

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

19 MARCA 2022

**CZAS PRACY: 180 MINUT**

## Zadania zamknięte

### ZADANIE 1 (1 PKT)

Odległość liczby  $x$  od liczby  $-7$  na osi liczbowej jest równa

- A)  $|x + 7|$                       B)  $|x - 7|$                       C)  $|7x|$                       D)  $|x| + 7$

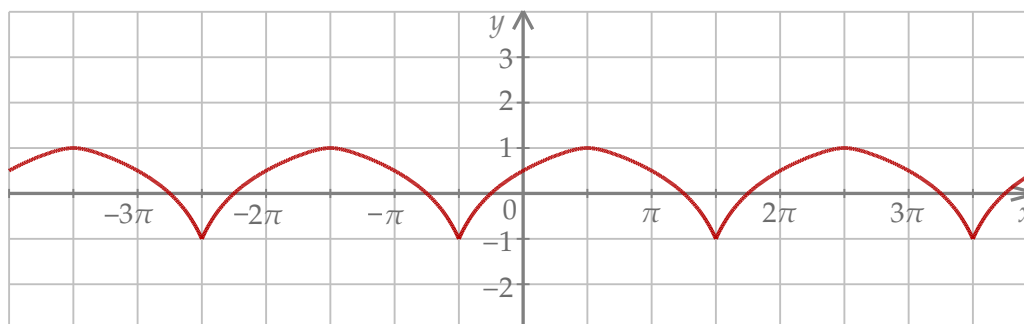
### ZADANIE 2 (1 PKT)

Granice  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(an^4 + bn^2 - 1)^2}{(2n+1)^4}$  i  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(2n+1)^4}{(an^4 + bn^2 - 1)^2}$  są równe. Stąd wynika, że

- A)  $a = 0$  i  $|b| = 2$               B)  $|a| = 1$  i  $b = 2$               C)  $|a| = 1$  i  $|b| = 2$               D)  $a = 0$  i  $|b| = 4$

### ZADANIE 3 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji  $f$  określonej dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ .



Jeden spośród podanych poniżej wzorów jest wzorem tej funkcji. Wskaż wzór funkcji  $f$ .

- A)  $f(x) = \frac{\cos x - 1}{|\sin x| + 1} + 1$                       B)  $f(x) = \frac{\sin x + 1}{|\cos x| + 1} - 1$   
 C)  $f(x) = \frac{\sin x - 1}{|\cos x| + 1} + 1$                       D)  $f(x) = \frac{\cos x + 1}{|\sin x| + 1} - 1$

### ZADANIE 4 (1 PKT)

Suma szeregu geometrycznego  $9 - 3\sqrt{3} + 3 - \sqrt{3} + \dots$  jest równa

- A)  $\frac{9\sqrt{3} + 27}{2}$                       B)  $\frac{27 - 9\sqrt{3}}{2}$                       C)  $\frac{9\sqrt{3} - 27}{2}$                       D)  $\frac{-27 - 9\sqrt{3}}{2}$

ZADANIE 5 (2 PKT)

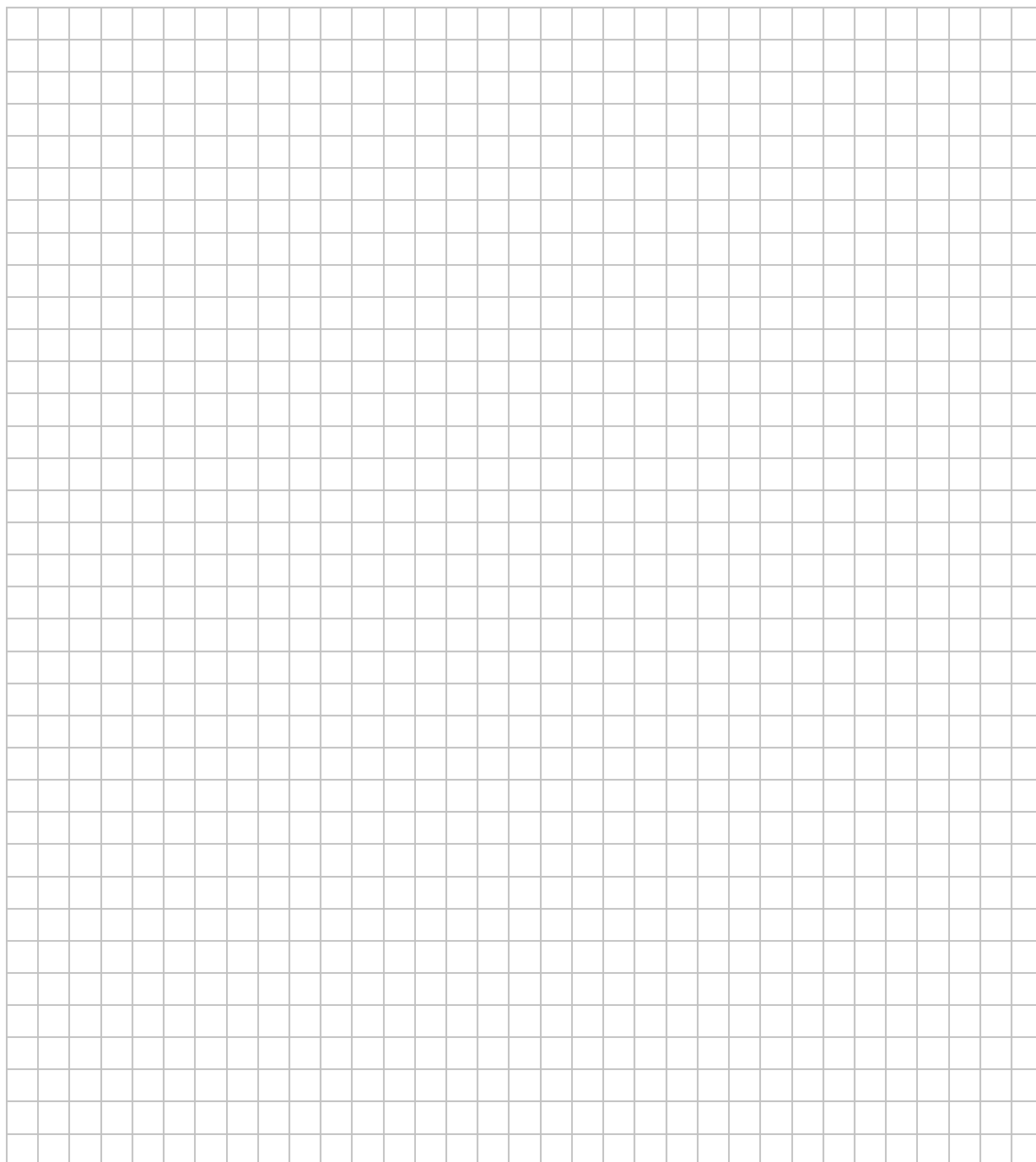
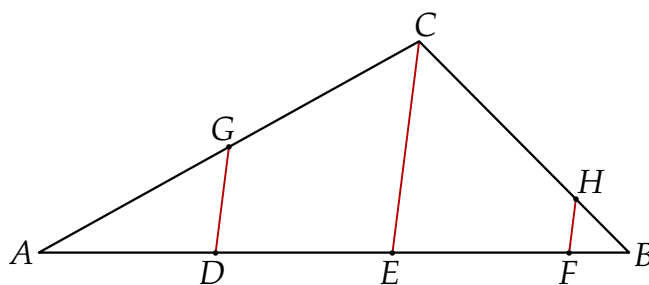
Reszta z dzielenia wielomianu  $W(x)$  przez  $x - 2$  jest równa 7. Oblicz resztę z dzielenia wielomianu  $W(x + 1)$  przez wielomian  $x - 1$ .

ZADANIE 6 (3 PKT)

Niech  $\log_3 12 = c$ . Wykaż, że  $\log_2 9 = \frac{4}{c-1}$ .

ZADANIE 7 (3 PKT)

Dany jest trójkąt  $ABC$ . Na boku  $AB$  tego trójkąta obrano punkty  $D, E$  i  $F$  tak, że  $|AD| = |DE| = |EF| = 3|FB|$ . Na bokach  $AC$  i  $BC$  obrano – odpowiednio – punkty  $G$  i  $H$  tak, że  $DG \parallel EC$  oraz  $FH \parallel EC$  (zobacz rysunek). Wykaż, że jeżeli pole trójkąta  $ADG$  jest równe  $S$ , to pole trójkąta  $FBH$  jest równe  $\frac{1}{6}S$ .

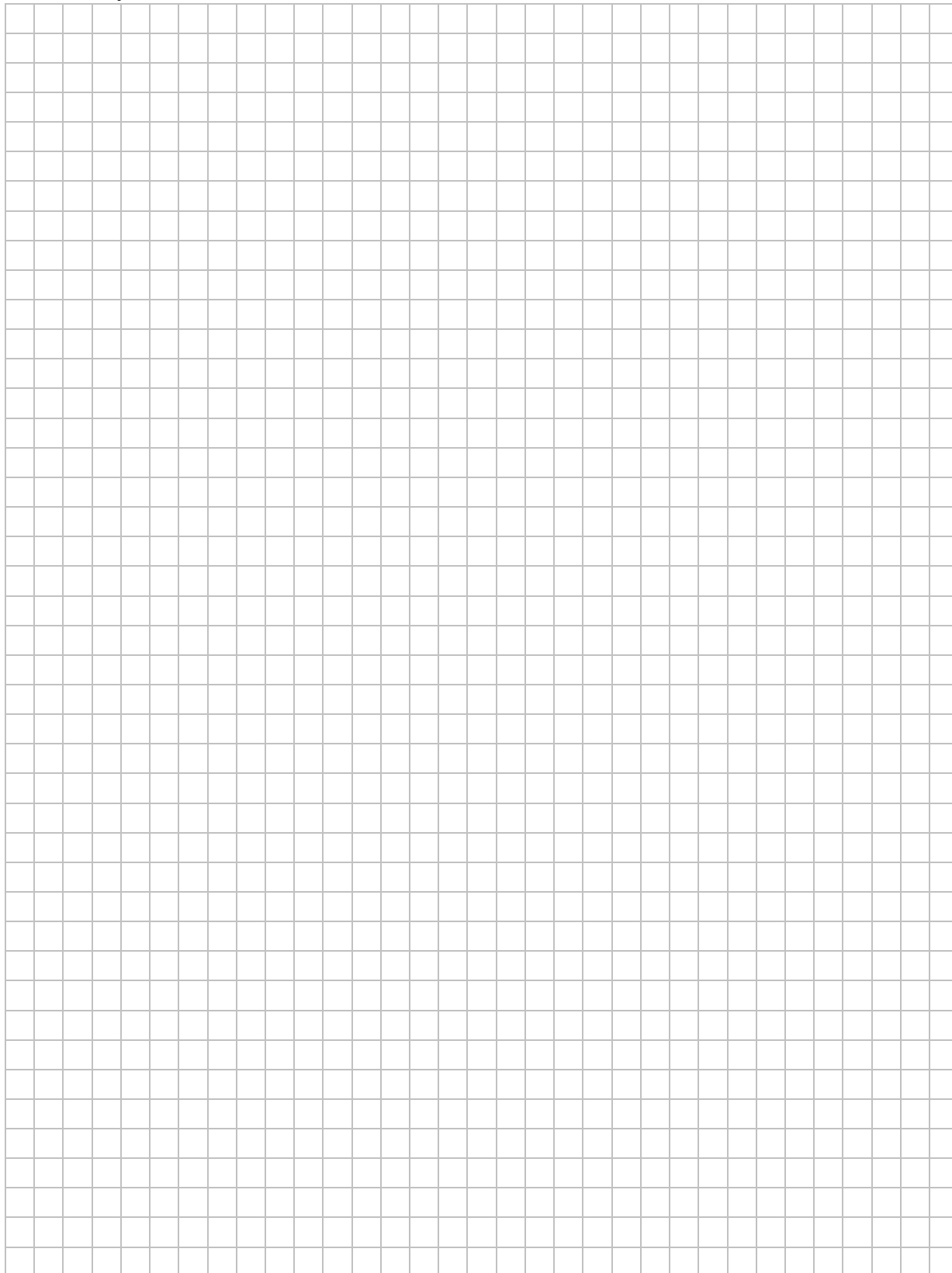


## ZADANIE 8 (3 PKT)

Liczby  $p$  i  $q$  są pierwiastkami równania  $x^2 - 45x + 4 = 0$ . Wykaż, że wartość wyrażenia

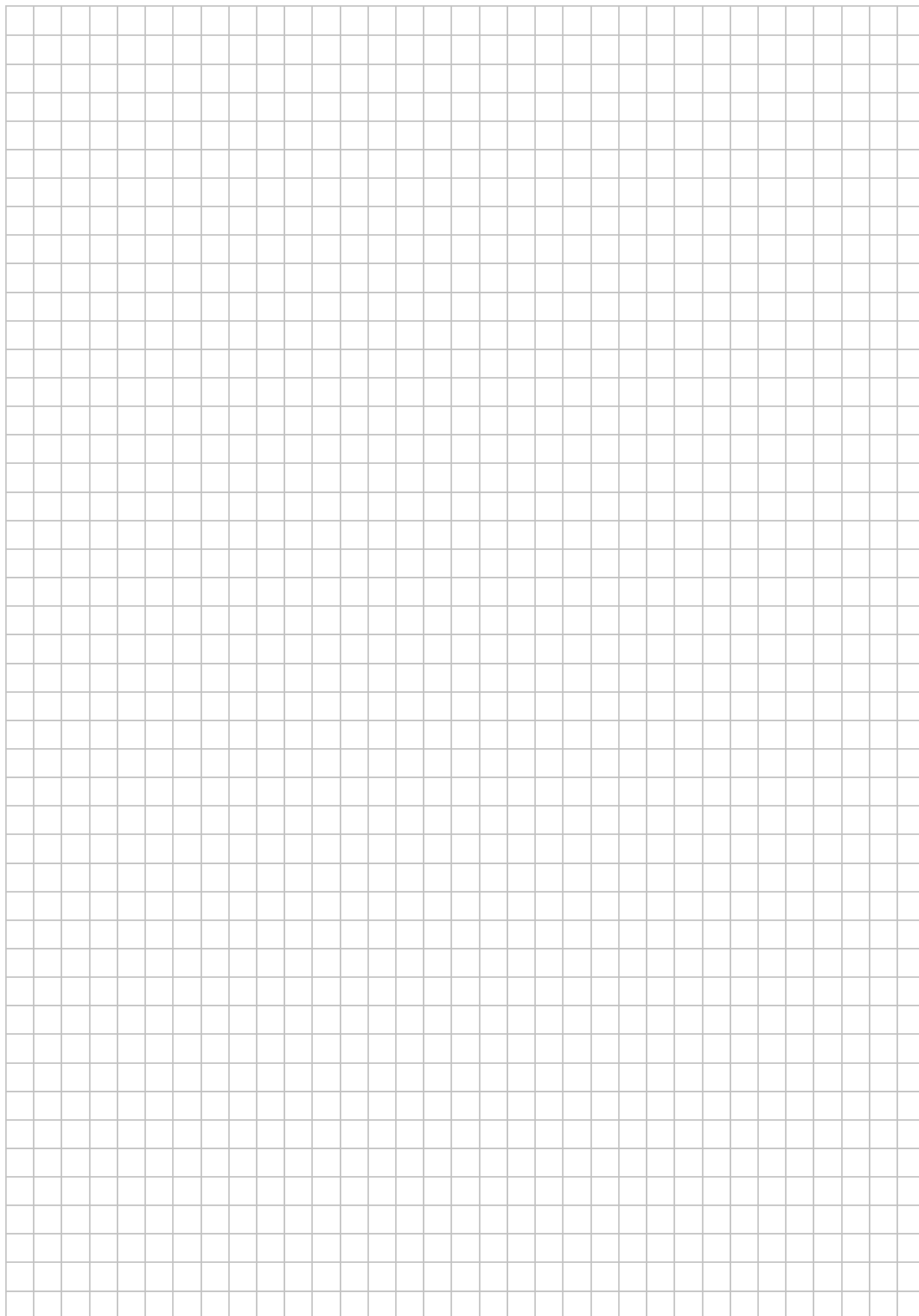
$$\frac{1}{\sqrt{p}} + \frac{1}{\sqrt{q}}$$

jest liczbą wymierną.



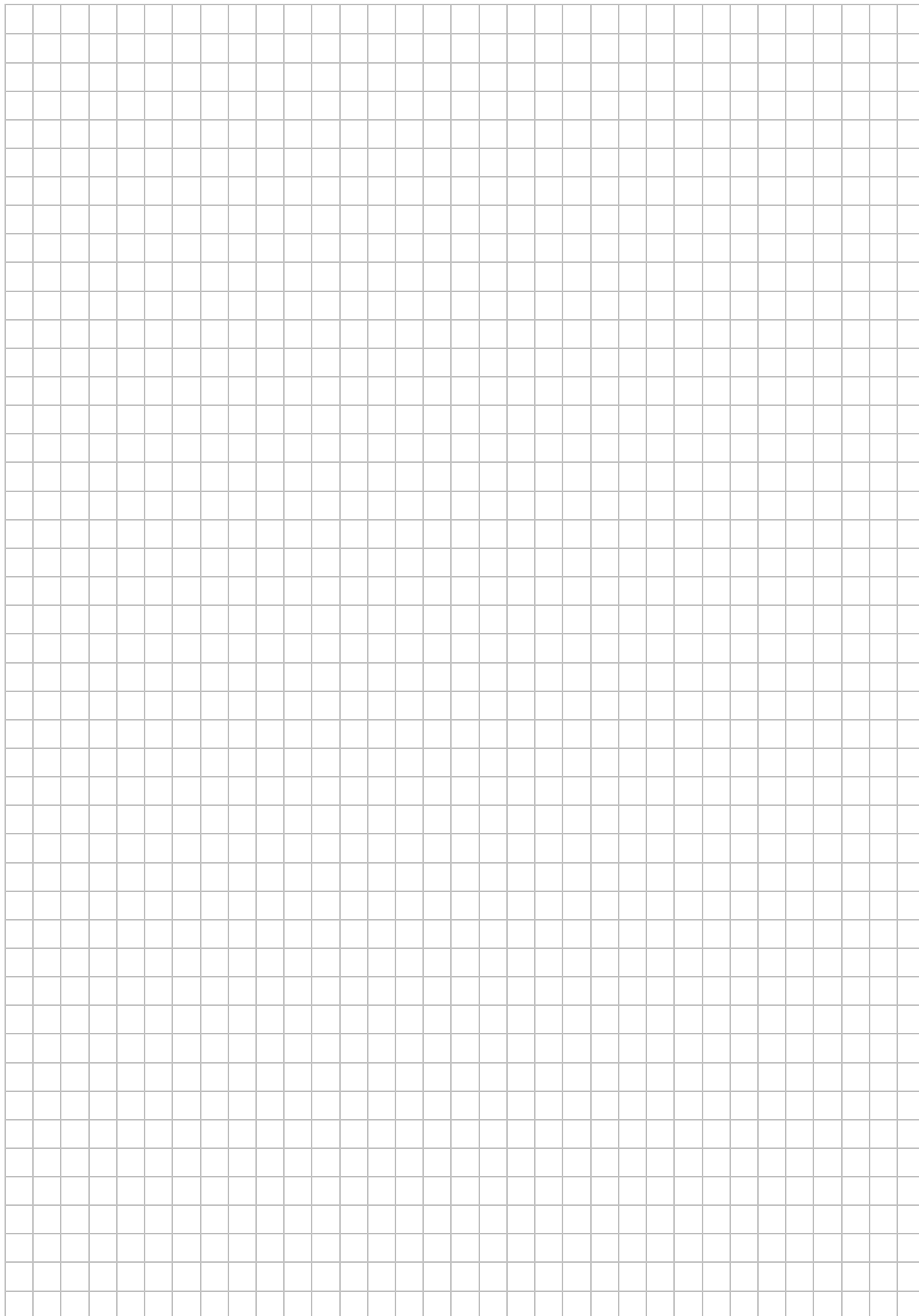
ZADANIE 9 (4 PKT)

Wykaż, że wszystkie trójkąty ograniczone osiami układu współrzędnych i dowolną styczną do wykresu funkcji  $f(x) = \frac{4}{x}$ , określonej dla  $x \neq 0$ , mają równe pola.



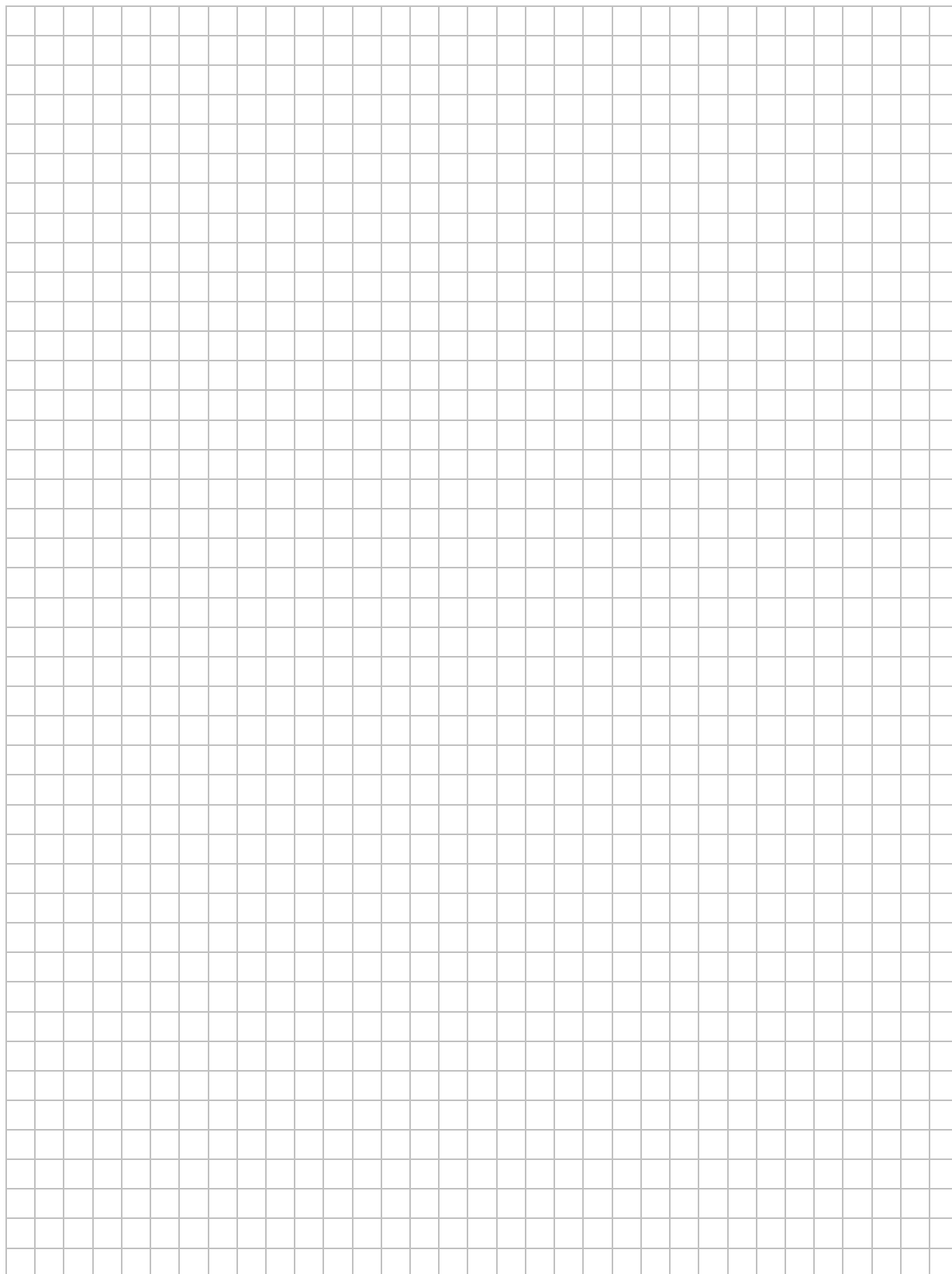
## ZADANIE 10 (5 PKT)

Dane są dwa okręgi o równaniach  $(x + 3)^2 + y^2 = 16$  i  $x^2 + (y + m)^2 = m^2$ ,  $m > 0$ . Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których te okręgi mają jeden punkt wspólny.



## ZADANIE 11 (4 PKT)

W pewnym wagonie kolejowym pasażerowie siadają w sposób losowy na 54 siedzeniach, które są ustawione po trzy siedzenia w jednym rzędzie. Do wagonu wsiadło o 3 pasażerów mniej niż dostępna liczba siedzeń i dokładnie troje z tych pasażerów to mężczyźni. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że mężczyźni usiedli w jednym rzędzie i jednocześnie jeden cały rząd pozostał pusty.

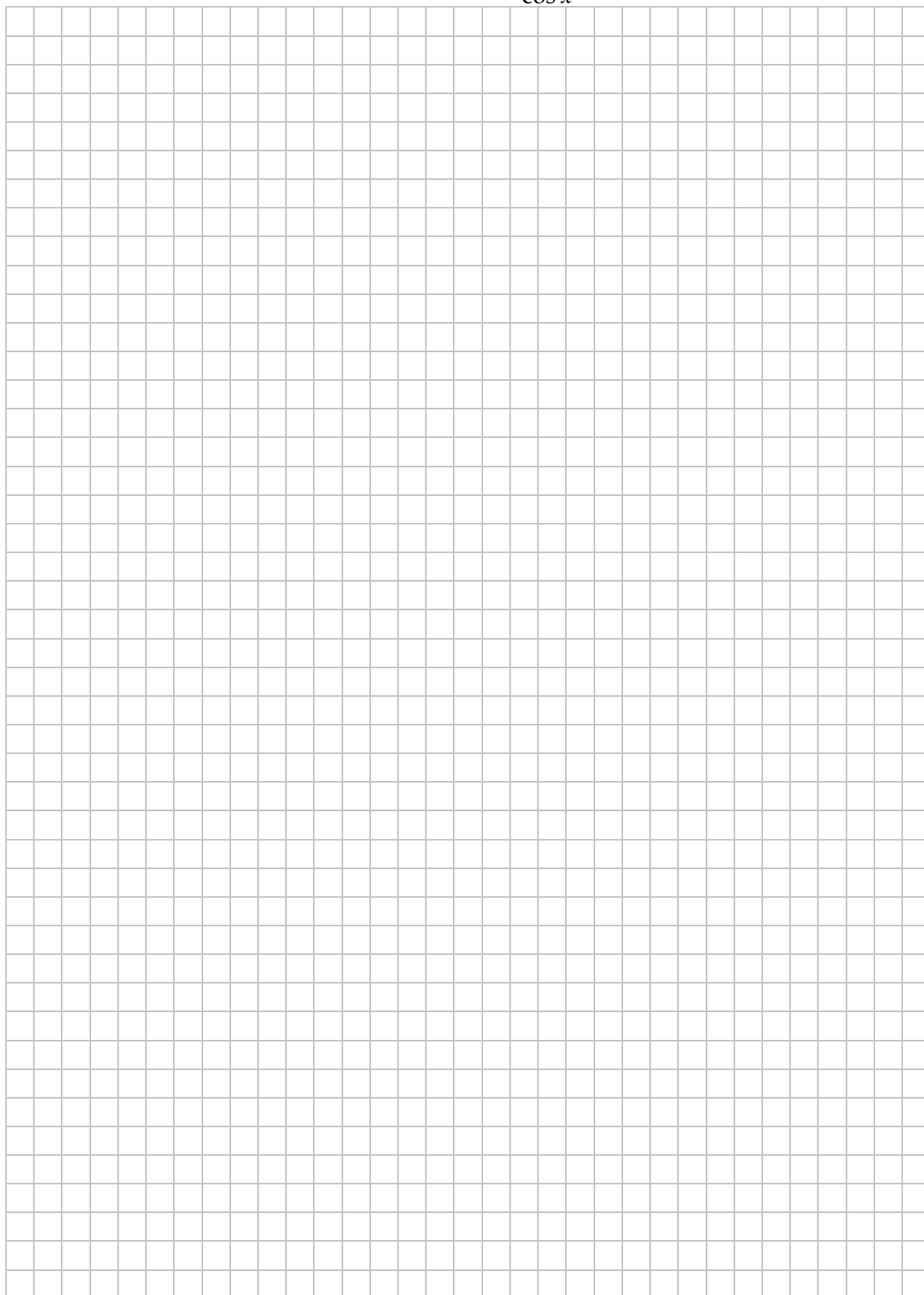




## ZADANIE 12 (5 PKT)

Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste  $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$ , które spełniają równanie

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{\cos x}.$$

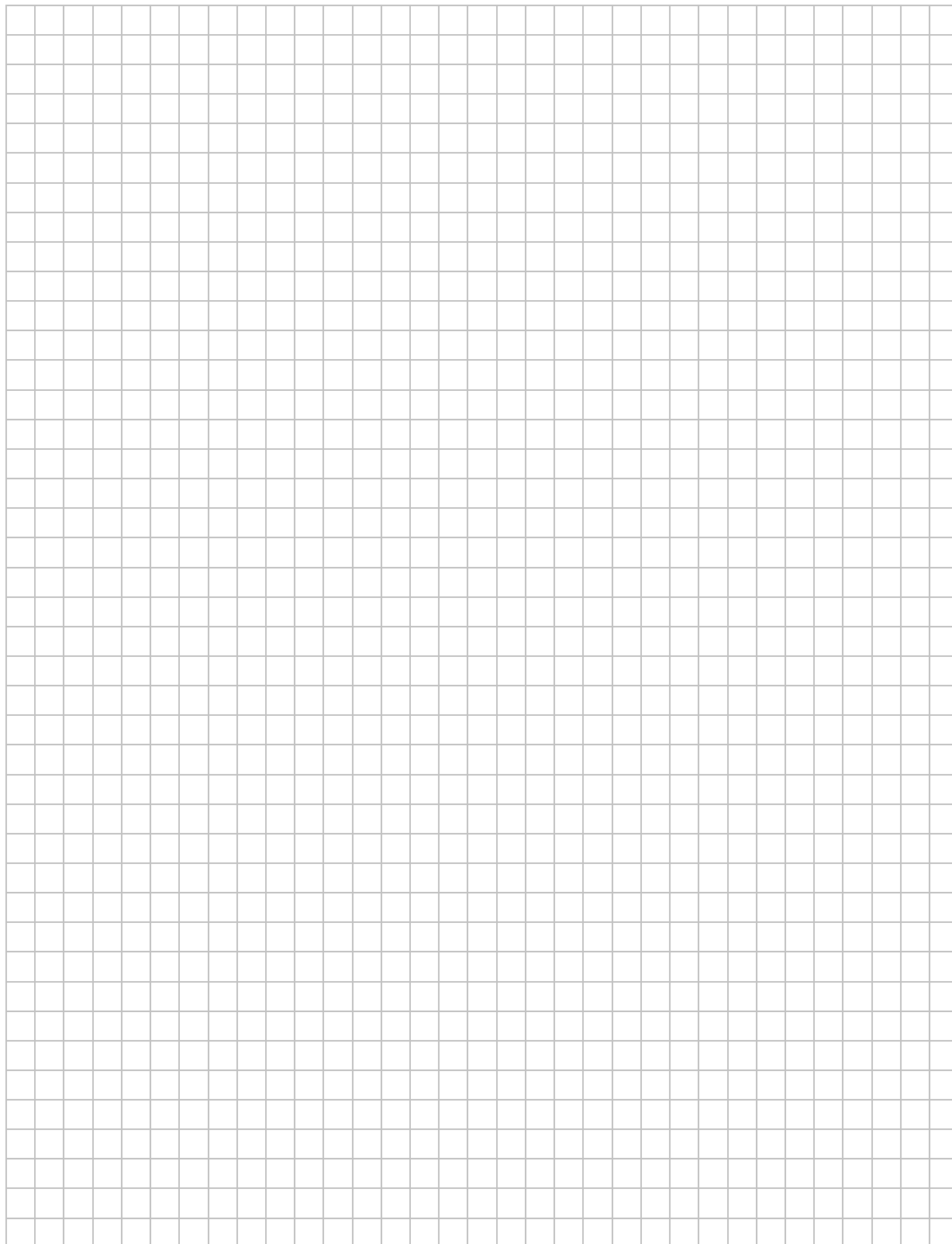


## ZADANIE 13 (5 PKT)

Na okręgu jest opisany czworokąt  $ABCD$ . Bok  $AB$  tego czworokąta jest trzy razy krótszy od przekątnej  $BD$ , a bok  $AD$  ma długość 10. Ponadto spełnione są następujące warunki:

$$\cos(\angle ADB) = \frac{19}{20}, \quad |\angle BCD| = 90^\circ, \quad \text{oraz} \quad |AB| > \sqrt{15}.$$

Oblicz długość boku  $BC$  tego czworokąta.

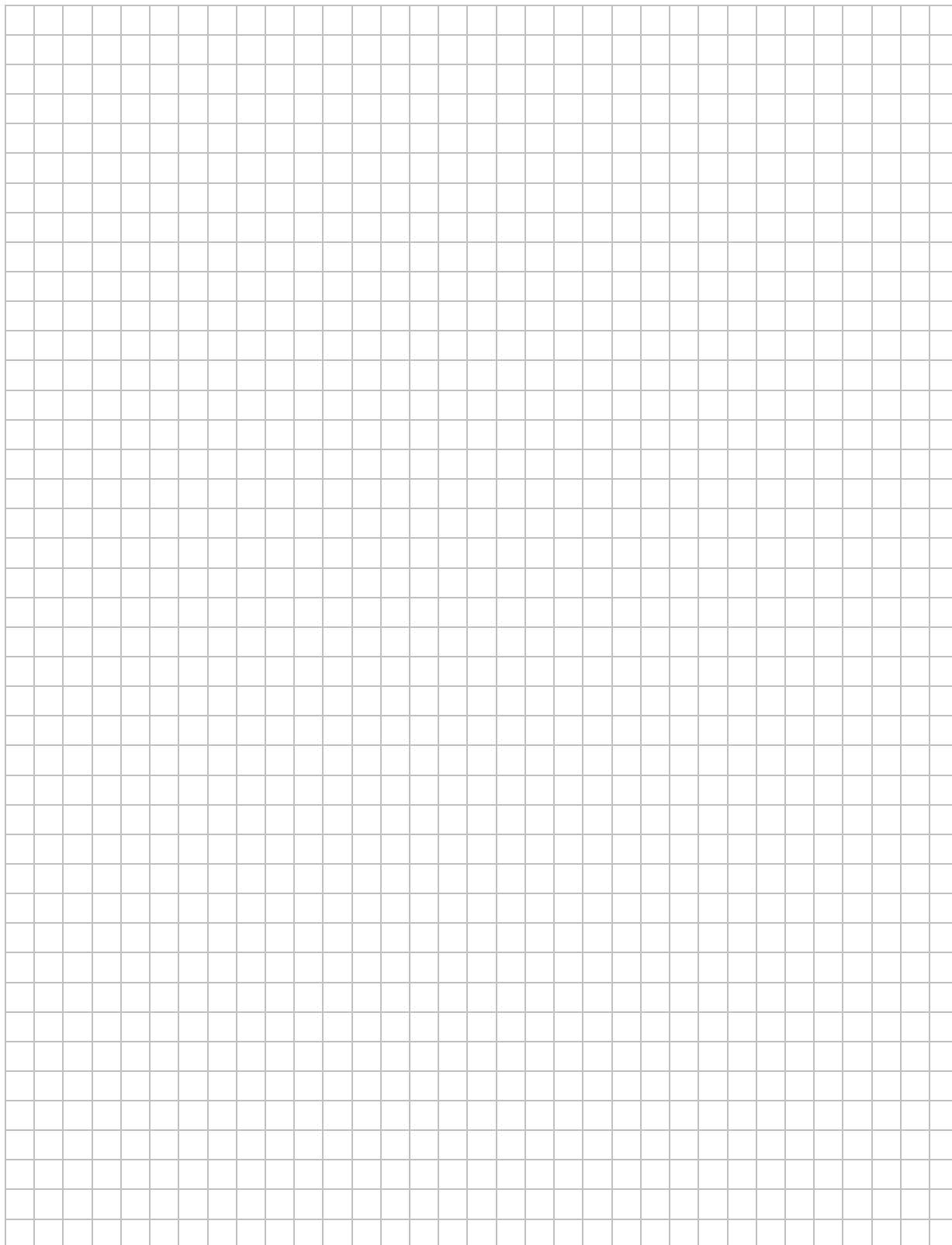




ZADANIE 14 (6 PKT)

Krótsza przekątna graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego tworzy z płaszczyzną podstawy kąt  $60^\circ$ . Przekątna ściany bocznej ma długość  $4\sqrt{10}$ .

- Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.
- Oblicz cosinus kąta między krótszymi przekątnymi graniastosłupa wychodzącymi z jednego wierzchołka.





## ZADANIE 15 (6 PKT)

Dany jest trójkąt równoboczny  $ABC$  o boku długości  $a$ . Punkty  $A_1$ ,  $B_1$  i  $C_1$  należą do boków  $AB$ ,  $BC$  i  $CA$ , przy czym  $|AA_1| = |BB_1| = |CC_1| = x$ .

- Wyraź pole trójkąta  $A_1B_1C_1$  jako funkcję zmiennej  $x$ . Wyznacz dziedzinę tej funkcji.
- Wyznacz wartość  $x$ , dla której pole trójkąta  $A_1B_1C_1$  jest najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.

