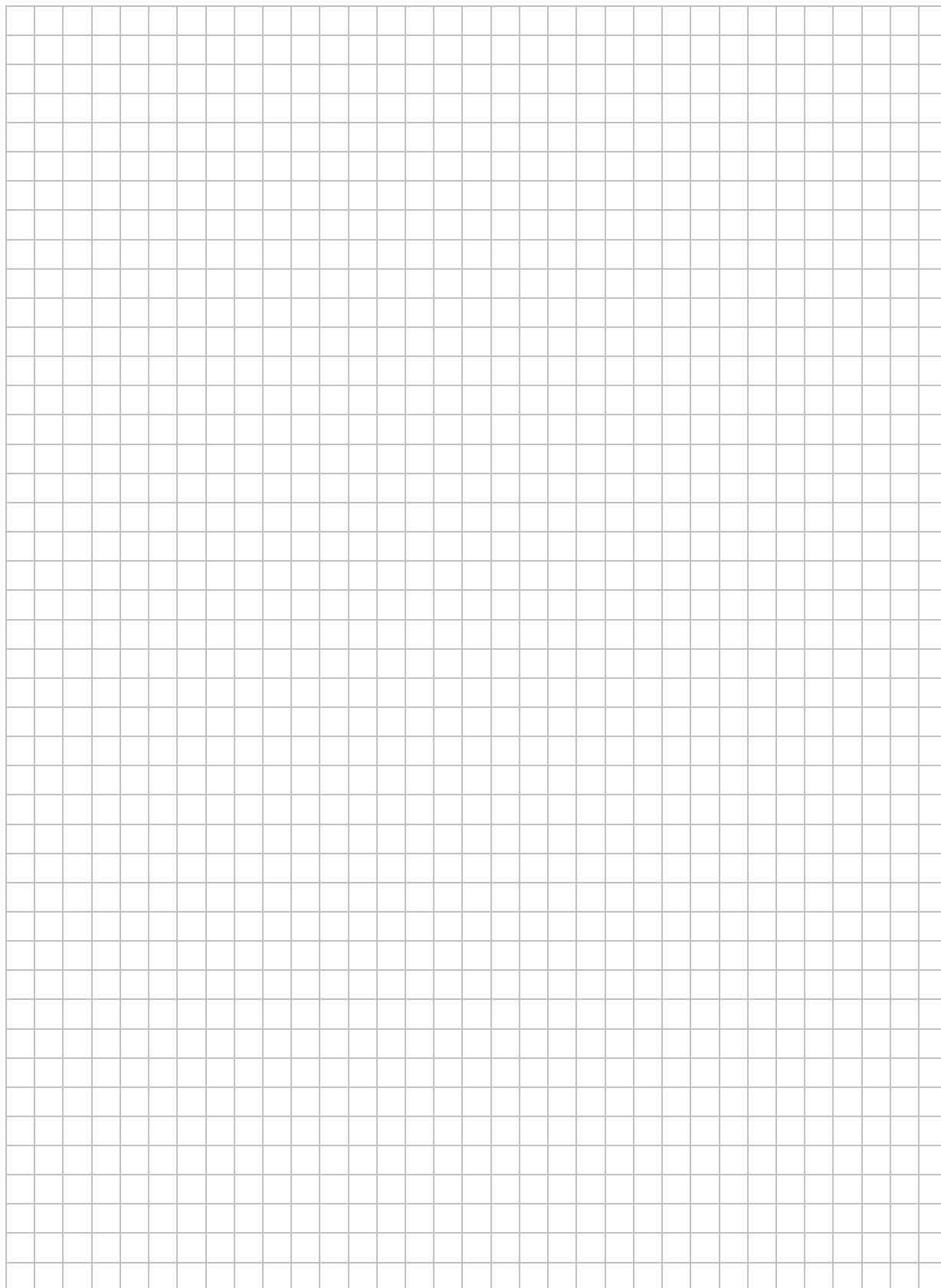
Wielomian W jest wielomianem stopnia 5 i spełnia warunki: $W(3) = 1$ oraz $W(-3) = 2$.
Wykaż, że nie wszystkie współczynniki wielomianu W są liczbami całkowitymi.



ZADANIE 6 (4 PKT.)

Wykaż, że dla dowolnego kąta α takiego, że $\sin \alpha \cos 3\alpha \neq 0$ zachodzi tożsamość

$$\frac{\operatorname{tg} 3\alpha}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{3 - 4 \sin^2 \alpha}{4 \cos^2 \alpha - 3}$$

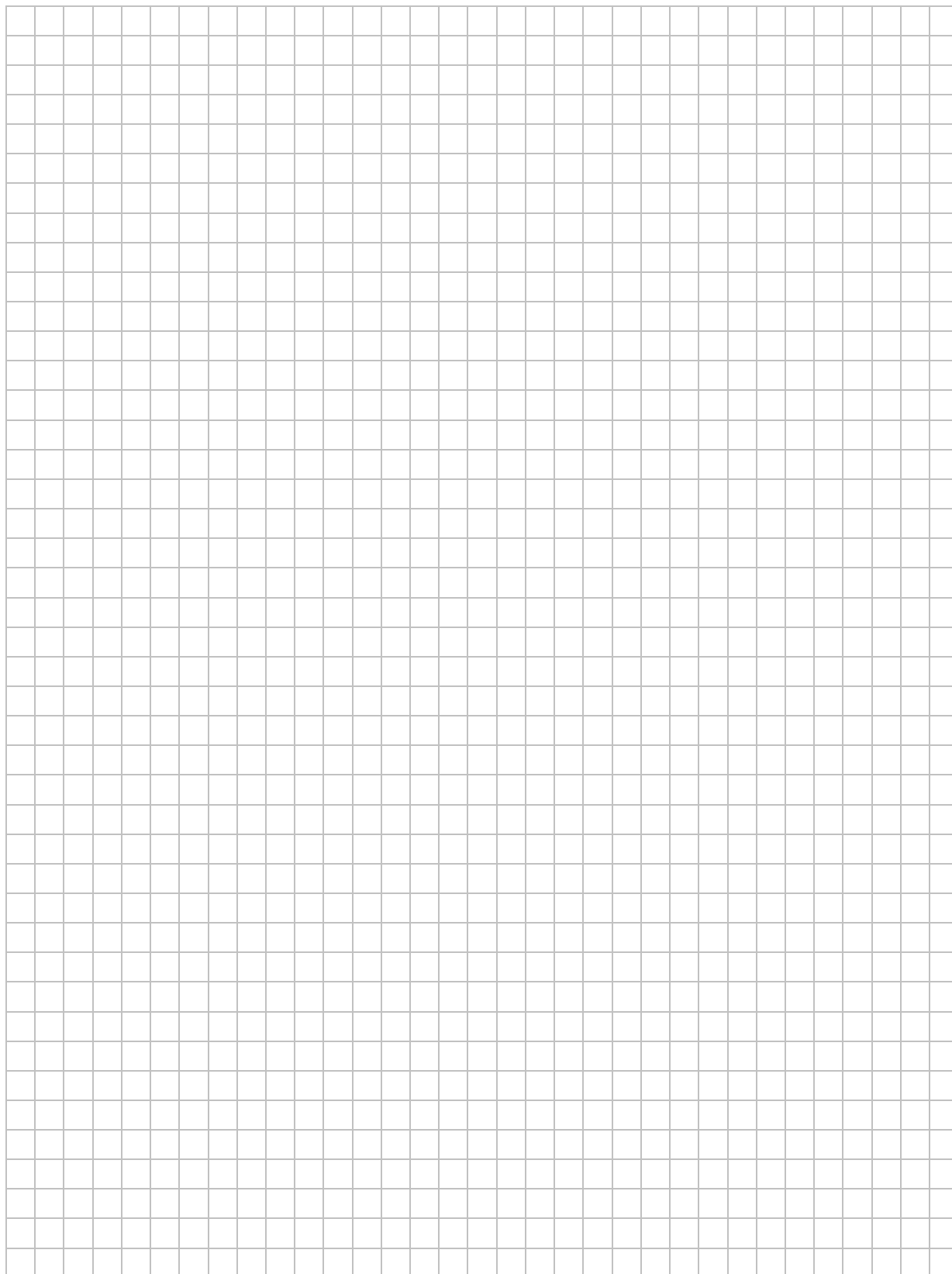


ZADANIE 7 (4 PKT.)

Liczby

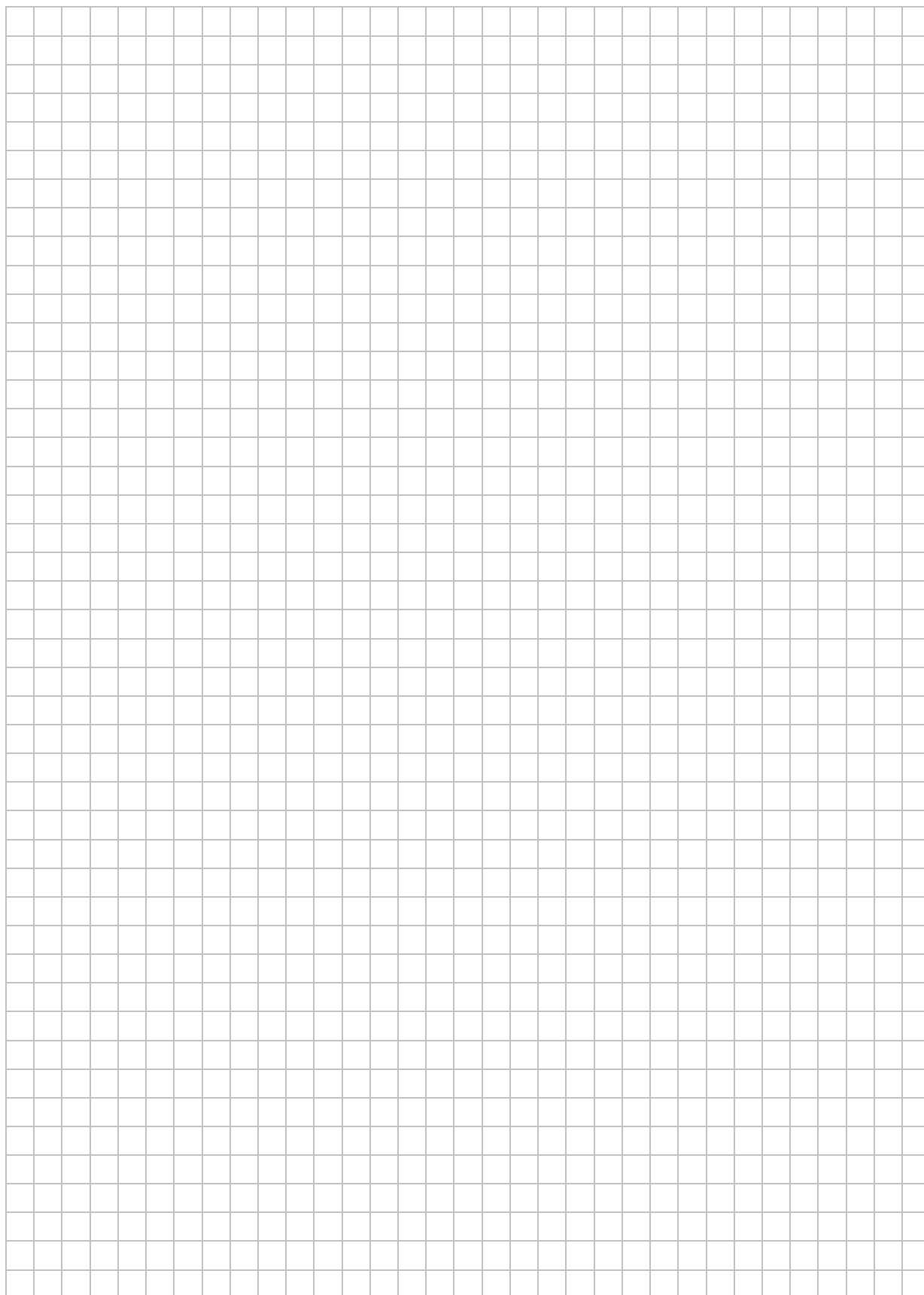
$$\log(3 \cdot 2^n), \log(6 \cdot 2^{n+m}), \log(12 \cdot 2^{m+n+3}), \quad \text{gdzie } m, n > 0,$$

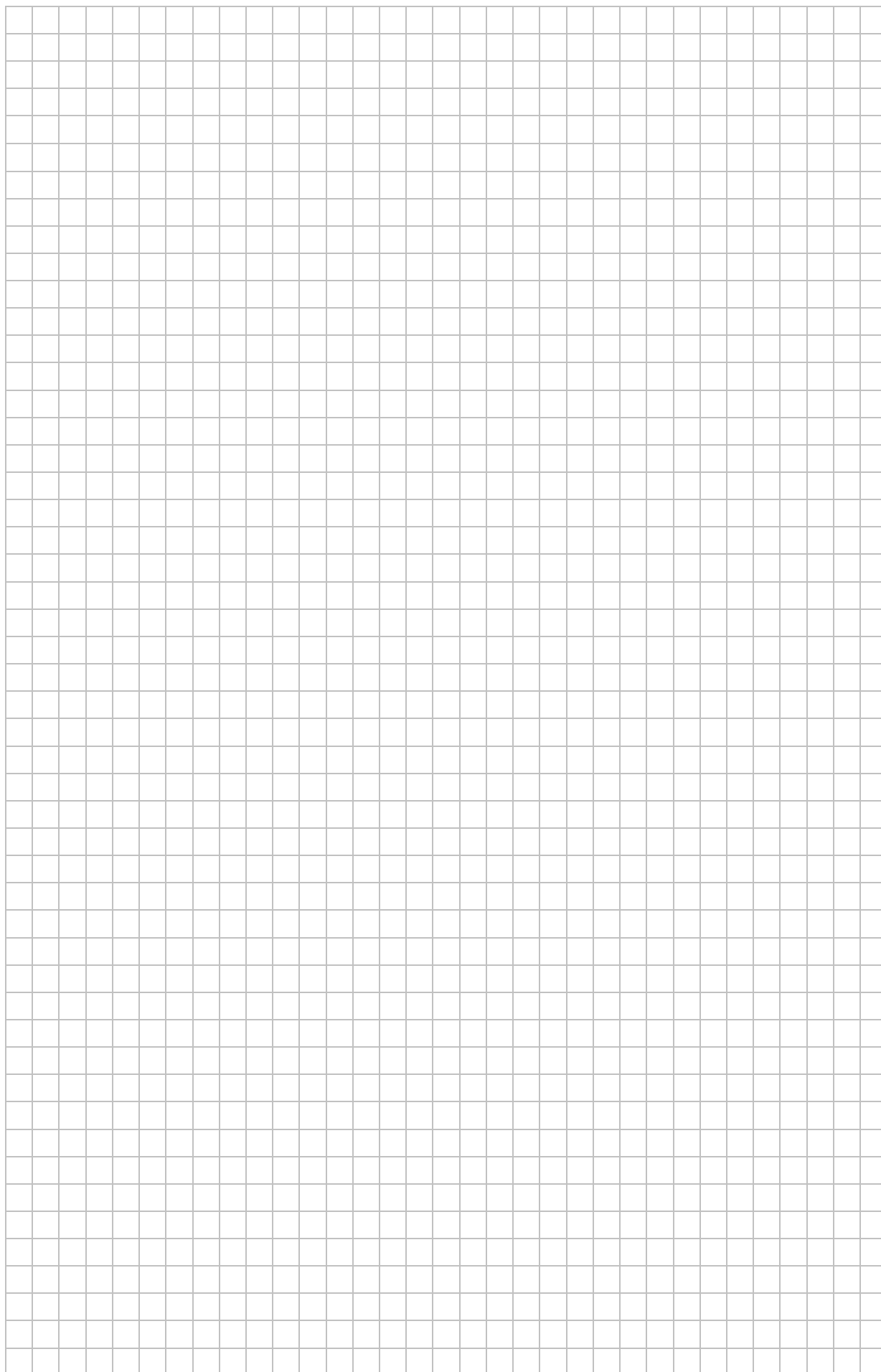
są odpowiednio pierwszym, piątym i dziewiątym wyrazem ciągu arytmetycznego. Wyznacz różnicę tego ciągu.



ZADANIE 8 (6 PKT.)

W okrąg o średnicy 26 wpisano trapez równoramienny w ten sposób, że suma kwadratów długości jego podstaw jest równa 914, a sinus kąta ostrego wynosi $\frac{12}{13}$. Oblicz pole tego trapezu.



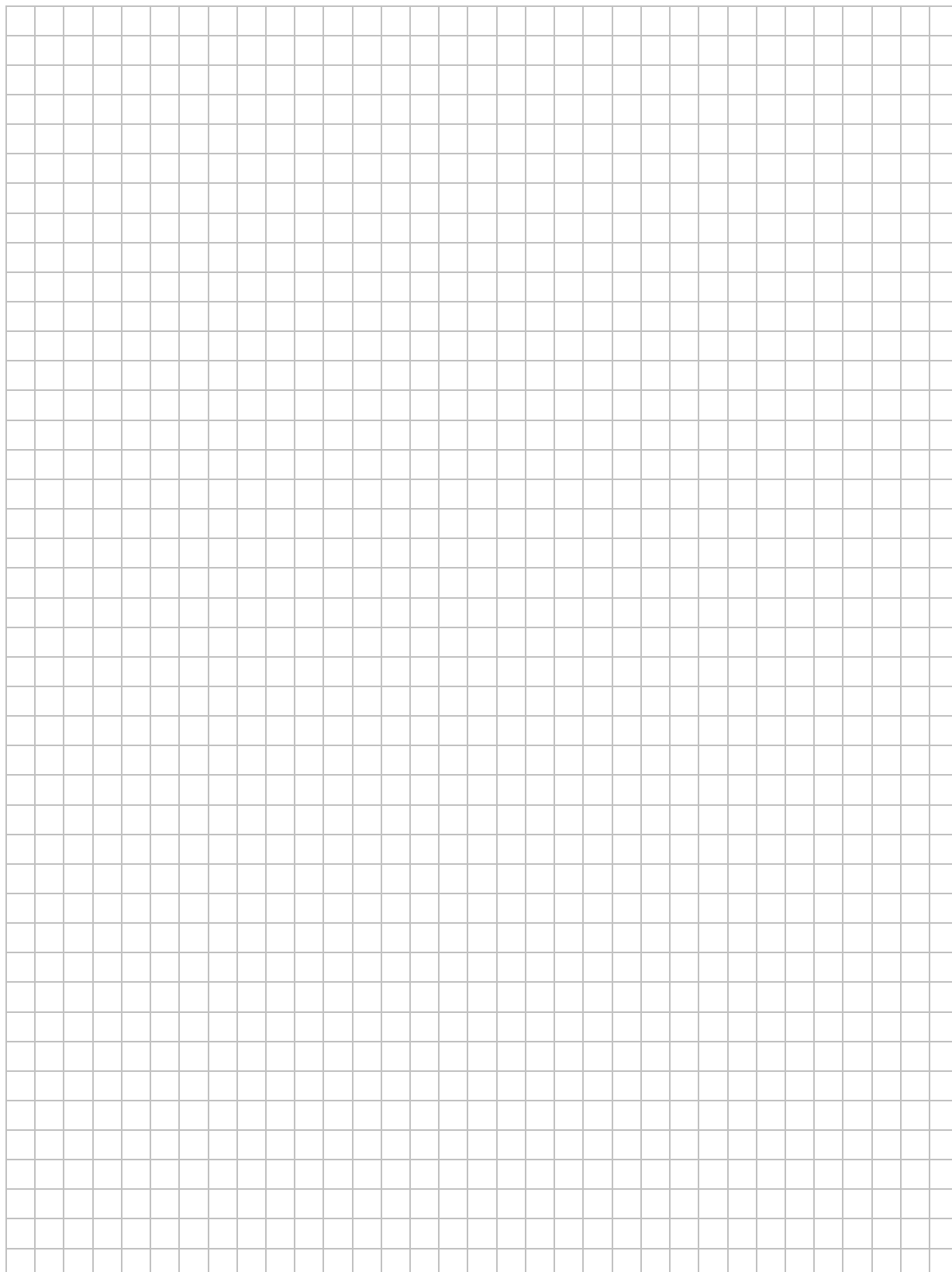


ZADANIE 9 (4 PKT.)

Wykaż, że jeżeli punkt A leży na prostej $y = -x - 5$, a punkt B ma współrzędne

$$B = (t^2, t^2 + 6t + 1), \quad \text{dla pewnego } t \in \mathbb{R},$$

to długość odcinka AB jest nie mniejsza niż $\frac{3\sqrt{2}}{4}$.



ZADANIE 10 (6 PKT.)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź boczna ma długość $3\sqrt{6}$, a krawędź podstawy ma długość 12. Oblicz miarę kąta utworzonego przez dwie sąsiednie ściany boczne.





ZADANIE 11 (5 PKT.)

Ile jest liczb naturalnych czterocyfrowych, w których żadne dwie spośród cyfr: 1,3,5,7,9 nie sąsiadują ze sobą?

