

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

[WWW.ZADANIA.INFO](http://WWW.ZADANIA.INFO)

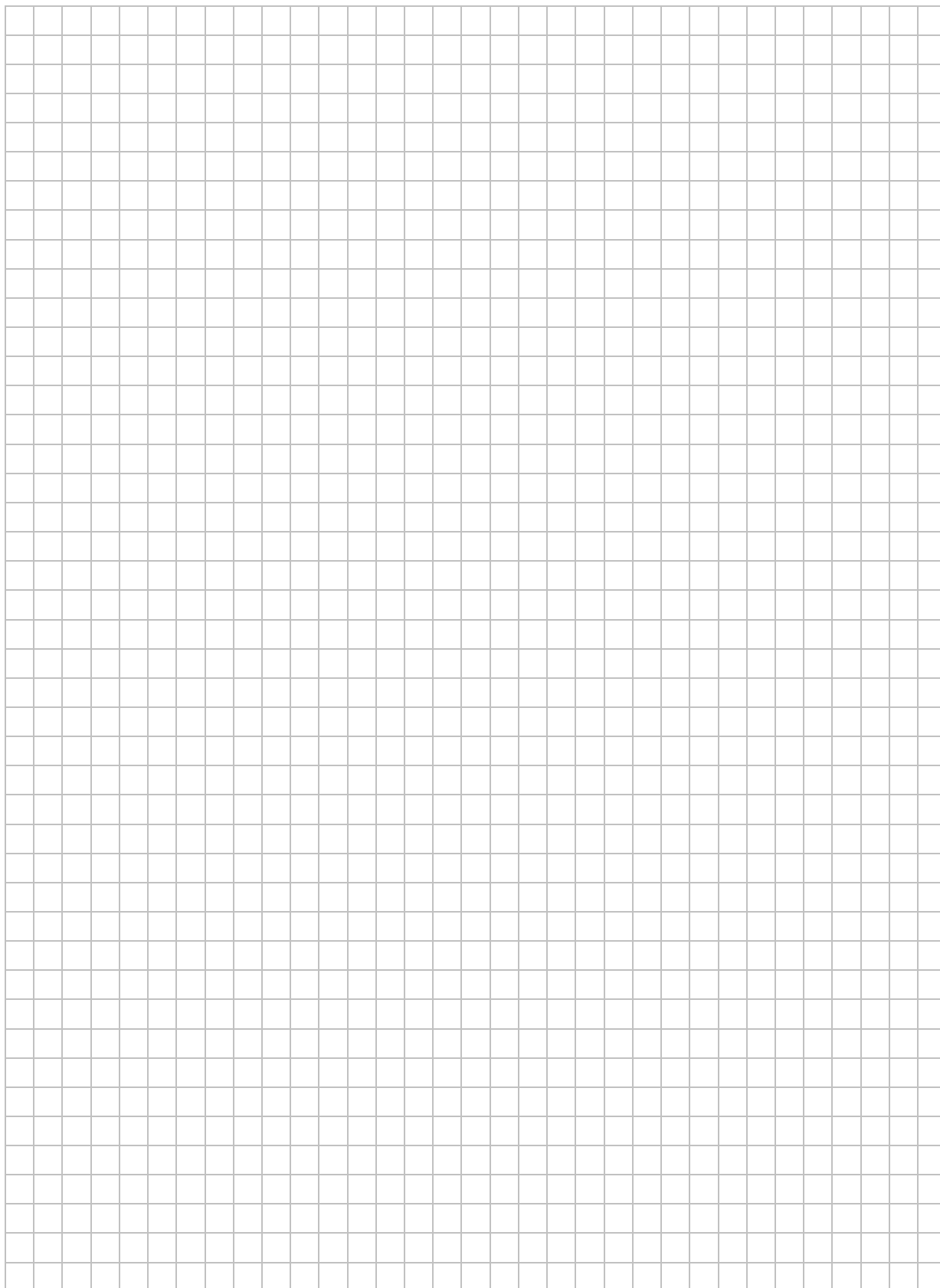
POZIOM ROZSZERZONY  
(TECHNIKUM)

7 MARCA 2015

**CZAS PRACY: 180 MINUT**

ZADANIE 1 (5 PKT)

- a) Narysuj wykresy funkcji  $y = ||x + 3| - 2|$  oraz  $y = -|x + 1|$ , gdzie  $x \in \mathbb{R}$ .
- b) Wyznacz te wartości parametru  $m$ , dla których równanie  $||x + 3| - 2| + |x + 1| = m$  ma dokładnie dwa rozwiązania.



ZADANIE 2 (4 PKT)

Przez środek okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny  $ABC$  poprowadzono prostą równoległą do boku  $BC$  i przecinającą bok  $AB$  w punkcie  $D$ . Oblicz iloraz  $\frac{|DC|}{|DB|}$ .



ZADANIE 3 (4 PKT)

Dla jakich wartości parametru  $m \in \mathbb{R}$  wierzchołek paraboli  $y = x^2 + 2(m + 1)x + m - 4$  leży najbliżej prostej  $y = -4$ ?



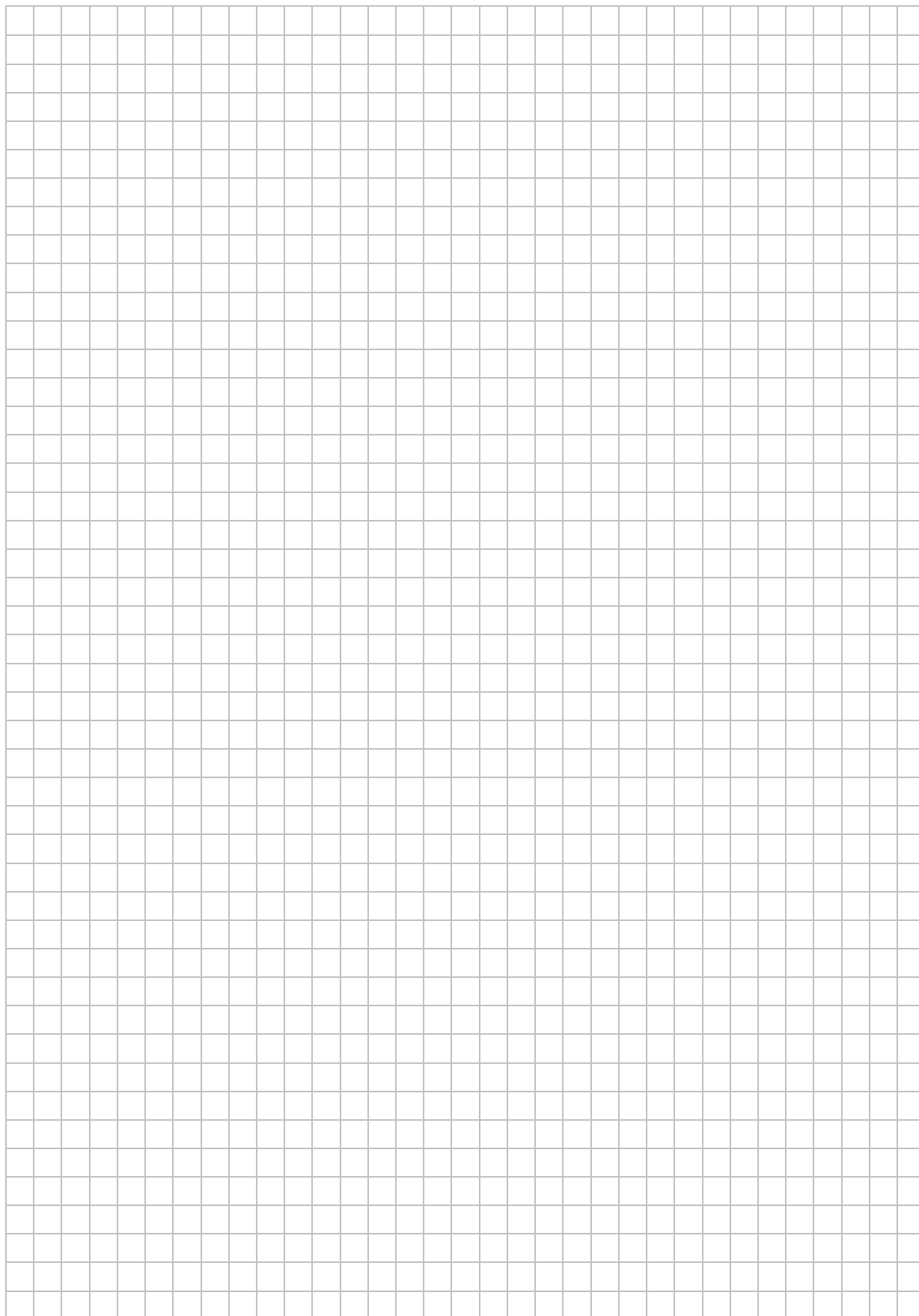
ZADANIE 4 (4 PKT)

Wykaż, że jeżeli liczby rzeczywiste  $a, b, c$  spełniają równość  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$  to  $a = b = c$ .



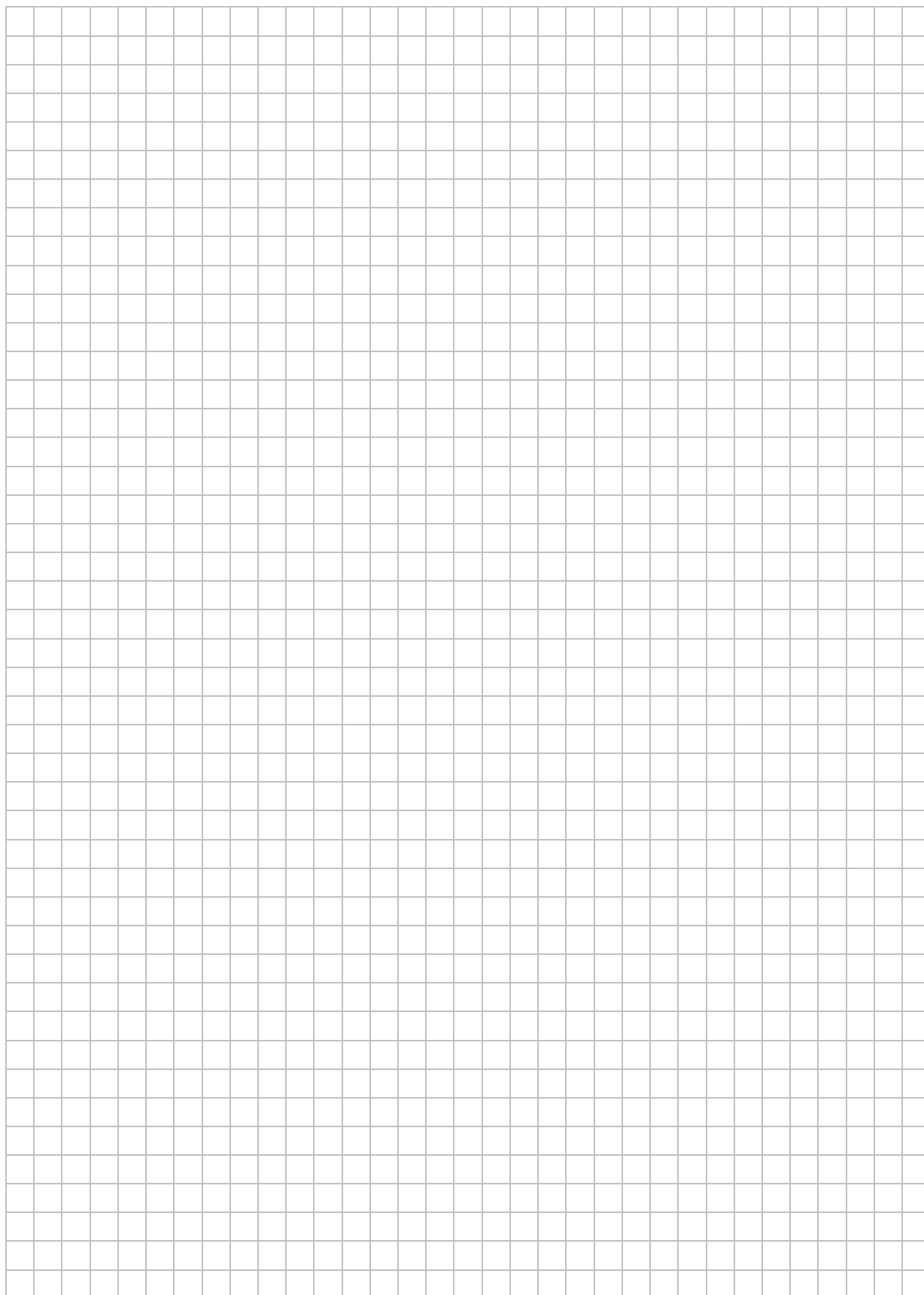
ZADANIE 5 (5 PKT)

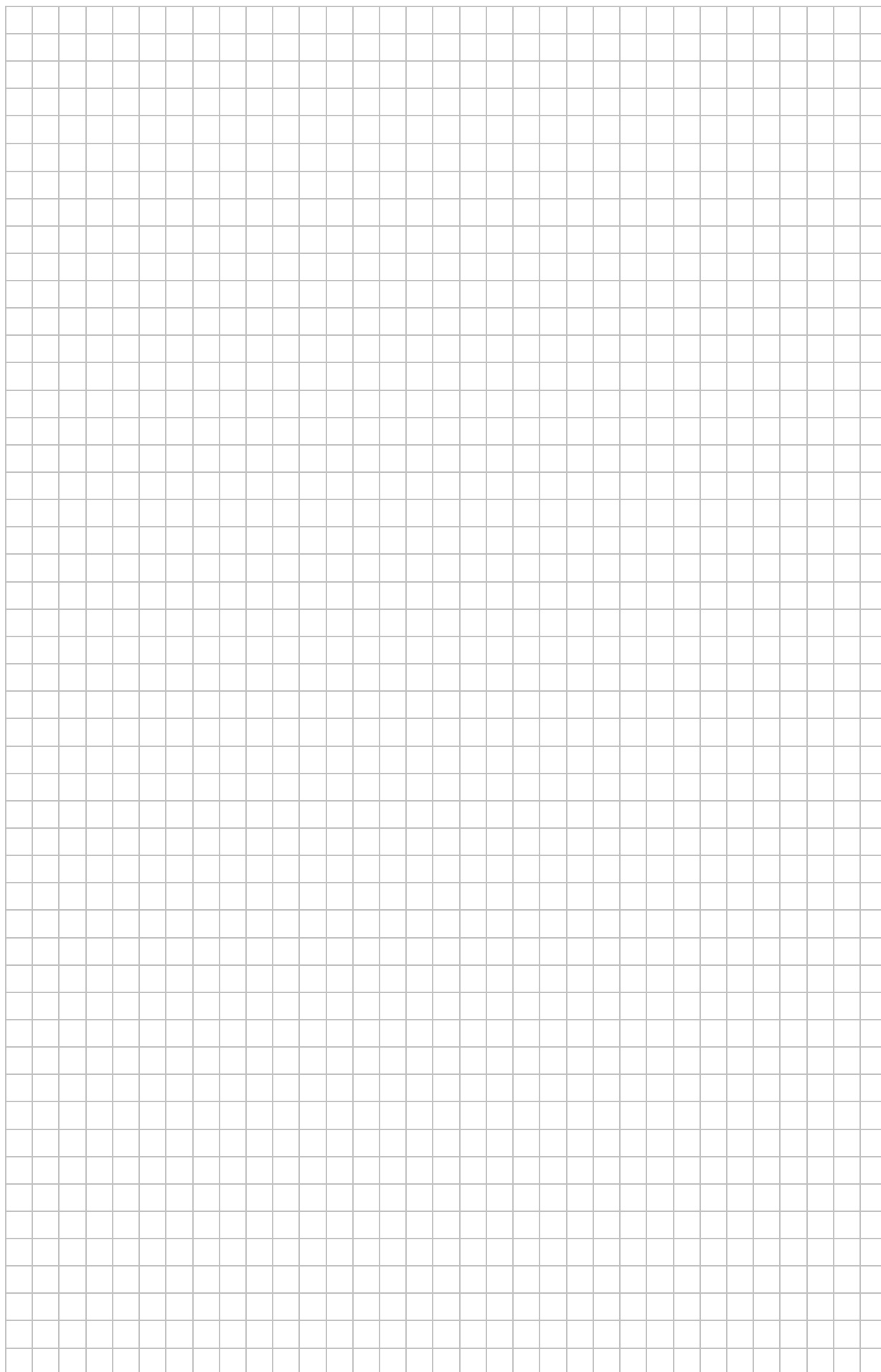
Wykaż, że jeżeli  $\alpha, \beta, \gamma$  są kątami ostrymi i  $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ,  $\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{26}}$ ,  $\sin \gamma = \frac{1}{\sqrt{65}}$  to  $\alpha + \beta + \gamma = 45^\circ$ .



## ZADANIE 6 (5 PKT)

Przyprostokątna  $AB$  trójkąta prostokątnego  $ABC$  jest zawarta w prostej o równaniu  $2y + x + 6 = 0$ , a środek jego przeciwprostokątnej  $BC$  ma współrzędne  $S = (9, 0)$ . Oblicz współrzędne wierzchołka  $C$  jeżeli  $\cos \angle ACB = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ .

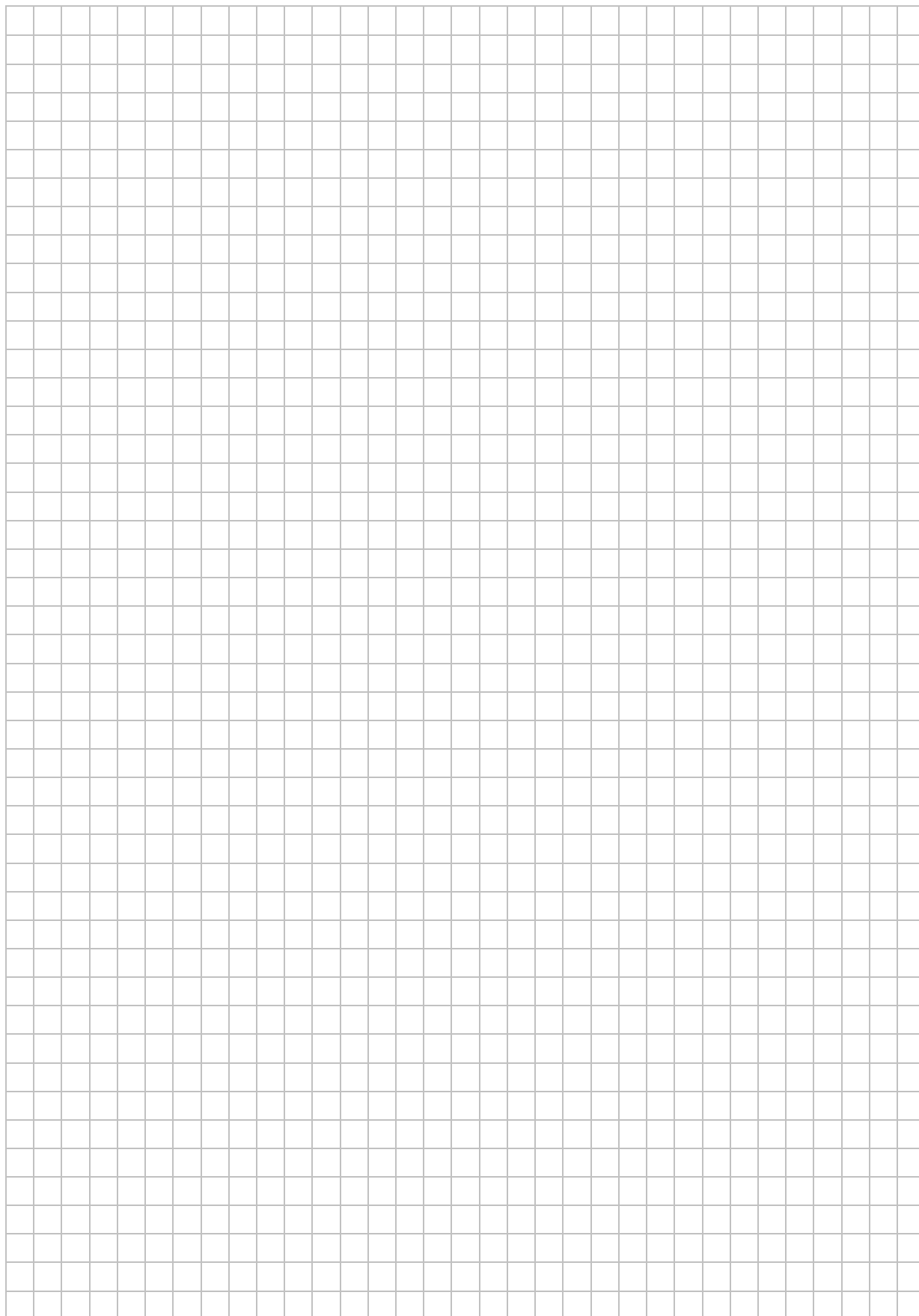






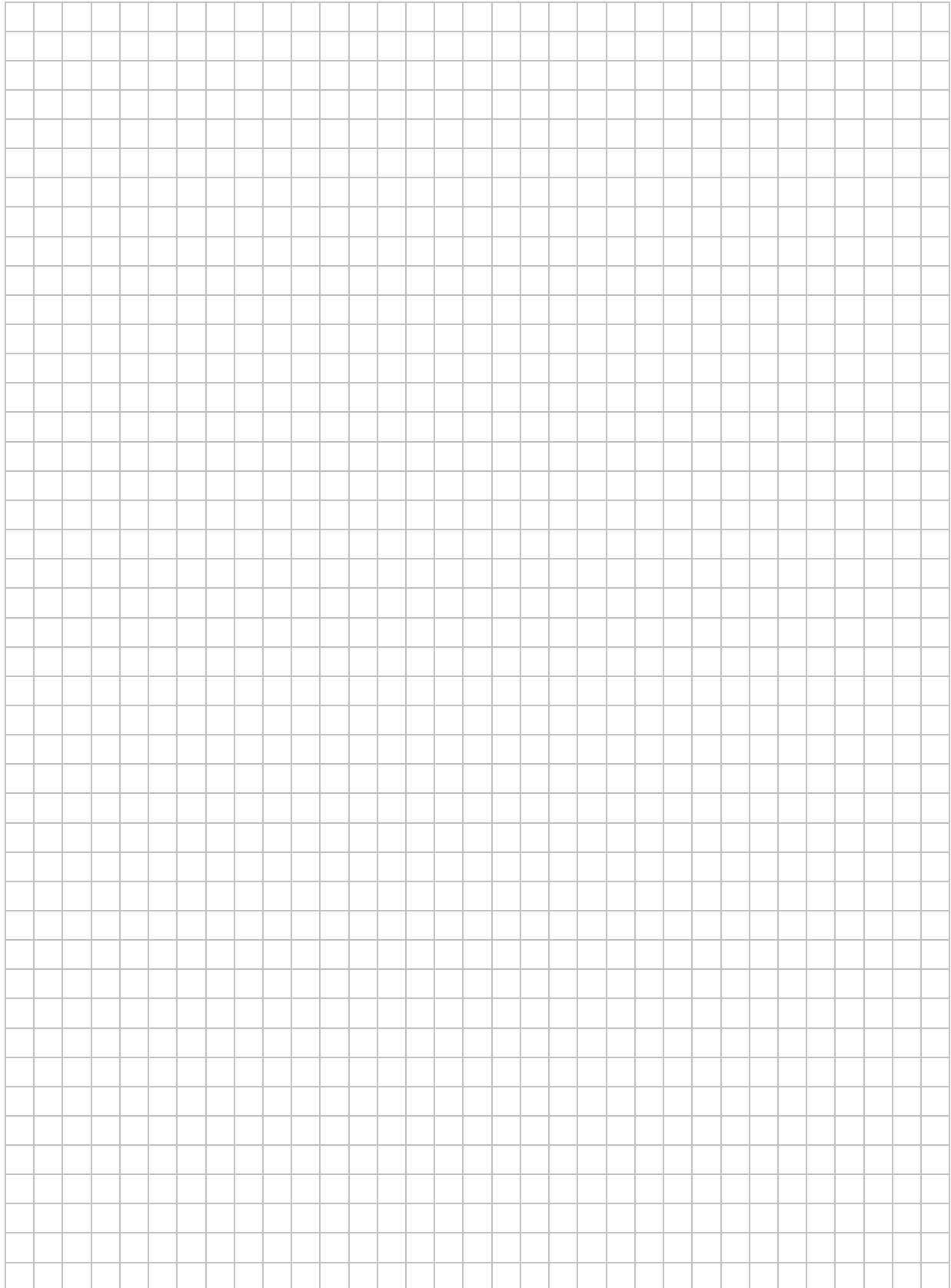
ZADANIE 7 (4 PKT)

W skończonym ciągu geometrycznym  $(a_n)$  wyraz pierwszy jest równy 2, a wyraz ostatni 39 366. Wiedząc, że suma wszystkich wyrazów wynosi 59 048, oblicz iloraz tego ciągu.



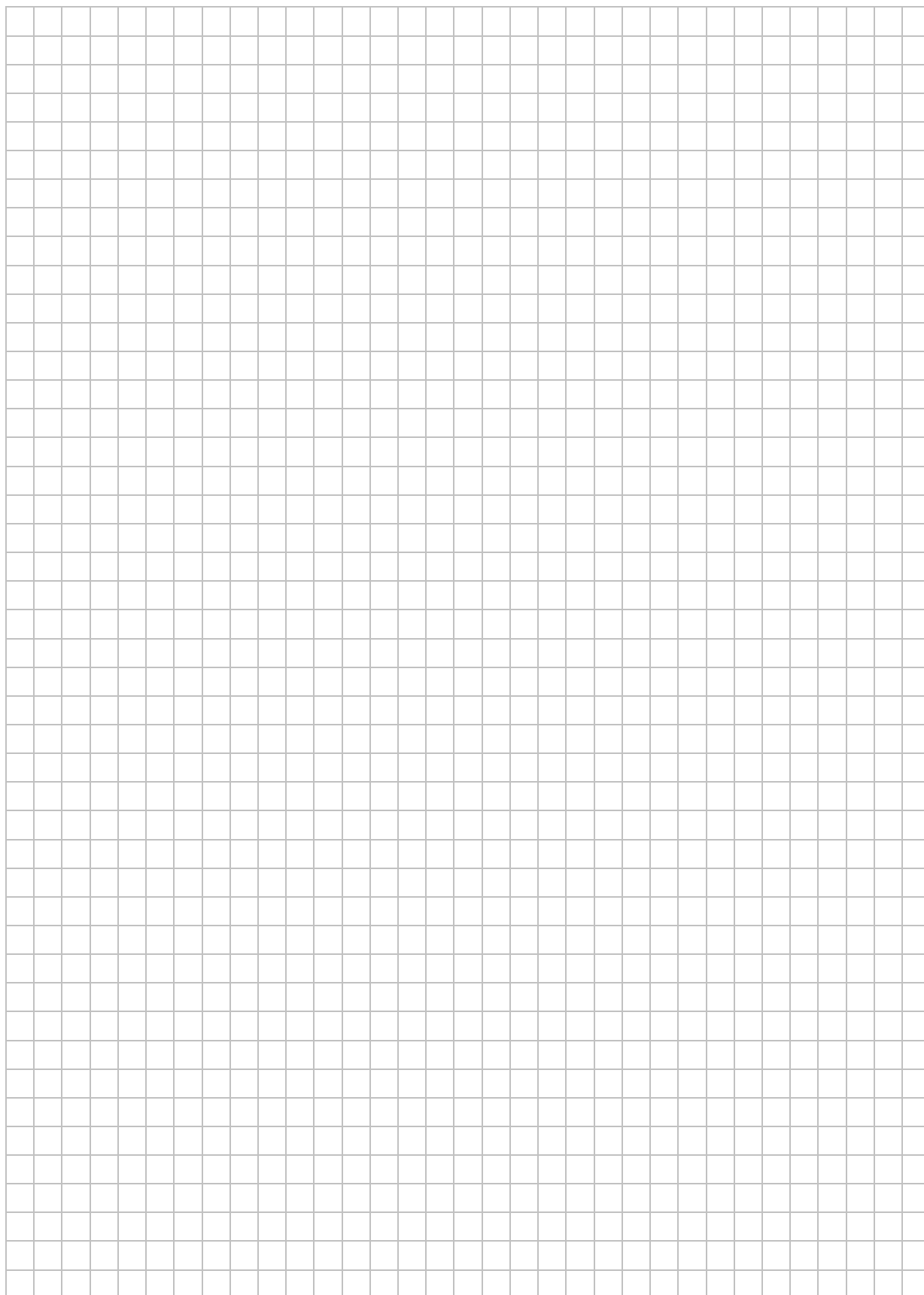
ZADANIE 8 (5 PKT)

Proste  $k, l, m$  są parami różne i równoległe. Na prostych tych wybrano zbiór  $S$  składający się z  $3n$  punktów ( $n \geq 3$ ), przy czym na każdej z prostych wybrano  $n$  punktów. Wiadomo ponadto, że jeżeli trzy punkty zbioru  $S$  leżą na jednej prostej, to prostą tą jest  $k, l$  lub  $m$ . Oblicz ile jest trójkątów o wierzchołkach należących do zbioru  $S$ .



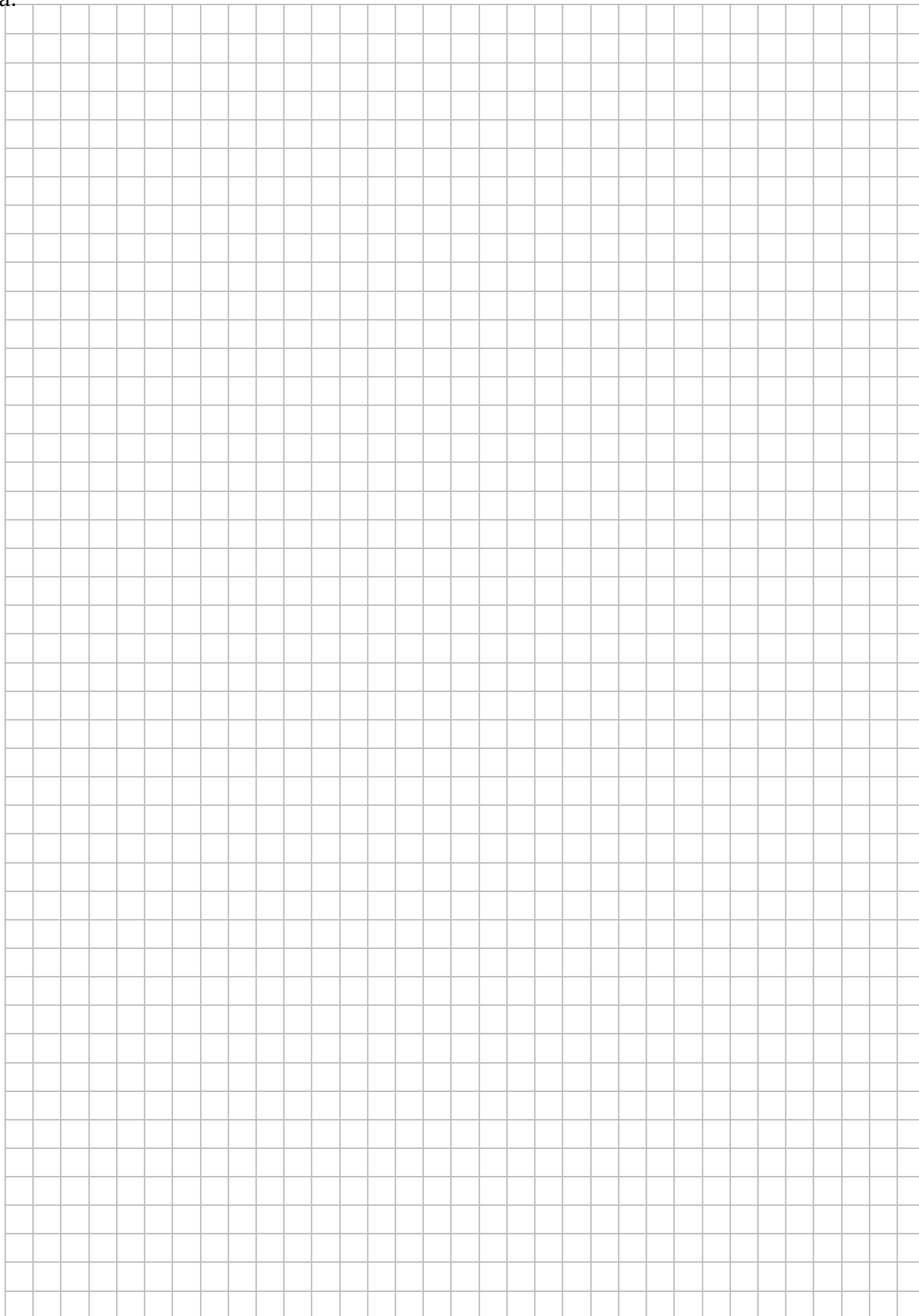
ZADANIE 9 (5 PKT)

Suma krawędzi graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 16. Dla jakiej długości krawędzi podstawy pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa będzie największe?



ZADANIE 10 (6 PKT)

Podstawą ostrosłupa  $ABCS$  jest trójkąt  $ABC$ , w którym  $|AB| = 4$ ,  $|BC| = 6$ ,  $|CA| = 8$ . Wszystkie ściany boczne tworzą z płaszczyzną podstawy kąt  $60^\circ$ . Oblicz objętość ostrosłupa.



ZADANIE 11 (3 PKT)

Dany jest czworokąt wypukły  $ABCD$  niebędący równoległobokiem. Punkty  $M, N$  są odpowiednio środkami boków  $AB$  i  $CD$ . Punkty  $P, Q$  są odpowiednio środkami przekątnych  $AC$  i  $BD$ . Uzasadnij, że  $MQ \parallel PN$ .

