Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

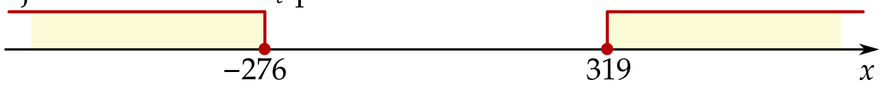
poziom podstawowy

20 kwietnia 2024

Czas pracy: 180 minut

ZADANIE 1 (1 PKT)

Na osi liczbowej zaznaczono sumę przedziałów.



Zbiór zaznaczony na osi jest zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

A) $|x-21,5| \geqslant 595$ B) $|2x-43| \geqslant 595$
C) $|x-43| \geqslant 297,5$ D) $|2x-21,5| \geqslant 297,5$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej x wyrażenie $\sqrt[3]{\sqrt[3]{x}\cdot\sqrt[4]{x}\cdot\sqrt[6]{x}}$ jest równe

A) $\sqrt[4]{x}$ B) $\sqrt[36]{x}$ C) $\sqrt[18]{x}$ D) $\sqrt[6]{x}$

Zadanie 3 (1 pkt)

Pan Łukasz wpłacił do banku pewną kwotę na lokatę dwuletnią. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank doliczał odsetki w wysokości 5% od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie. Po dwóch latach oszczędzania pan Łukasz odebrał z tego banku wraz z odsetkami kwotę 5292 zł (bez uwzględnienia podatków). Kwota wpłacona przez pana Łukasza na tę lokatę była równa

A) 4800 zł B) 4400 zł C) 4500 zł D) 4600 zł

Zadanie 4 (1 pkt)

Liczba $\log_3 \frac{1}{27} + \log_3 9$ jest równa

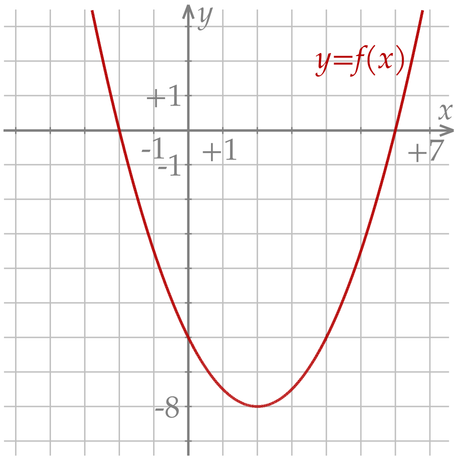
A) (-1) B) $\frac{1}{3}$ C) 3 D) 10

ZADANIE 5 (2 PKT)

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej n liczba $n^3 + 3n^2 - 28n$ jest podzielna przez 6.

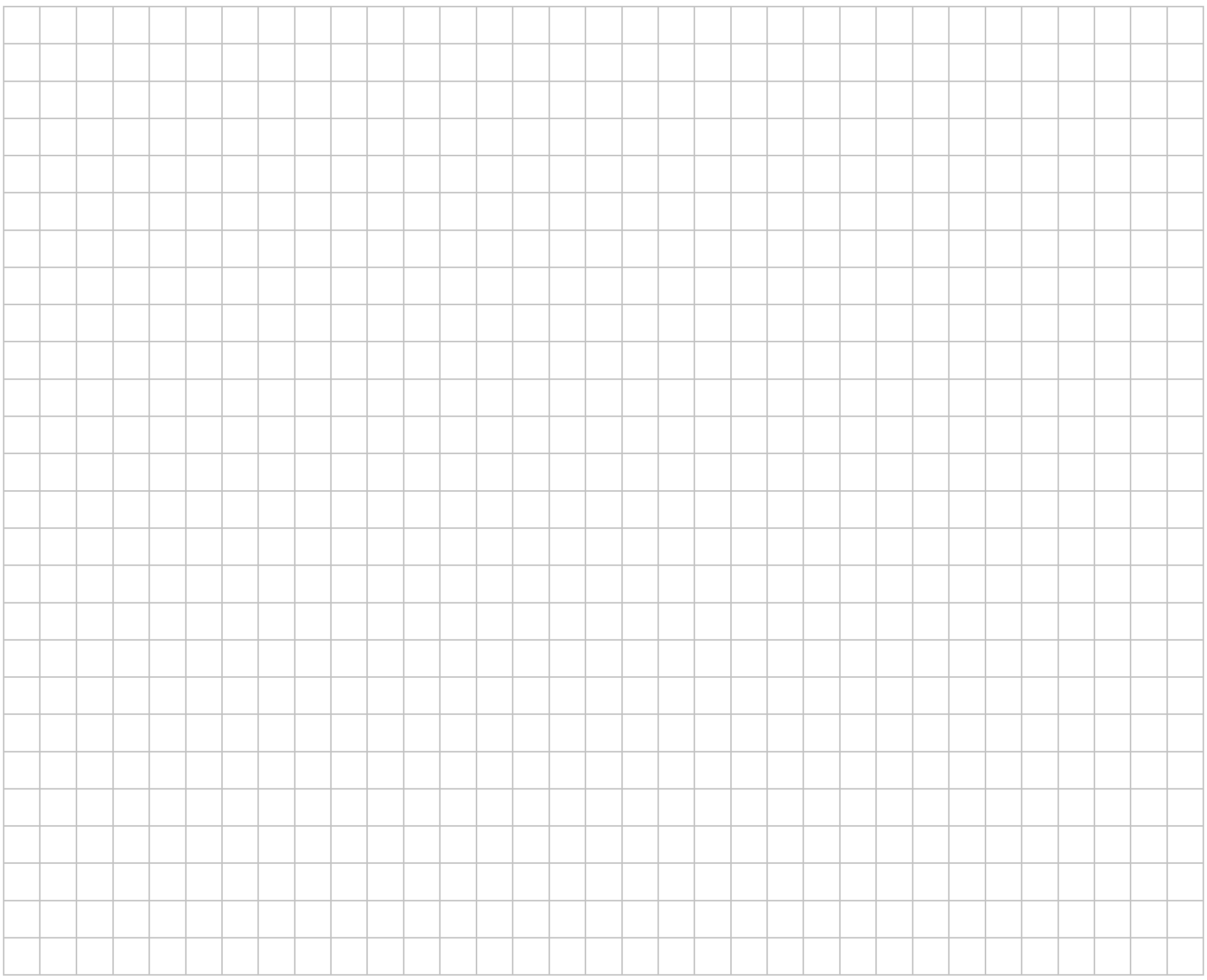
Informacja do zadań 6.1 – 6.4

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej f (zobacz rysunek). Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji f, oraz punkty przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych mają współrzędne całkowite.



ZADANIE 6.1 (1 PKT)

Wyznacz zbiór wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości z przedziału $[-6, 0]$.



ZADANIE 6.2 (1 PKT)

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

A) $(-\infty, 2]$ B) $(-\infty, -8]$ C) $[2, +\infty)$ D) $[-8, +\infty)$

ZADANIE 6.3 (2 PKT)

Dokończ zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród podanych.

Wzór funkcji f można przedstawić w postaci:

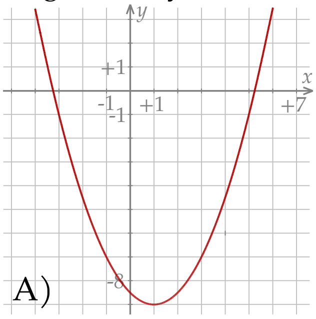
A) $f(x) = \frac{1}{2}(x-2)(x+6)$ B) $f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 8$

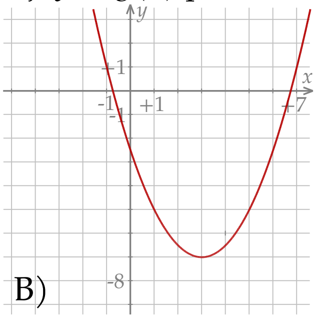
C) $f(x) = \frac{1}{2}(x+2)(x-6)$ D) $f(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 8$

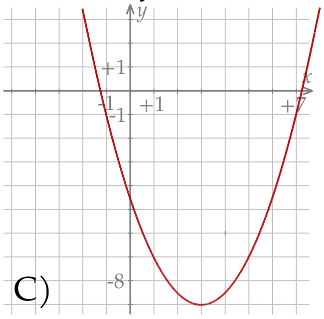
E) $f(x) = 2(x+2)(x-6)$ F) $f(x) = 2(x+2)^2 - 8$

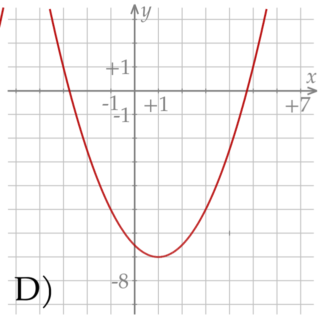
ZADANIE 6.4 (1 PKT)

Funkcja kwadratowa g jest określona za pomocą funkcji f następująco: $g(x) = f(x+1) + 1$. Fragment wykresu funkcji $y = g(x)$ przedstawiono na rysunku

A)


B)


C)


D)


ZADANIE 7 (1 PKT)

Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od $\left(-\frac{1}{2}\right)$, $\left(-\frac{1}{3}\right)$, 0 i $\frac{1}{3}$ wartość wyrażenia

$$\frac{9x^2-1}{6x^2+5x+1} \cdot \frac{4x^2+4x+1}{6x^2-2x}$$

jest równa wartości wyrażenia

A) $1 + \frac{1}{2x}$ B) $\frac{3}{2} + \frac{1}{2x}$ C) $\frac{2}{3} + \frac{1}{3x}$ D) $x + \frac{2}{x}$

ZADANIE 8 (1 PKT)

Podstawa CD trapezu równoramiennego $ABCD$, który nie jest równoległobokiem, ma równanie $y = x + 3$. Ponadto $A = (-2, -4)$ i $B = (7, 5)$. Oś symetrii tego trapezu ma równanie
A) $g(x) = x - 2$ B) $g(x) = -x + 3$ C) $g(x) = -x - 6$ D) $g(x) = x + 2$

ZADANIE 9 (1 PKT)

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$-2(x+3) \geqslant \frac{2-x}{3}$$

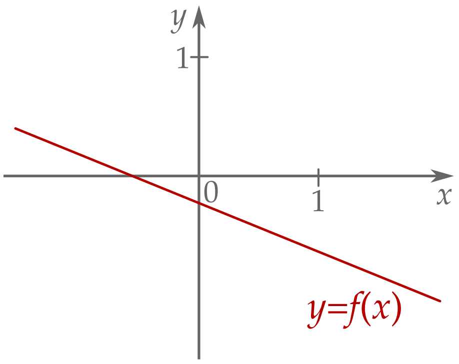
jest przedział
A) $(-\infty, -4]$ B) $(-\infty, 4]$ C) $[-4, +\infty)$ D) $[4, +\infty)$

Zadanie 10 (3 pkt)

Rozwiąż równanie $12x^3 - 18 = 27x - 8x^2$.

Zadanie 11 (1 pkt)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = ax + b$, gdzie a i b są pewnymi liczbami rzeczywistymi. Na rysunku obok przedstawiono fragment wykresu funkcji f w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y).



Liczba a oraz liczba b we wzorze funkcji f spełniają warunki:

A) $a > 0$ i $b > 0$ B) $a > 0$ i $b < 0$ C) $a < 0$ i $b > 0$ D) $a < 0$ i $b < 0$

Zadanie 12 (1 pkt)

Pięciowyrazowy ciąg $\left(-\frac{27}{4}, x, -3, y, -\frac{4}{3}\right)$ jest geometryczny i nie wszystkie jego wyrazy są ujemne. Iloczyn wszystkich wyrazów tego ciągu jest równy

A) 81   B) -243 C) $\frac{243}{2}$ D) $-\frac{81}{2}$

Zadanie 13 (1 pkt)

Równanie

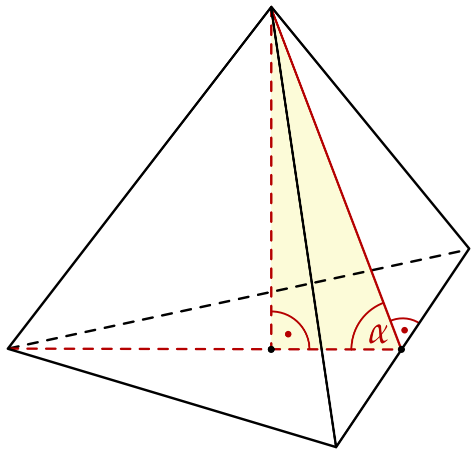
$$\frac{(x-4)(x^2-4)}{(x^2-6x+8)(x^3+ax+5)} = 0$$

z niewiadomą x nie ma rozwiązań rzeczywistych. Liczba a jest więc równa

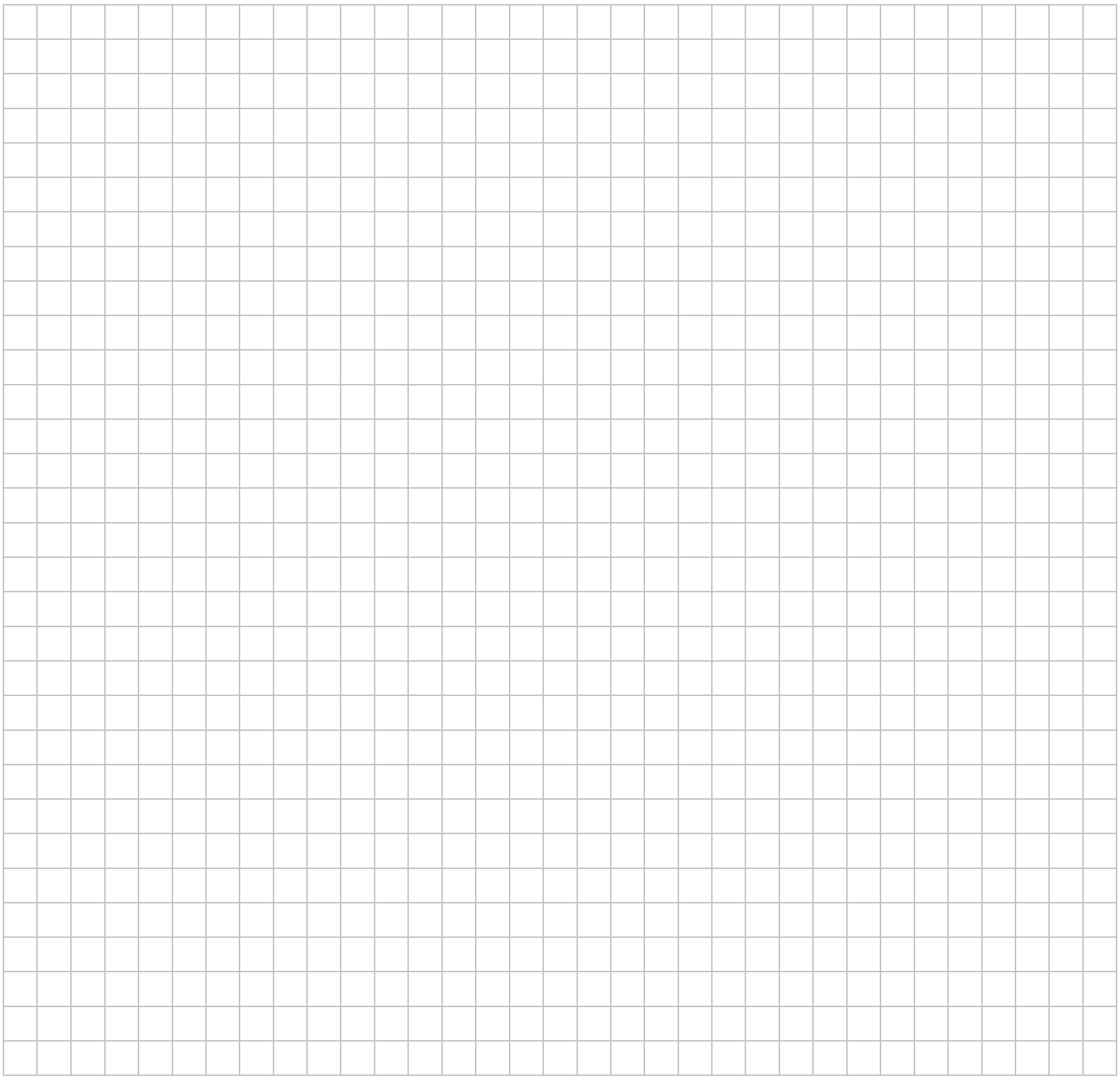
A) 6,5   B) 4   C) $-1,5$ D) -2

ZADANIE 14 (3 PKT)

Objętość ostrosłupa prawidłowego trójkątnego jest równa $288\sqrt{3}$. Wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa tworzy z płaszczyzną podstawy kąt o mierze α taki, że $\operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{3}$.

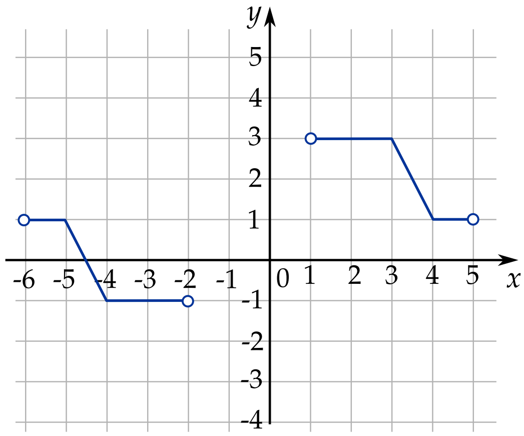


Oblicz wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa.



Informacja do zadań 15.1 – 15.3

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ (zobacz rysunek).



ZADANIE 15.1 (1 PKT)

Zapisz poniżej zbiór wszystkich rozwiązań nierówności $f(x) \leqslant 1$.

ZADANIE 15.2 (1 PKT)

Dziedziną funkcji f jest zbiór

A) $[-1,1) \cup (1,3]$ B) $[-1,3]$ C) $(-1,1) \cup (1,3)$
D) $[-5,-1] \cup [1,5]$ E) $(-6,5)$ F) $(-6,-2) \cup (1,5)$

ZADANIE 15.3 (1 PKT)

Zbiorem wartości funkcji $y = f(x-2) - 2$ jest zbiór

A) $[-3,1]$ B) $[-1,3]$ C) $(-8,-4) \cup (-1,3)$
D) $[-5,-1] \cup [1,5]$ E) $[1,5]$ F) $[-5,-3]$

ZADANIE 16 (2 PKT)

Pan Tomasz spłacił pożyczkę w wysokości 26760 zł w 24 ratach. Pierwsze 13 rat miało tą samą wysokość, a każda kolejna rata była o 60 zł mniejsza od poprzedniej. Oblicz kwotę pierwszej raty.

ZADANIE 17 (1 PKT)

Dane są proste k i l o równaniach

$$\begin{aligned} k: &\quad y = -\frac{1}{2}x - 9 \\ l: &\quad y = (2m+1)x + 11. \end{aligned}$$

Proste k oraz l są równoległe, gdy

A) $m = \left(-\frac{1}{4}\right)$ B) $m = \frac{1}{4}$ C) $m = \frac{3}{4}$ D) $m = \left(-\frac{3}{4}\right)$

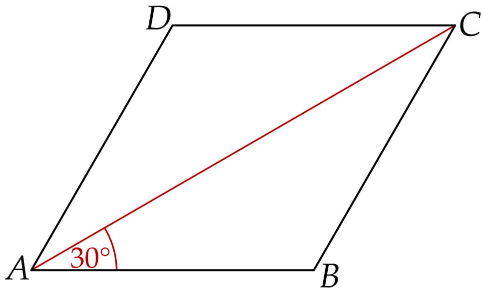
ZADANIE 18 (1 PKT)

Dla każdego kąta ostrego α wyrażenie $\operatorname{tg}^2\alpha + \frac{1}{\sin^2\alpha - 1}$ jest równe

A) 1 B) $1+\sin^2\alpha$ C) $\cos^2\alpha$ D) -1

ZADANIE 19 (1 PKT)

W rombie $ABCD$ o polu $6\sqrt{3}$ dłuższa przekątna AC tworzy z bokiem AB kąt o mierze 30° (zobacz rysunek).

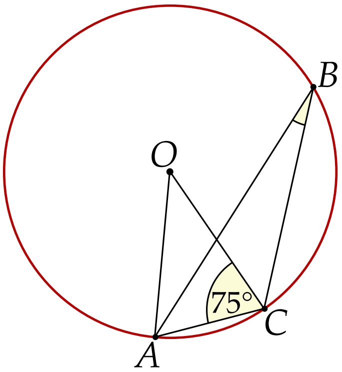


Długość przekątnej AC jest równa

A) 6
B) 9
C) $6\sqrt{3}$
D) $6\sqrt{2}$

Zadanie 20 (1 pkt)

Punkty A, B, C leżą na okręgu o środku w punkcie O. Kąt ACO ma miarę 75° (zobacz rysunek).



Miara kąta ostrego ABC jest równa

A) 10° B) 15° C) 35° D) 20°

ZADANIE 21 (1 PKT)

Dany jest graniastosłup prawidłowy czworokątny, w którym krawędź podstawy ma długość 15. Przekątna ściany bocznej graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod α takim, że $\cos\alpha = \frac{3}{4}$. Długość przekątnej tego graniastosłupa jest równa

A) 25 B) $15\sqrt{2}$ C) $10\sqrt{2}$ D) 20

ZADANIE 22 (1 PKT)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), punkt $(-6, 8)$ jest punktem przecięcia prostych o równaniach

A) $2x + 3y = 12$ i $-x + y = -14$ B) $3x + 2y = -2$ i $-2x + y = 20$

C) $x + y = 2$ i $x - 2y = 4$ D) $x - y = -14$ i $2x + y = 10$

ZADANIE 23 (1 PKT)

Pole trójkąta równobocznego T_1 jest równe $\frac{6{,}25\cdot\sqrt{3}}{4}$. Pole trójkąta równobocznego T_2 jest równe $\frac{56{,}25\cdot\sqrt{3}}{4}$.

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1, 2 albo 3.

Trójkąt T_2 jest podobny do trójkąta T_1 w skali

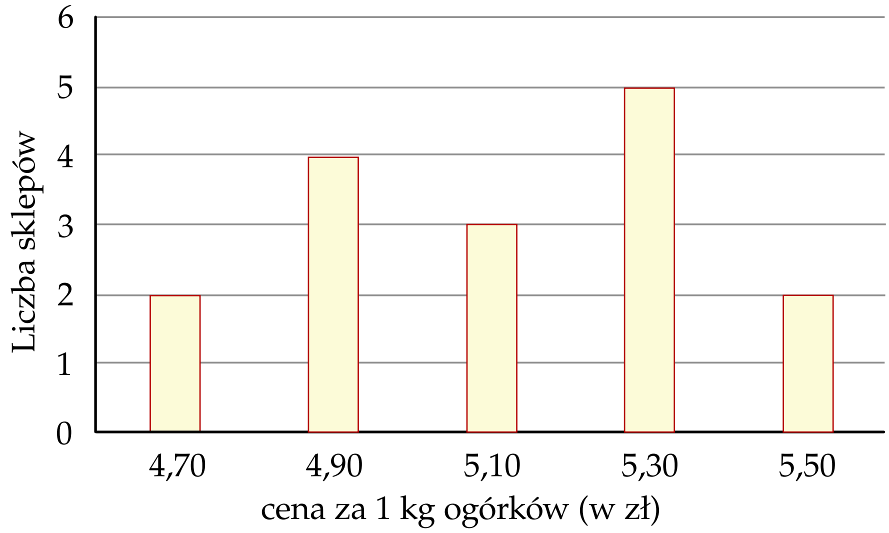
A) 5,	**B)** 3,

ponieważ

1)	pole trójkąta T_2 jest 25 razy większe od pola trójkąta T_1.
2)	bok trójkąta T_2 jest o 5 dłuższy od boku trójkąta T_1.
3)	bok trójkąta T_2 jest 3 razy dłuższy od boku trójkąta T_1.

Informacja do zadań 24.1 i 24.2

Na diagramie poniżej przedstawiono ceny ogórków w szesnastu wybranych sklepach.



ZADANIE 24.1 (1 PKT)

Mediana ceny kilograma ogórków w tych wybranych sklepach jest równa

A) 4,80 zł B) 4,90 zł C) 5,00 zł D) 5,10 zł E) 5,20 zł

Zadanie 24.2 (1 pkt)

Średnia cena kilograma ogórków w tych wybranych sklepach, zaokrąglona do dwóch miejsc po przecinku, jest równa

A) 5,10 zł B) 5,14 zł C) 5,11 zł D) 5,13 zł E) 5,12 zł

Zadanie 25 (1 pkt)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkty $A = (-17, -11)$ i $B = (43, -31)$ są wierzchołkami równoległoboku $ABCD$. Punkt $S = (23, 9)$ jest środkiem symetrii tego równoległoboku. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Równoległobok $ABCD$ jest rombem.	**P**	**F**
Równoległobok $ABCD$ jest prostokątem.	**P**	**F**

Zadanie 26 (2 pkt)

E–dowód ma zapisany na pierwszej stronie specjalny sześciocyfrowy numer CAN, który zabezpiecza go przed odczytaniem danych przez osoby nieuprawnione. Oblicz, ile jest wszystkich sześciocyfrowych numerów CAN o różnych cyfrach, spełniających warunek: trzy pierwsze cyfry są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego o różnicy mniejszej niż (-2).

ZADANIE 27 (1 PKT)

Ze zbioru liczb $\{1,2,3,4,5,6\}$ losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. **Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.**

Prawdopodobieństwo wylosowania dwóch liczb, których suma dzieli się przez 9 jest większe od 0,1.	**P**	**F**
Prawdopodobieństwo tego, że pierwsza liczba dzieli drugą jest mniejsze niż 0,38.	**P**	**F**

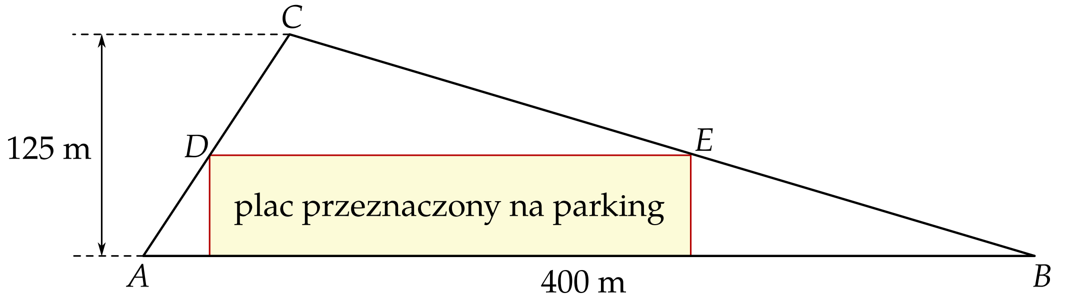
ZADANIE 28 (1 PKT)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (-1)^{n+1} \cdot \frac{n-1}{2}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geqslant 1$. Piąty wyraz tego ciągu jest równy

A) 2 B) (-2) C) 3 D) (-1)

ZADANIE 29 (4 PKT)

Działka ma kształt trójkąta o podstawie $|AB| = 400$ m. Wysokość trójkąta opuszczona na podstawę AB jest równa 125 m, a jego kąty CAB i CBA są ostre. Z działki postanowiono wydzielić plac w kształcie prostokąta z przeznaczeniem na parking. Dwa z wierzchołków tego prostokąta mają leżeć na podstawie AB tego trójkąta, a dwa pozostałe – E oraz F – na bokach AC i BC trójkąta (zobacz rysunek).



Wyznacz długości boków prostokąta, dla których powierzchnia wydzielonego placu będzie największa. Wyznacz tę największą powierzchnię.