

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

4 KWIETNIA 2020

**CZAS PRACY: 180 MINUT**

**Zadania zamknięte**

ZADANIE 1 (1 PKT)

Jeżeli  $a > 0$ , to liczba  $\sqrt[3]{1 - (a + 3)\sqrt{a} + 3a}$  jest równa

- A)
- $\sqrt{a} - 1$
- B)
- $1 - a\sqrt{a}$
- C)
- $1 - \sqrt{a}$
- D)
- $a\sqrt{a} - 1$

ZADANIE 2 (1 PKT)

W ilu ćwiartkach układu współrzędnych znajdują się punkty okręgu o równaniu

$$x^2 + y^2 + 34x - 32y + 184 = 0?$$

- A) W jednej.      B) W dwóch.      C) W trzech.      D) W czterech.

ZADANIE 3 (1 PKT)

Liczba  $1 + \sin^4 22,5^\circ - \cos^4 22,5^\circ$  jest równa

- A)
- $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$
- B) 1      C)
- $\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$
- D) 2

ZADANIE 4 (1 PKT)

Zdarzenia losowe  $A$  i  $B$  zawarte w  $\Omega$  są takie, że prawdopodobieństwo  $P(A')$  zdarzenia  $A'$ , przeciwnego do zdarzenia  $A$ , jest równe  $\frac{1}{6}$ . Ponadto, prawdopodobieństwo warunkowe  $P(B|A) = \frac{2}{15}$ . Wynika stąd, że

- A)
- $P(A \cap B) = \frac{1}{45}$
- B)
- $P(A \cap B) = \frac{1}{9}$
- C)
- $P(A \cap B) = \frac{3}{25}$
- D)
- $P(A \cap B) = \frac{4}{5}$

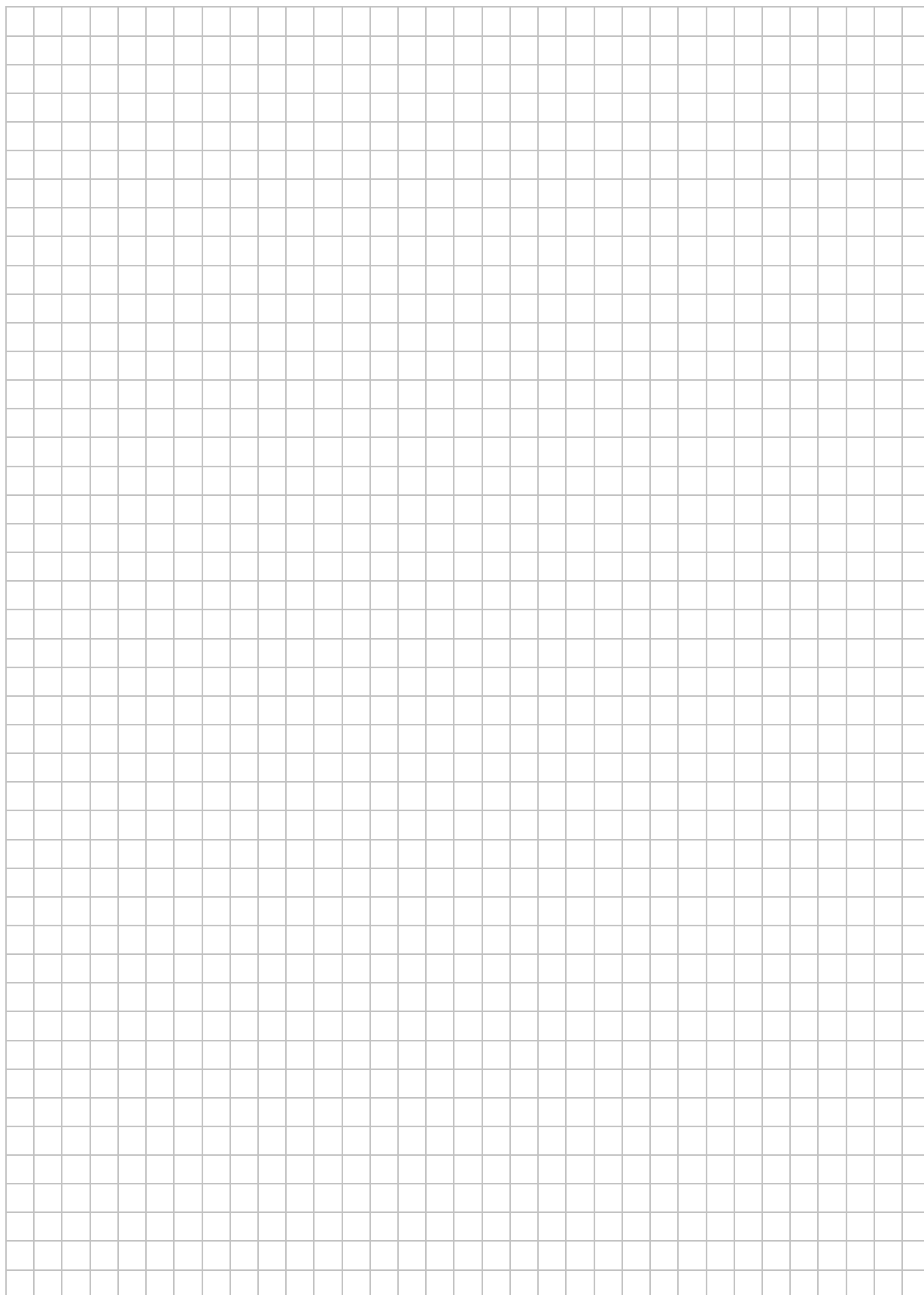
ZADANIE 5 (1 PKT)

Liczba rzeczywistych rozwiązań równania  $x^4 - 3x^2 - 3x = 0$  jest równa

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4

ZADANIE 6 (2 PKT)

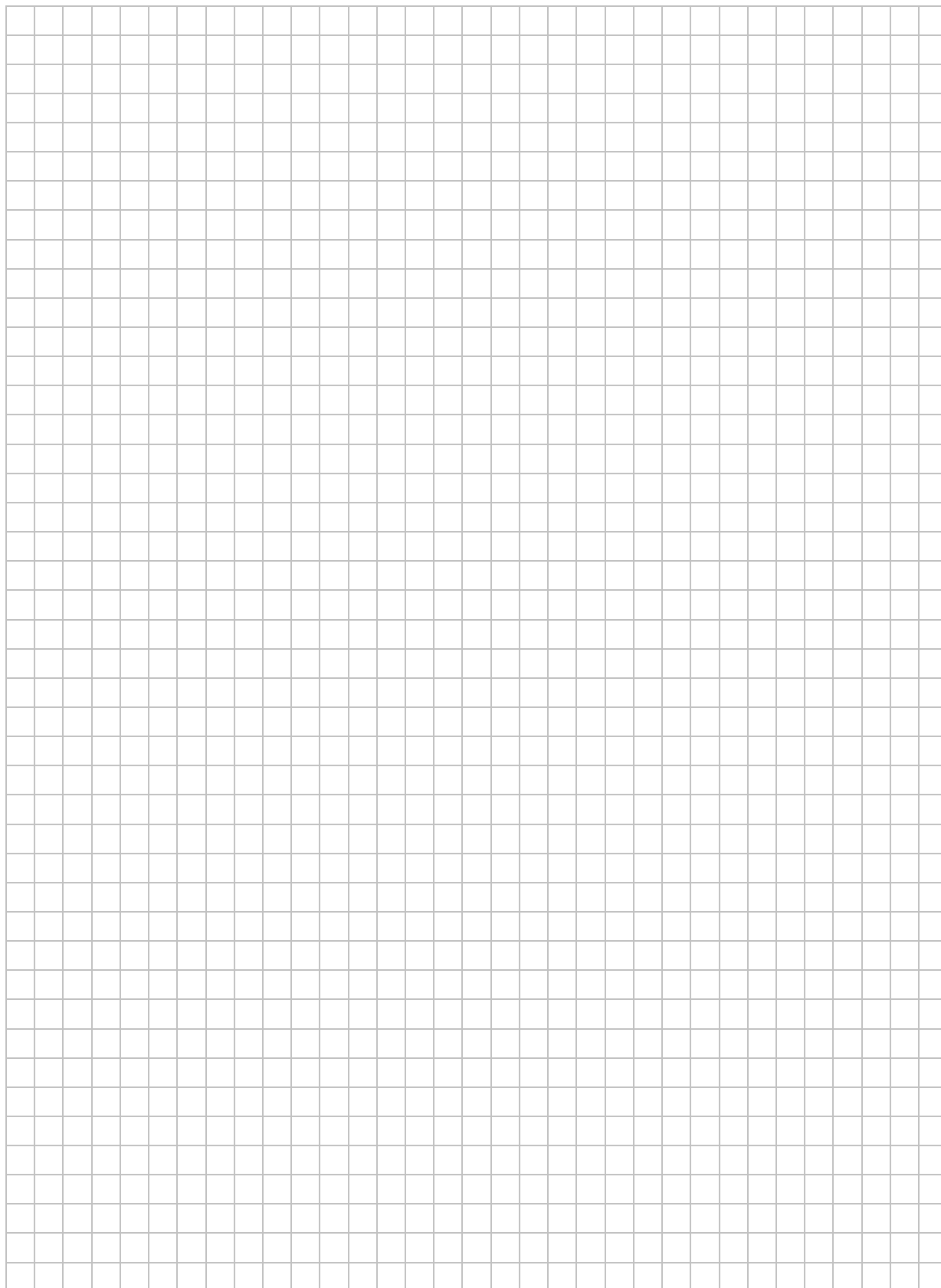
W trójkącie  $ABC$  punkt  $S$  jest środkiem okręgu wpisanego, a punkty  $M$  i  $N$  są punktami styczności tego okręgu z bokami  $AB$  i  $AC$  odpowiednio. Wykaż, że punkt  $S$  leży na okręgu opisanym na trójkącie  $AMN$ .



ZADANIE 7 (2 PKT)

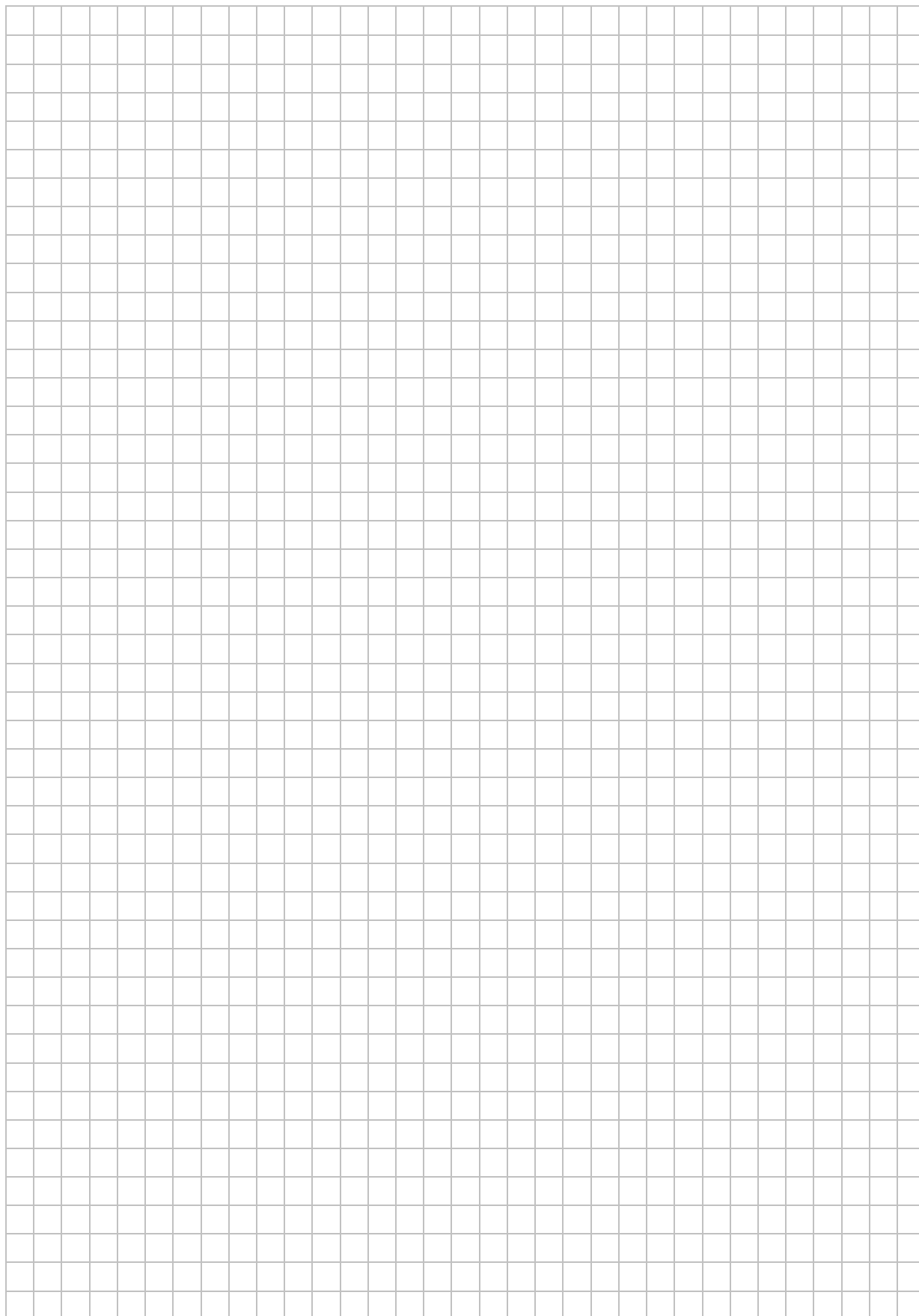
Uzasadnij, że dla dowolnych liczb dodatnich  $x$  i  $y$  prawdziwa jest nierówność

$$\frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2} \geq \frac{1}{x} + \frac{1}{y}.$$



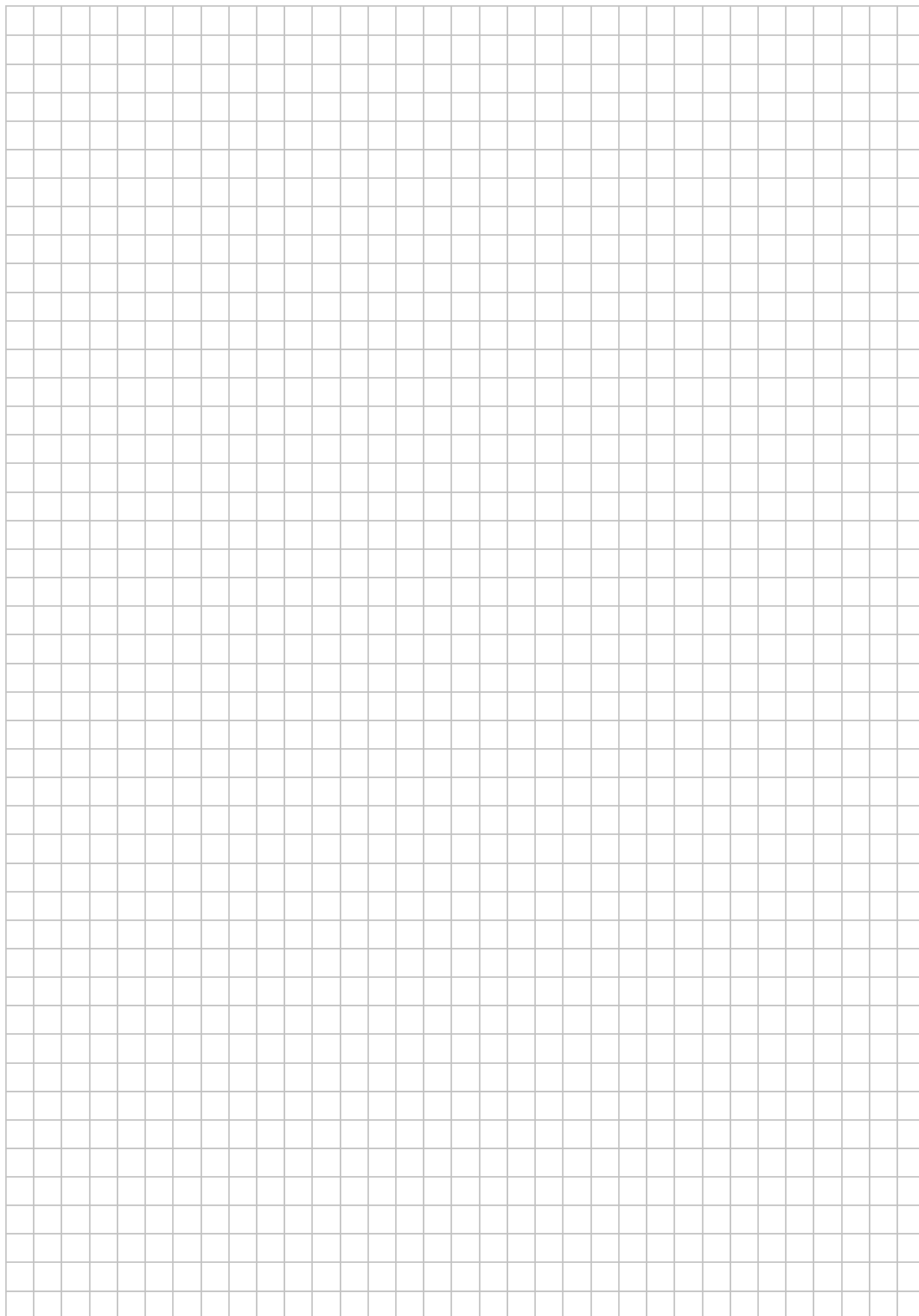
## ZADANIE 8 (3 PKT)

Wyznacz te wartości parametru  $m$ , dla których równanie  $\left| \frac{x-1}{x+1} \right| + m = 0$  z niewiadomą  $x$  ma dokładnie jedno rozwiązanie.



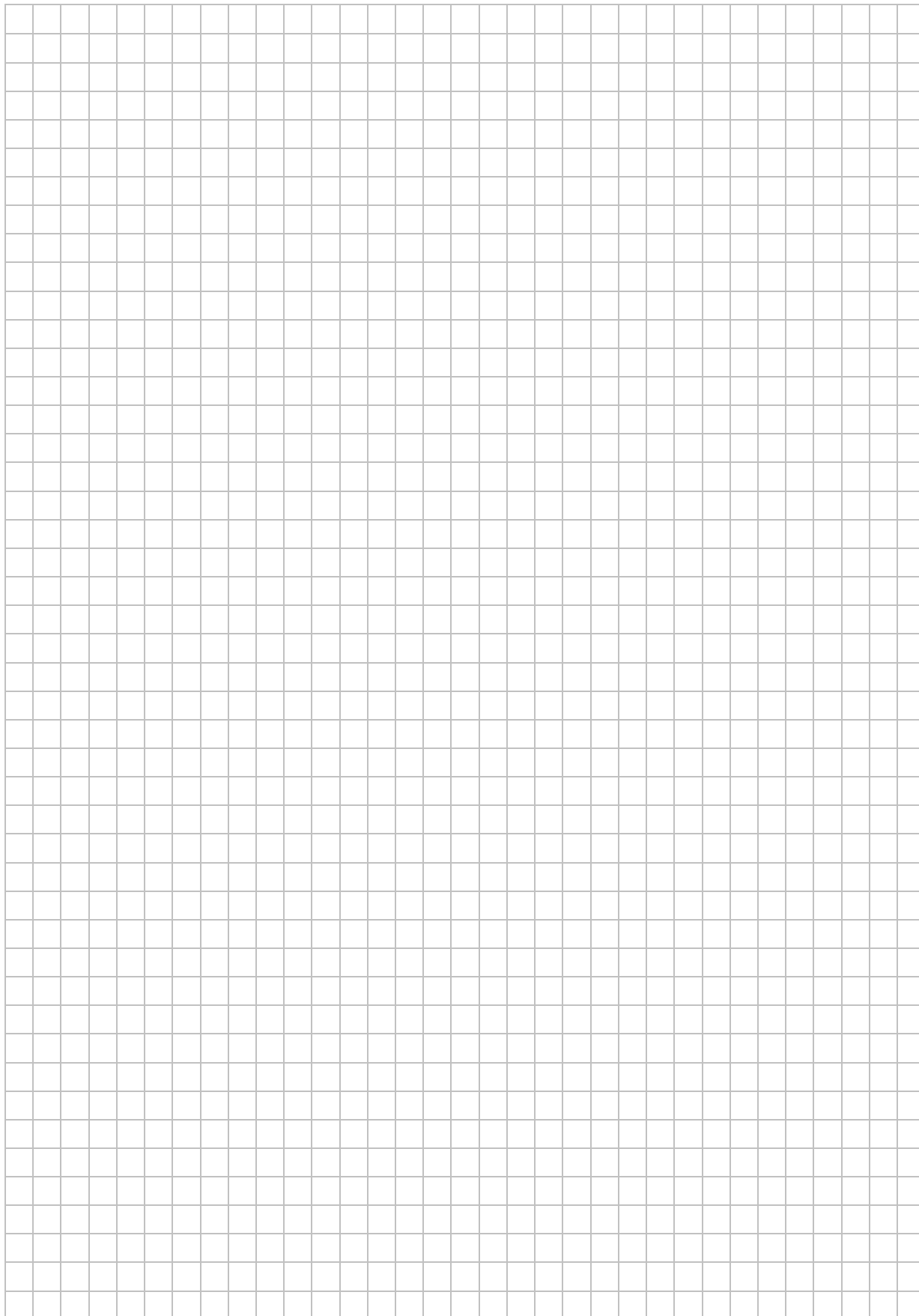
## ZADANIE 9 (3 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $a$ , dla których prosta o równaniu  $x - 8y - 5 = 0$  jest styczna do wykresu funkcji  $y = \frac{1}{x^4} + a$ .



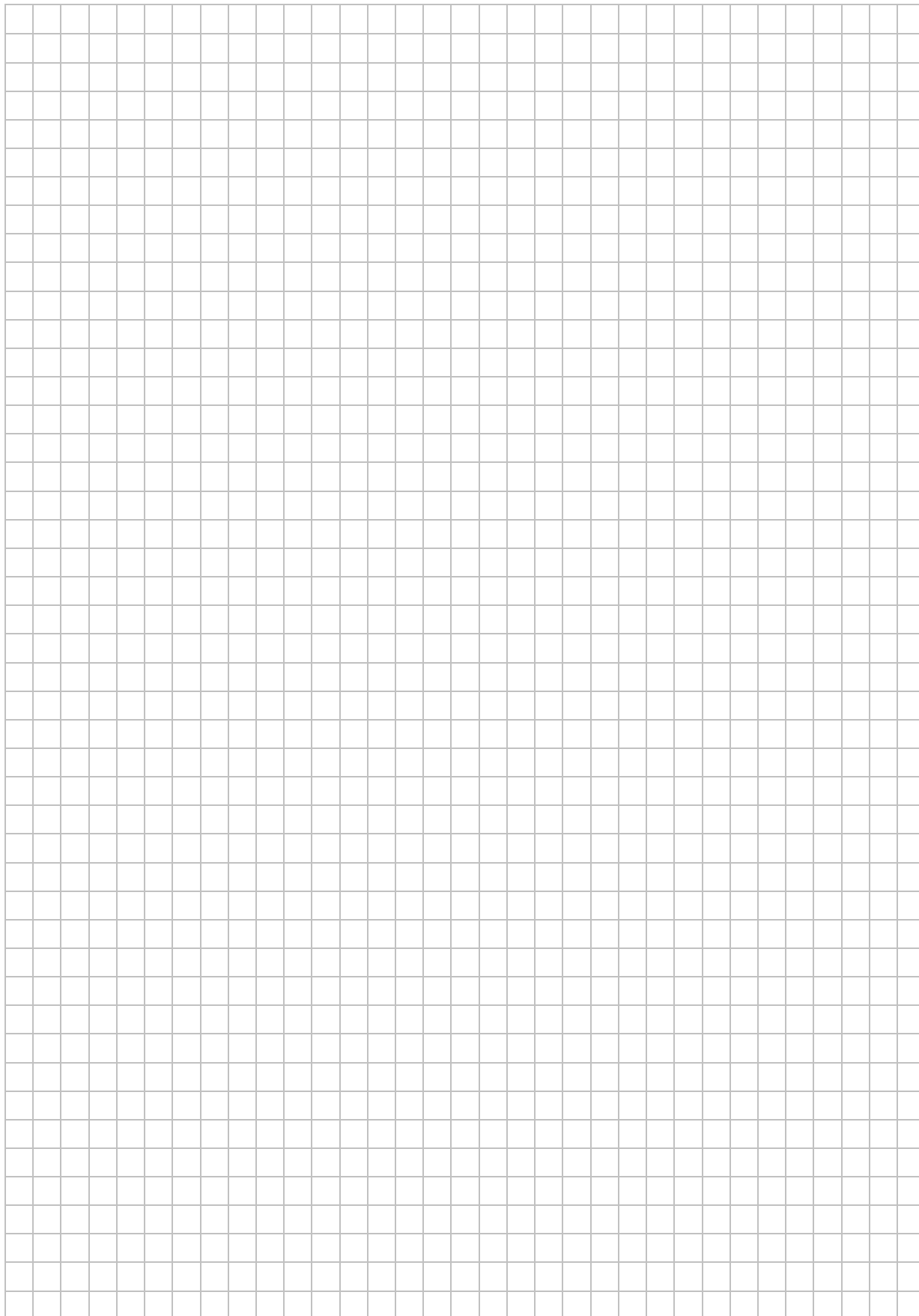
ZADANIE 10 (4 PKT)

Oblicz, ile jest ośmiocyfrowych liczb naturalnych takich, że iloczyn wszystkich ich cyfr w zapisie dziesiętnym jest równy 1323.



ZADANIE 11 (4 PKT)

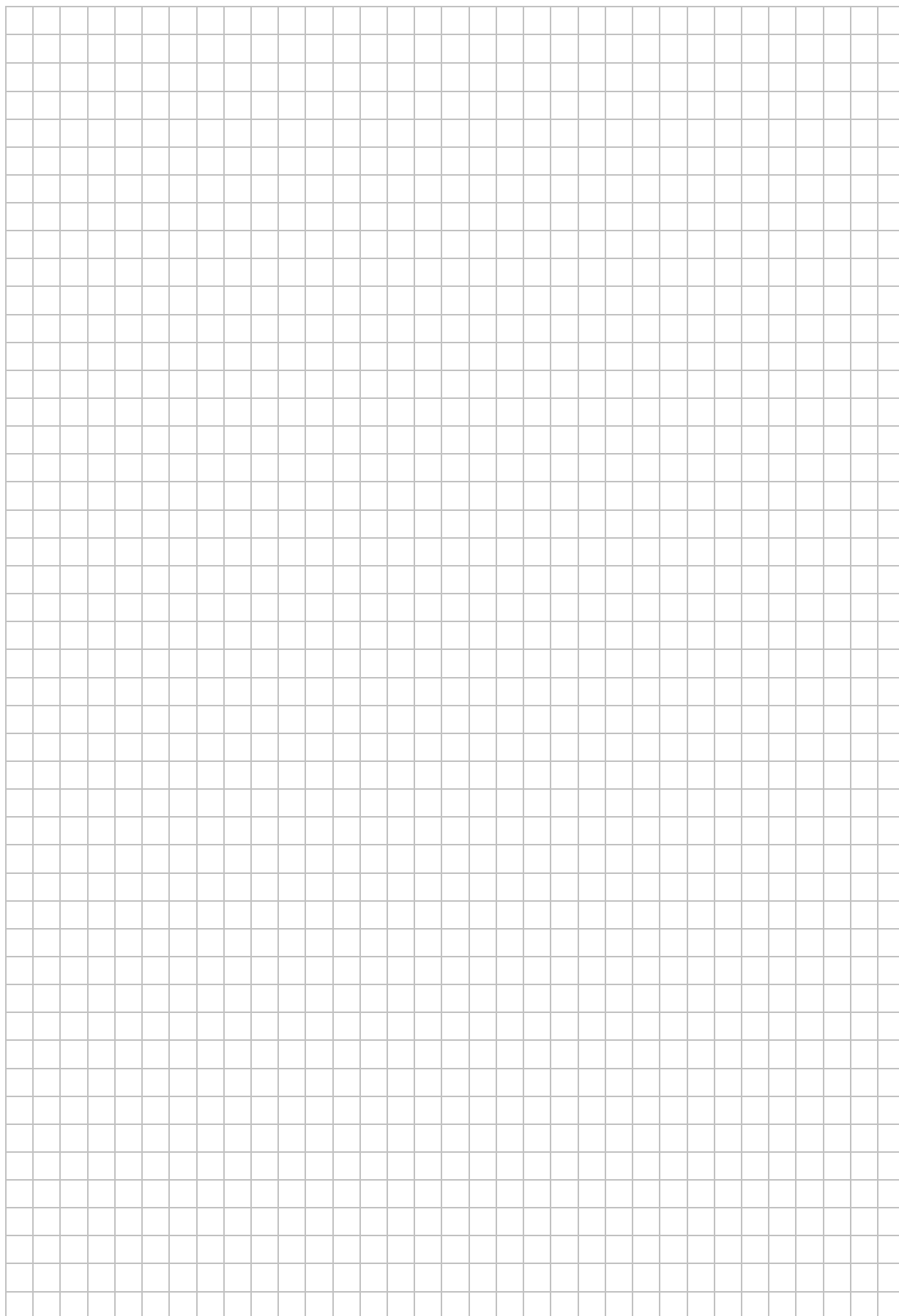
Oblicz miary kątów trójkąta, w którym długości boków tworzą ciąg geometryczny, a miary kątów tworzą ciąg arytmetyczny.





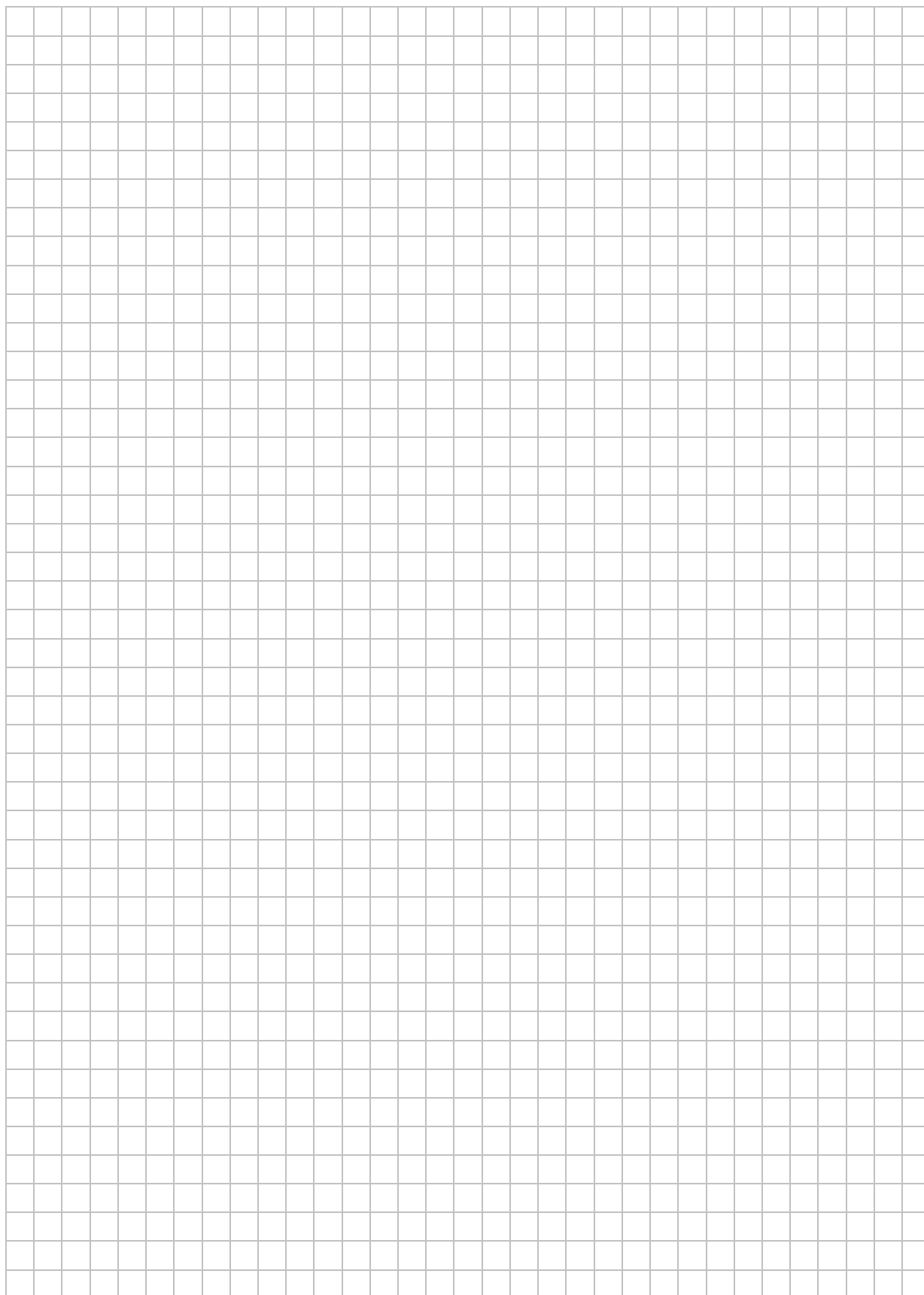
ZADANIE 12 (4 PKT)

Rozwiąż równanie  $4 \cos 9x \cos 3x = 2 \cos 12x - 1$  w przedziale  $\langle 0, \pi \rangle$ .



## ZADANIE 13 (5 PKT)

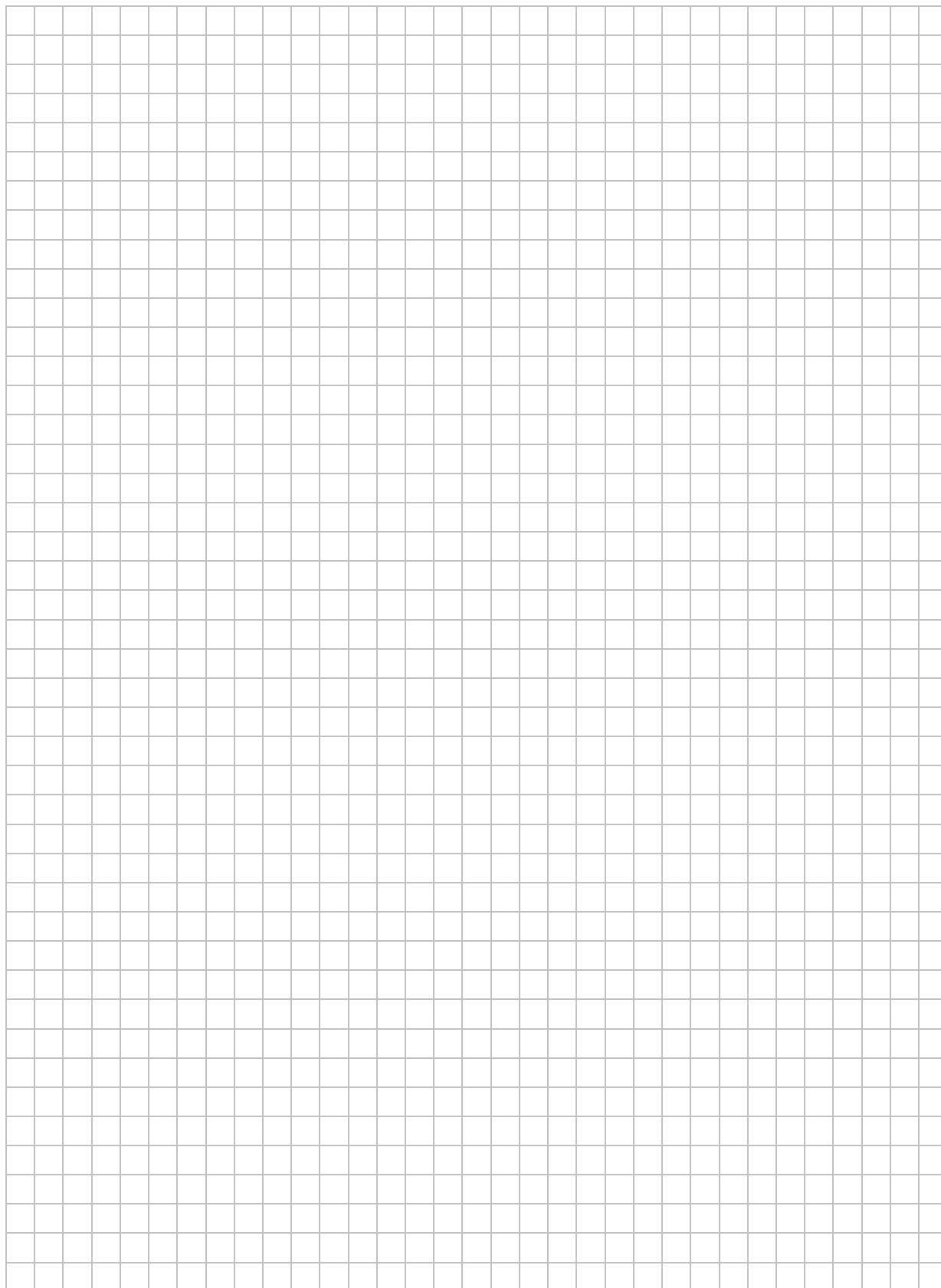
Wysokość ostrosłupa prawidłowego trójkątnego jest równa 4, a krawędź podstawy ma długość 1. Ostrosłup przecięto płaszczyzną, która przechodzi przez krawędź podstawy oraz jest prostopadła do przeciwległej krawędzi bocznej. Oblicz pole powierzchni tego przekroju.





## ZADANIE 14 (5 PKT)

Przekątna  $BD$  deltoidu zawiera się w prostej o równaniu  $y + 2x - 5 = 0$  i ma taką samą długość jak przekątna  $AC$ . Przekątne te przecinają się w punkcie  $P$ , takim że  $|AP| = 4|CP|$ . Wierzchołek  $A$  ma współrzędne  $(9,7)$ . Oblicz współrzędne wierzchołków  $B, C$  i  $D$  tego deltoidu.





## ZADANIE 15 (6 PKT)

Trzywyrazowy ciąg  $(a, b, c)$  o wyrazach dodatnich jest arytmetyczny, natomiast ciąg

$$\left( \frac{7}{a+b+2c}, \frac{1}{b}, \frac{2}{9a} \right)$$

jest geometryczny. Oblicz iloraz ciągu geometrycznego.

