PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM PODSTAWOWY

5 MARCA 2016

CZAS PRACY: 170 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba $\sqrt[3]{\frac{4}{3}}+\sqrt[3]{\frac{9}{2}}$ jest równa

A) $\sqrt[3]{6}$ B) $\frac{16}{3\sqrt{7}}$ C) $\frac{5}{\sqrt[3]{6}}$ D) $\frac{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{6}}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Dane są liczby $a=-\frac{1}{10}$, $b=\log_{\frac{1}{3}}81$, $c=\log_{\frac{1}{2}}32$. Iloczyn abc jest równy

A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{10}$ D) $-\frac{1}{2}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Dany jest prostopadłościan o wymiarach 40 cm $\times$ 100 cm $\times$ 60 cm. Jeżeli każdą z najdłuższych krawędzi tego prostopadłościanu wydłużymy o 30%, a każdą z najkrótszych krawędzi skrócimy o 20%, to w wyniku obu tych przekształceń objętość tego prostopadłościanu

A) zwiększy się o 8%
B) zwiększy się o 4%
C) zmniejszy się o 8%
D) zmniejszy się o 4%

ZADANIE 4 (1 PKT)

Liczby $3\sqrt{2}+1$, $\frac{3}{\sqrt{2}-1}$, $\frac{6}{2-\sqrt{2}}$ są kolejnymi wyrazami ciągu

A) arytmetycznego B) geometrycznego C) rosnącego D) malejącego

ZADANIE 5 (1 PKT)

Para liczb $x=-1$ i $y=-5$ jest rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} ax+y=-3 \\ 3x-y=2, \end{cases}$ gdy

A) $a=-3$ B) $a=-2$ C) $a=2$ D) $a=3$

ZADANIE 6 (1 PKT)

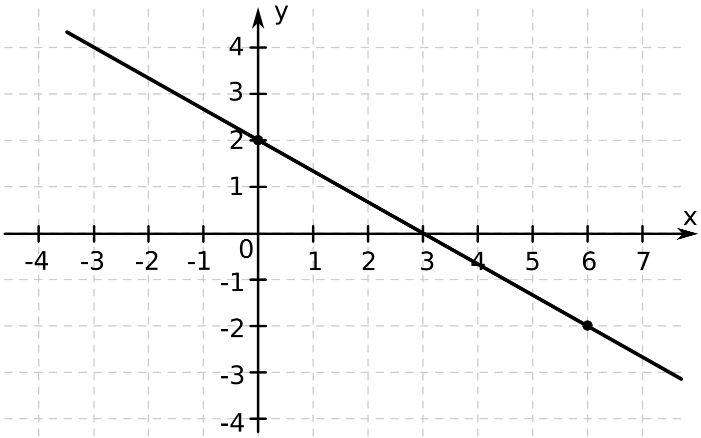
Rozwiązaniem równania $(2\sqrt{x}+x^2-5x)(3\sqrt{x}+2x^2+5)=0$ jest liczba

A) 1 B) 2 C) 4 D) 9

ZADANIE 7 (1 PKT)
Wartość wyrażenia $(a+4)^2$ jest większa od wartości wyrażenia (a^2+8a) o
A) 4 B) 16 C) 64 D) 8

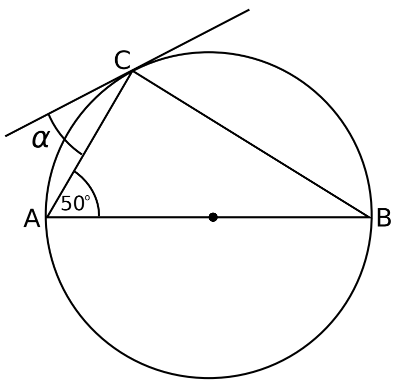
ZADANIE 8 (1 PKT)
Najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą nierówność $4(250-7x) \leqslant 3(7x+1000)+16$ jest
A) -288 B) -42 C) -40 D) -41

ZADANIE 9 (1 PKT)
Na rysunku przedstawiony jest fragment prostej o równaniu $y = ax + b$ przechodzącej przez punkty $(0,2)$ i $(6,-2)$.



Wtedy
A) $a = -\frac{3}{2}$, $b = -2$ B) $a = -3$, $b = 2$ C) $a = -\frac{2}{3}$, $b = 2$ D) $a = 3$, $b = -2$

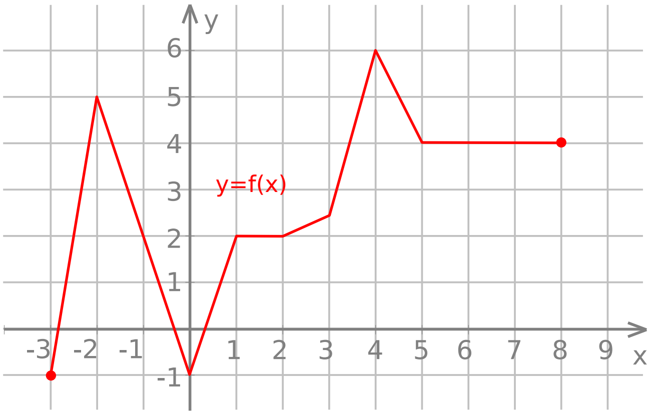
ZADANIE 10 (1 PKT)
Przez wierzchołek C trójkąta prostokątnego ABC poprowadzono styczną do okręgu opisanego na tym trójkącie.



Jeżeli $|\angle BAC| = 50^\circ$ to miara kąta α jest równa
A) 60° B) 50° C) 45° D) 40°

ZADANIE 11 (1 PKT)
Funkcja kwadratowa określona jest wzorem $f(x) = x^2 - x - c$. Jeżeli $f(-3) = 4$, to
A) $f(1) = -8$ B) $f(1) = -18$ C) $f(1) = 8$ D) $f(1) = 0$

ZADANIE 12 (1 PKT)
Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f.



Najdłuższy przedział, na którym funkcja f jest rosnąca to
A) $\langle -3, -2\rangle$ B) $\langle 0, 4\rangle$ C) $\langle 2, 4\rangle$ D) $\langle 1, 4\rangle$

ZADANIE 13 (1 PKT)
Wykres funkcji liniowej $y = -5x + 7$ przecina pionową prostą przechodzącą przez punkt $(4, 9)$ w punkcie o współrzędnych
A) $(4, -13)$ B) $(-\frac{2}{5}, 9)$ C) $(4, 27)$ D) $\left(-\frac{16}{5}, 9\right)$

ZADANIE 14 (1 PKT)
W ciągu geometrycznym (a_n) dane są: $a_4 = 12$ i $a_7 = -24\sqrt{2}$. Iloraz ciągu (a_n) jest równy
A) $\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ B) $-\sqrt{2}$ C) $-2\sqrt{2}$ D) $\sqrt{2}$

ZADANIE 15 (1 PKT)
Jeżeli $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ oraz $\operatorname{tg}\alpha = 8\sin\alpha(1 - \sin^2\alpha)$, to
A) $\cos\alpha = \frac{1}{4}$ B) $\cos\alpha = 1$ C) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\cos\alpha = \frac{1}{2}$

ZADANIE 16 (1 PKT)
Miary kątów wewnętrznych pewnego trójkąta pozostają w stosunku 2:4:9. Największy kąt wewnętrzny tego trójkąta ma miarę
A) 24° B) 48° C) 108° D) 120°

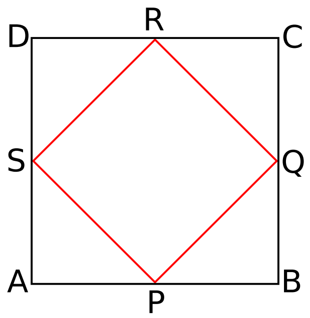
ZADANIE 17 (1 PKT)

Kąt α jest najmniejszym z kątów trójkąta prostokątnego o bokach długości $2\sqrt{2}, 1, 3$. Wtedy

A) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$ B) $\cos\alpha = \frac{1}{3}$ C) $\cos\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ D) $\cos\alpha = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

ZADANIE 18 (1 PKT)

W kwadracie $ABCD$ połączono środki boków otrzymując kwadrat $PQRS$.



Kwadrat $ABCD$ jest podobny do kwadratu $PQRS$ w skali

A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

ZADANIE 19 (1 PKT)

Proste o równaniach: $y = -4kx - k^2 - 2$ oraz $y = 2k^2x + k^2 + 2$ są prostopadłe dla

A) $k = -\frac{1}{2}$ B) $k = \frac{1}{2}$ C) $k = 1$ D) $k = -2$

ZADANIE 20 (1 PKT)

Trójkąt prostokątny t obrócono względem dłuższej przyprostokątnej i otrzymano stożek o polu powierzchni bocznej 50π i kącie rozwarcia 60°. Obwód trójkąta t jest równy

A) $5\sqrt{3} + 15$ B) $10\sqrt{3} + 15$ C) $10\sqrt{3} + 30$ D) $5\sqrt{3} + 30$

ZADANIE 21 (1 PKT)

W grupie jest 15 kobiet i 18 mężczyzn. Losujemy jedną osobę z tej grupy. Prawdopodobieństwo tego, że będzie to mężczyzna, jest równe

A) $\frac{1}{18}$ B) $\frac{18}{33}$ C) $\frac{15}{18}$ D) $\frac{1}{33}$

ZADANIE 22 (1 PKT)

Liczba 0,2 jest jednym z przybliżeń liczby $\frac{2}{9}$. Błąd względny tego przybliżenia, wyrażony w procentach, jest równy

A) 1% B) 10% C) 2,2% D) 22%

ZADANIE 23 (1 PKT)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym wszystkie krawędzie mają jednakową długość, a pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa jest równe $4+4\sqrt{3}$. Wobec tego długość wysokości tego ostrosłupa jest równa

A) $\sqrt{6}$ B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$

ZADANIE 24 (2 PKT)

Rozwiąż nierówność $3x^2 + 12x \geqslant x + 4$.

ZADANIE 25 (2 PKT)

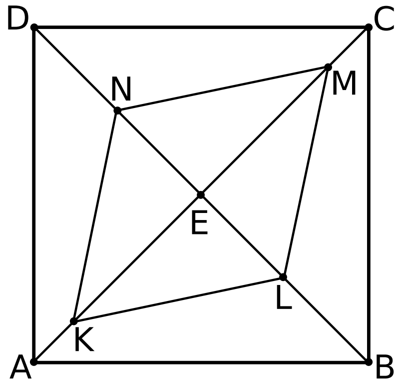
Rozwiąż równanie $(x^3 - 5)^4 - (2x^3 + 3)^4 = 0$.

ZADANIE 26 (2 PKT)

Mamy trzy pudełka: w pierwszym znajduje się 6 kul ponumerowanych kolejnymi liczbami od 1 do 6, w drugim – 4 kule ponumerowane kolejnymi liczbami od 1 do 4, a w trzecim – 5 kul ponumerowanych kolejnymi liczbami od 1 do 5. Losujemy po jednej kuli z każdego pudełka i tworzymy liczbę trzycyfrową w ten sposób, że numer kuli wylosowanej z pierwszego pudełka jest cyfrą setek, numer kuli wylosowanej z drugiego pudełka jest cyfrą dziesiątek, a numer kuli wylosowanej z trzeciego – cyfrą jedności tej liczby. Oblicz prawdopodobieństwo, że utworzona liczba jest podzielna przez 4.

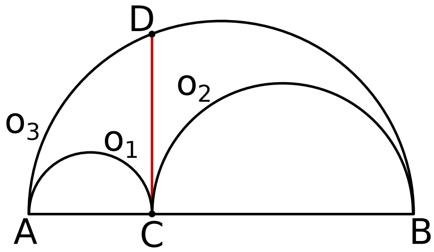
ZADANIE 27 (2 PKT)

Dany jest kwadrat $ABCD$. Przekątne AC i BD przecinają się w punkcie E. Punkty L i N są środkami odcinków – odpowiednio – BE i ED. Punkty K i M leżą na przekątnej BD tak, że $|AK| = \frac{1}{4}|AE|$ i $|CM| = \frac{1}{4}|CE|$ (zobacz rysunek). Wykaż, że stosunek pola czworokąta $KLMN$ do pola kwadratu $ABCD$ jest równy 3:8.



ZADANIE 28 (2 PKT)

Na średnicy AB półokręgu o_3 wybrano punkt C i na odcinkach AC i CB jako na średnicach skonstruowano półokręgi o_1 i o_2. Odcinek CD jest odcinkiem wspólnej stycznej półokręgów o_1 i o_2. Oblicz długość odcinka CD jeżeli promienie półokręgów o_1 i o_2 są odpowiednio równe r_1 i r_2.



ZADANIE 29 (2 PKT)

Wykaż, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność $(x+y)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right) \geqslant 4$.

ZADANIE 30 (2 PKT)

Dany jest dodatni ułamek nieskracalny. Jeżeli dodamy do licznika ułamka 20% mianownika, a następnie od mianownika odejmiemy 20% zmienionego licznika, to otrzymamy 1,25. Jeżeli natomiast do mianownika danego ułamka dodamy 25% licznika, a od licznika odejmiemy 1, to otrzymamy 0,5. Wyznacz ten ułamek.

ZADANIE 31 (4 PKT)

Boki AB i CA trójkąta ABC są zawarte w prostych $y + 12 = 7x$ i $2y + x = 6$, a jego dwa wierzchołki mają współrzędne $B = (1, -5)$ i $C = (10, -2)$. Oblicz pole tego trójkąta.

ZADANIE 32 (5 PKT)

W nieskończonym rosnącym ciągu geometrycznym (a_n) o wyrazach dodatnich, określonym dla $n \geqslant 1$, stosunek średniej geometrycznej trzech pierwszych wyrazów do średniej arytmetycznej tych wyrazów jest równy $\frac{15}{31}$, a suma czterech pierwszych wyrazów tego ciągu jest równa 468. Wyrazy a_1 i a_3 ciągu (a_n), są odpowiednio pierwszym i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego (b_n). Oblicz sumę 10 początkowych wyrazów ciągu (b_n).
Uwaga: średnia geometryczna liczb a, b, c jest równa $\sqrt[3]{abc}$.

ZADANIE 33 (4 PKT)

Objętość ostrosłupa prawidłowego trójkątnego $ABCS$ jest równa $6\sqrt{3}$, a krawędź boczna tworzy z płaszczyzną podstawy kąt 30°. Oblicz pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.