

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

9 KWIETNIA 2016

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba $\sin \frac{\pi}{8}$ jest równa

- A)
- $\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2}}$
- B)
- $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$
- C)
- $\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2}}$
- D)
- $\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Liczba punktów wspólnych wykresów funkcji $y = x - 2$ i $y = |\log_2 x| - 1$ jest równa

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

ZADANIE 3 (1 PKT)

Liczba $(\sqrt{2} - 1)^6$ jest równa

- A)
- $49 - 35\sqrt{2}$
- B)
- $5\sqrt{2} - 7$
- C)
- $99 - 70\sqrt{2}$
- D)
- $34 - 24\sqrt{2}$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Pochodna funkcji $f(x) = x^4 - ax^2 + 3x - 7$ jest funkcją rosnącą jeżeli

- A)
- $a \geq 0$
- B)
- $a \leq 0$
- C)
- $a \in \langle -2, 2 \rangle$
- D)
- $a \in (-\infty, -2) \cup \langle 2, +\infty \rangle$

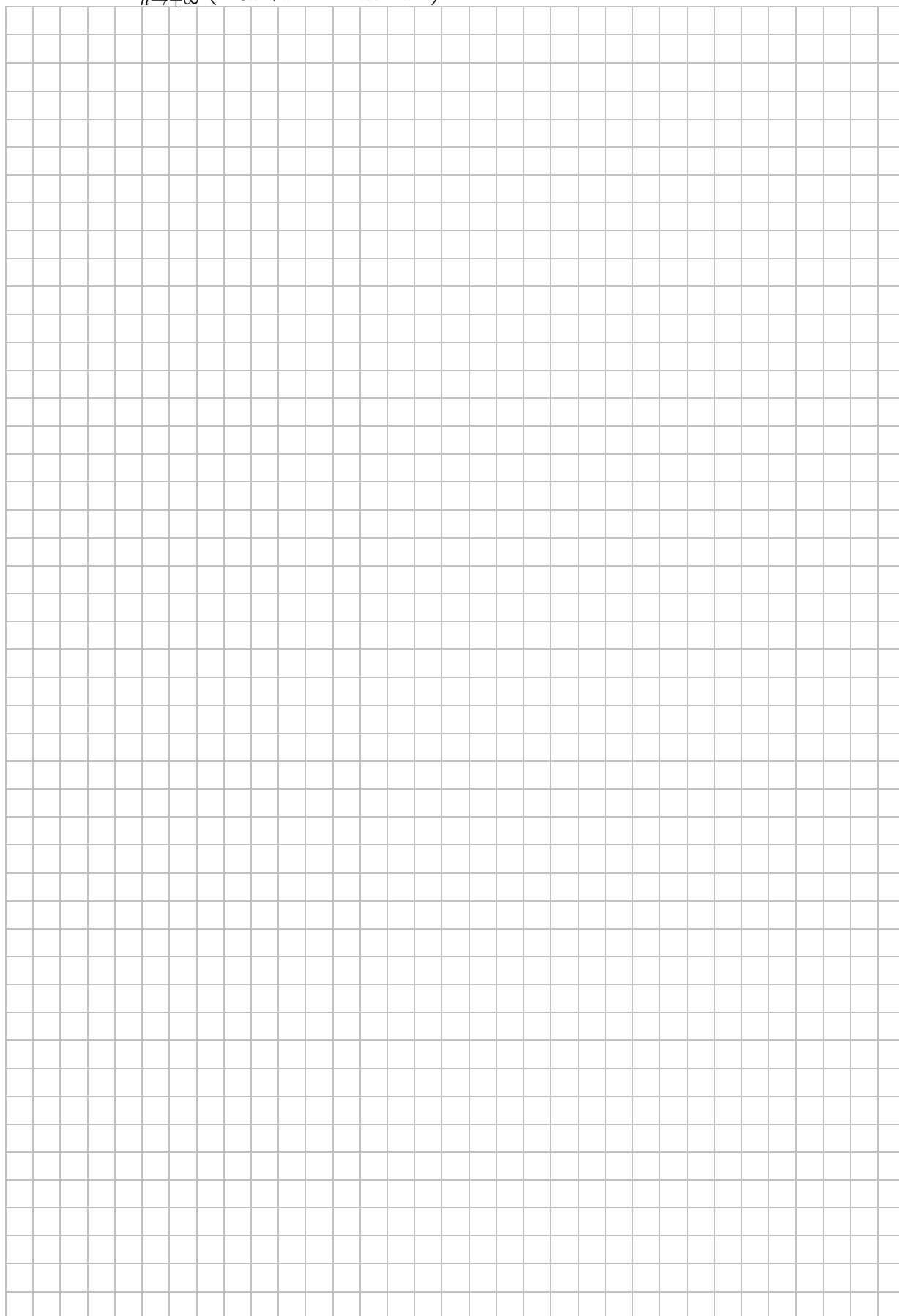
ZADANIE 5 (1 PKT)

Ile jest liczb naturalnych pięciocyfrowych, których iloczyn cyfr jest dodatnią liczbą złożoną?

- A) 59029 B) 59028 C) 89980 D) 89979

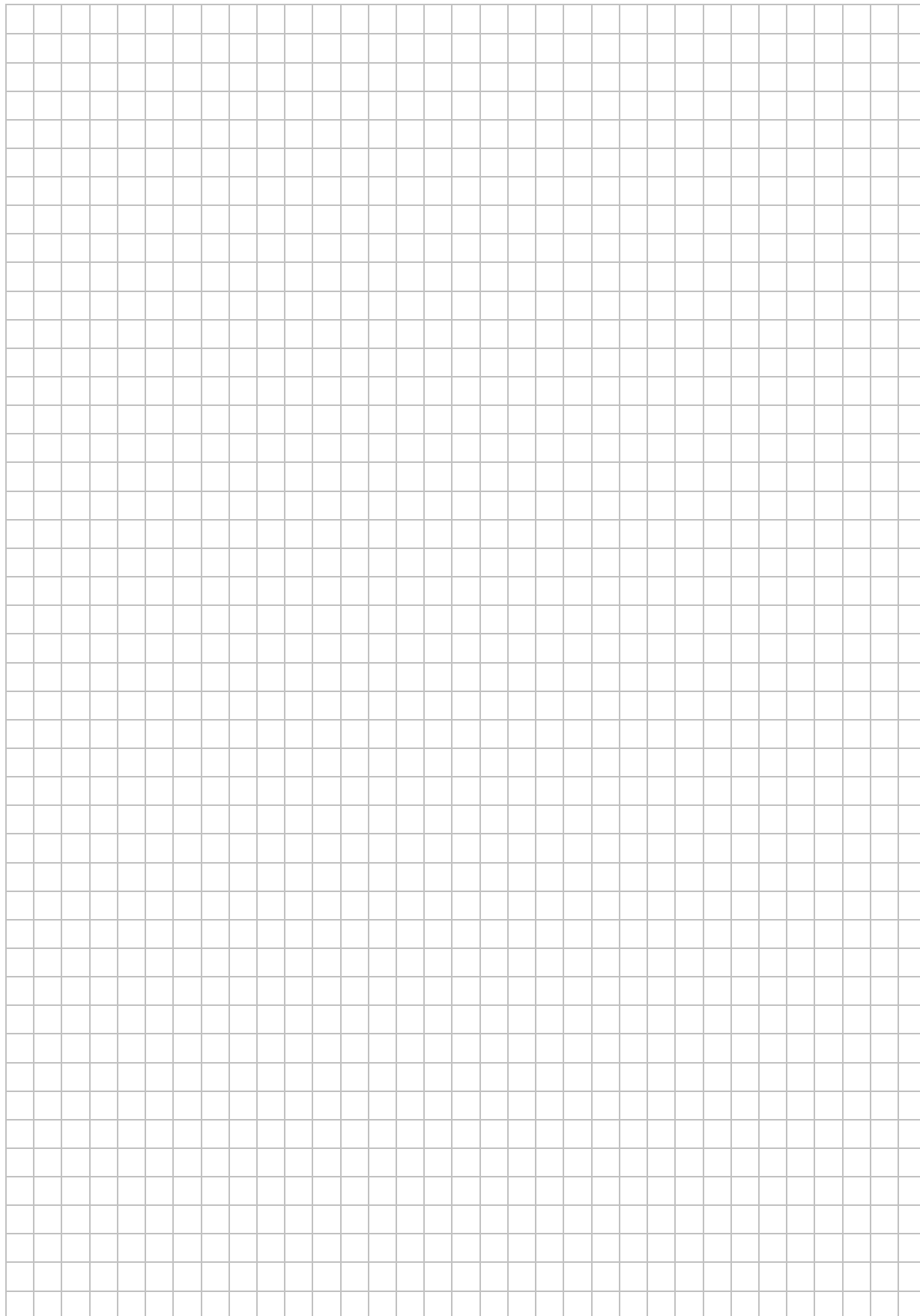
ZADANIE 6 (2 PKT)

Oblicz granicę $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3n^3+5n^2+6}{3n^2+1} - \frac{2n^3-4n+1}{2n^2-1} \right)^{-3}$.



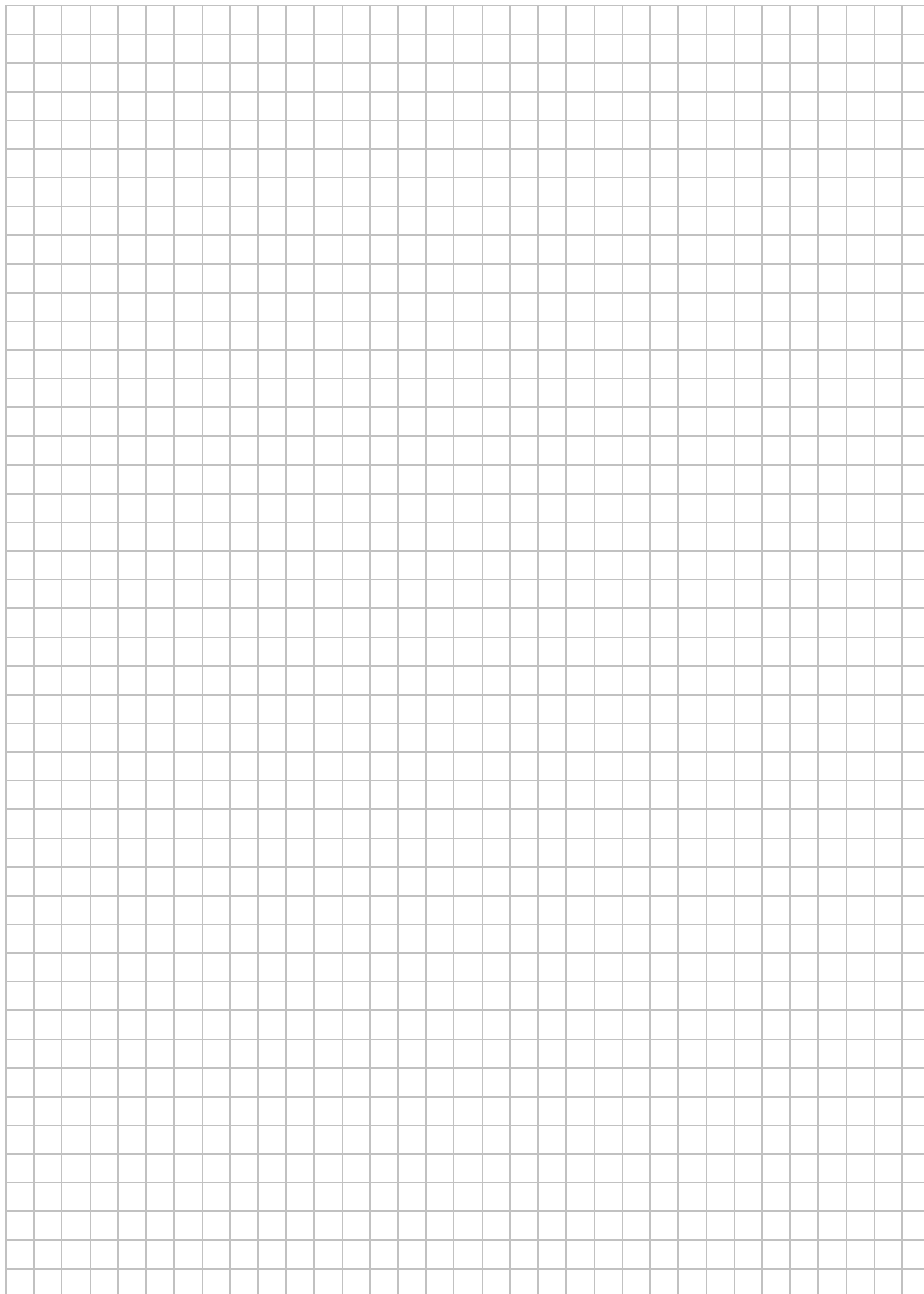
ZADANIE 7 (2 PKT)

Długości boków prostokąta są równe 8 oraz 15. Oblicz cosinus kąta rozwartego, który tworzą przekątne tego prostokąta.



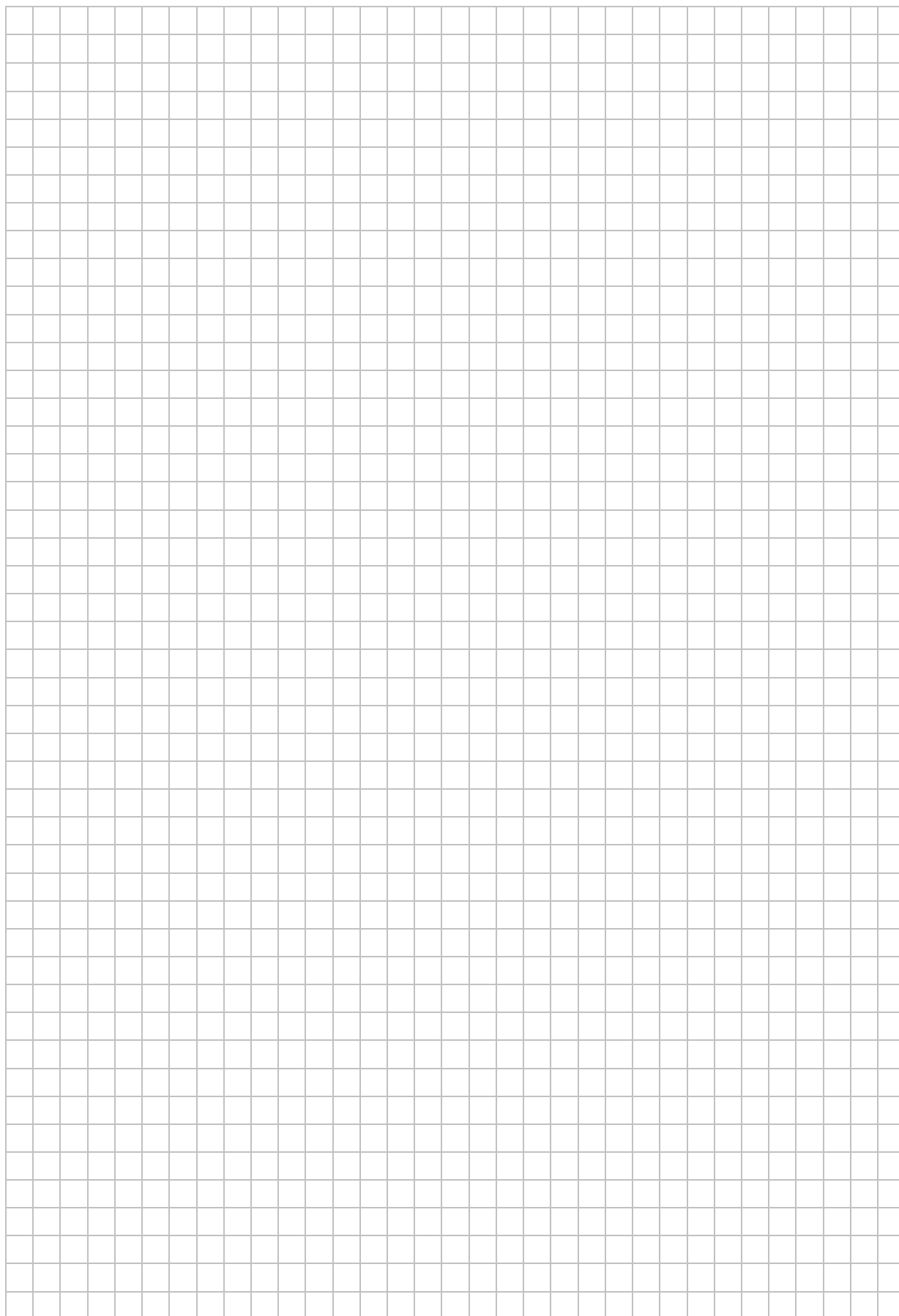
ZADANIE 8 (2 PKT)

Bok AB kwadratu $ABCD$ o polu równym 4 jest zawarty w prostej o równaniu $4y - 3x + 7 = 0$. Wiadomo ponadto, że wewnątrz tego kwadratu leży początek układu współrzędnych. Napisz równanie prostej zawierającej bok CD tego kwadratu.



ZADANIE 9 (2 PKT)

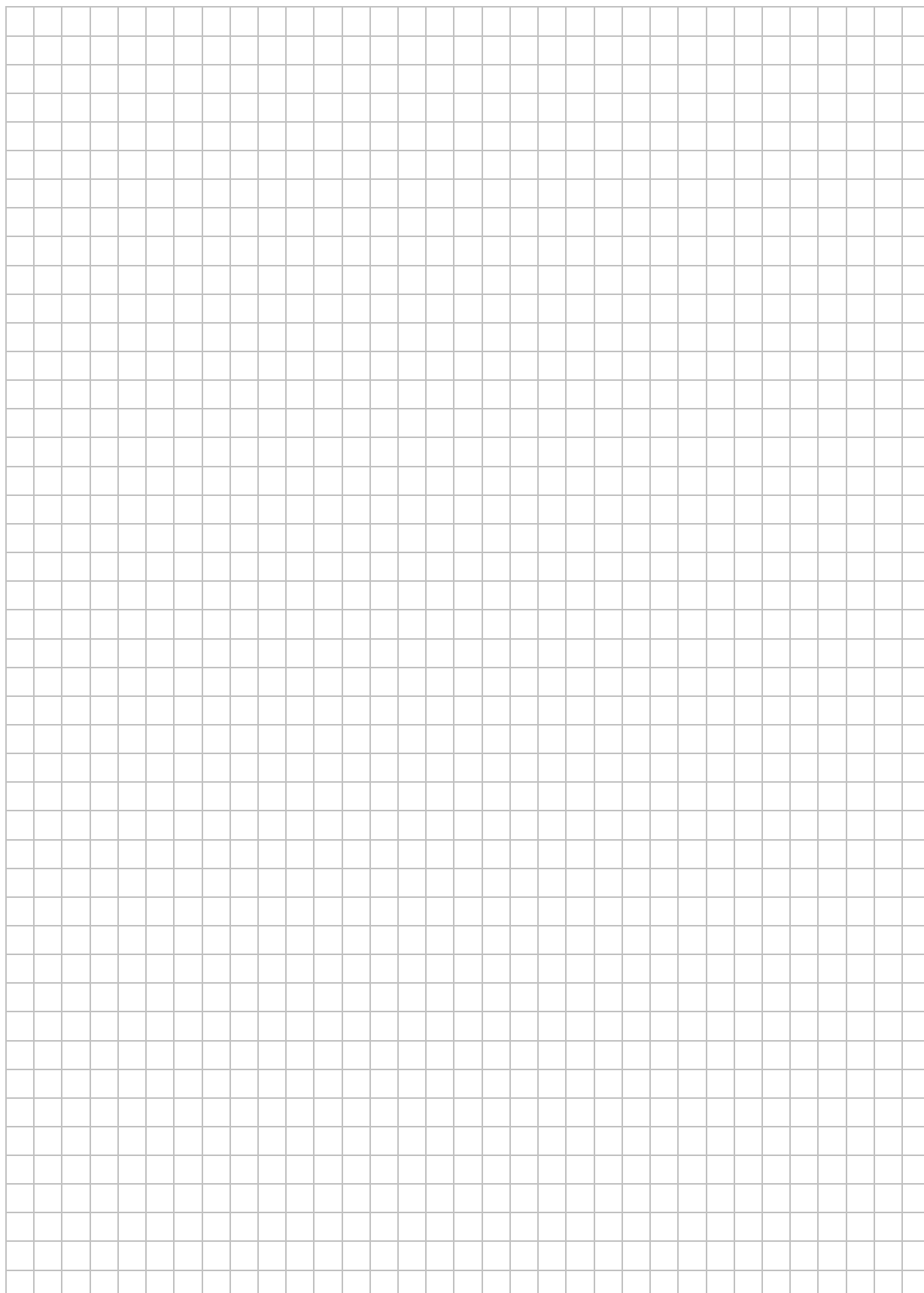
Rozwiąż równanie $|2 - |3 - x|| = 2$.



ZADANIE 10 (3 PKT)

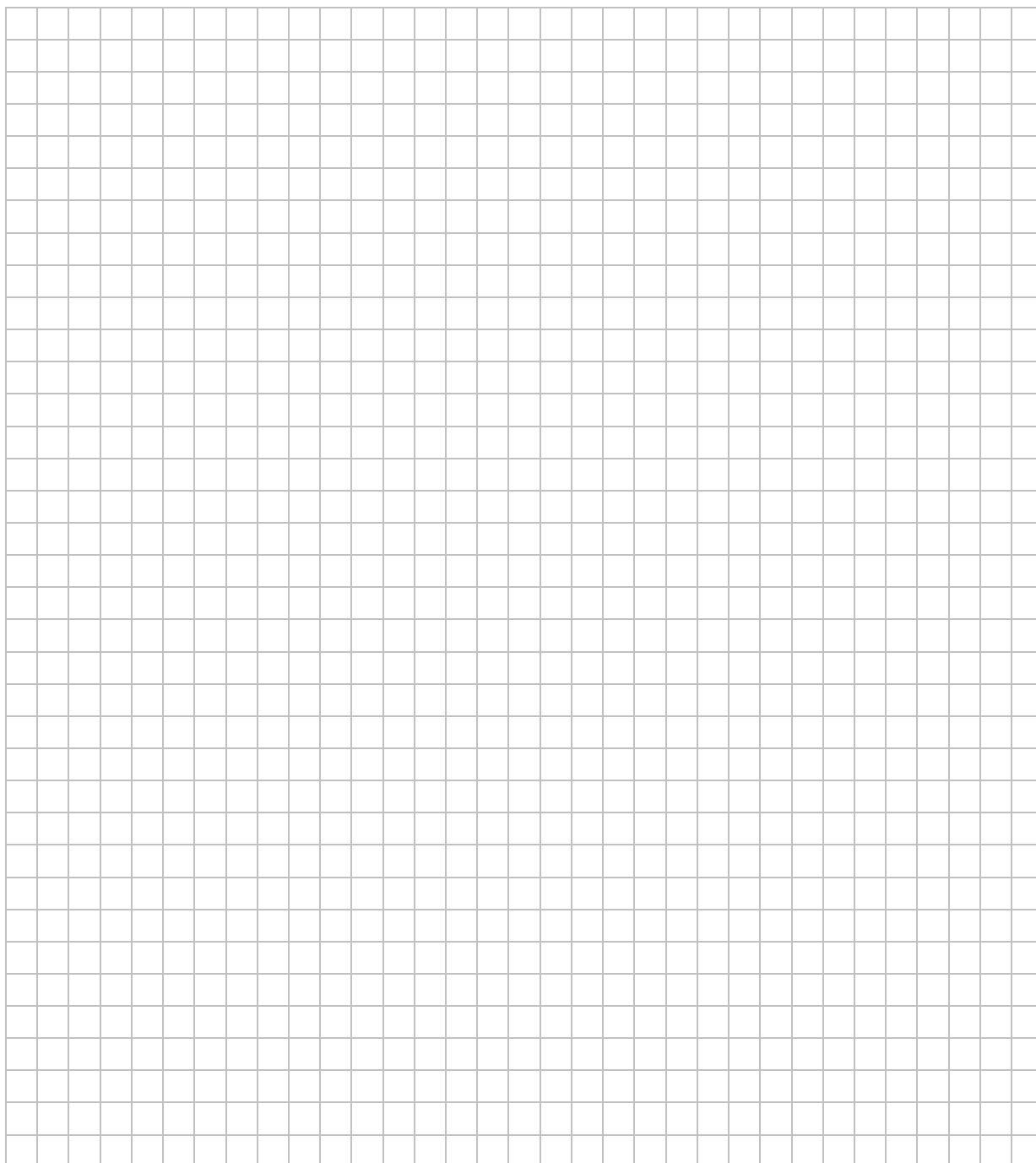
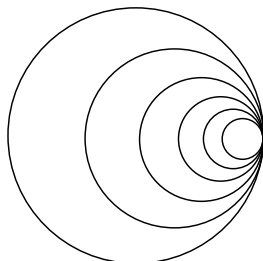
Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg oraz pola trójkątów ABC i ADC są równe. Wykaż, że

$$|AB|^2 + |BC|^2 + |CD|^2 + |DA|^2 = 2|AC|^2.$$



ZADANIE 11 (3 PKT)

Dane jest koło k_1 o promieniu r . W tym kole narysowano koło k_2 styczne wewnętrznie, którego pole jest równe połowie pola koła k_1 . W kole k_2 narysowano koło k_3 styczne wewnętrznie, którego pole jest równe połowie pola koła k_2 . Czynność tę powtórzono nieskończenie wiele razy. Oblicz sumę obwodów wszystkich narysowanych kół.



ZADANIE 12 (3 PKT)

Wykaż, że jeżeli m i n są takimi liczbami całkowitymi, że rozwiązania równania $x^2 + mx + 1 - n = 0$ są niezerowymi liczbami całkowitymi, to liczba $m^2 + n^2$ nie jest liczbą pierwszą.

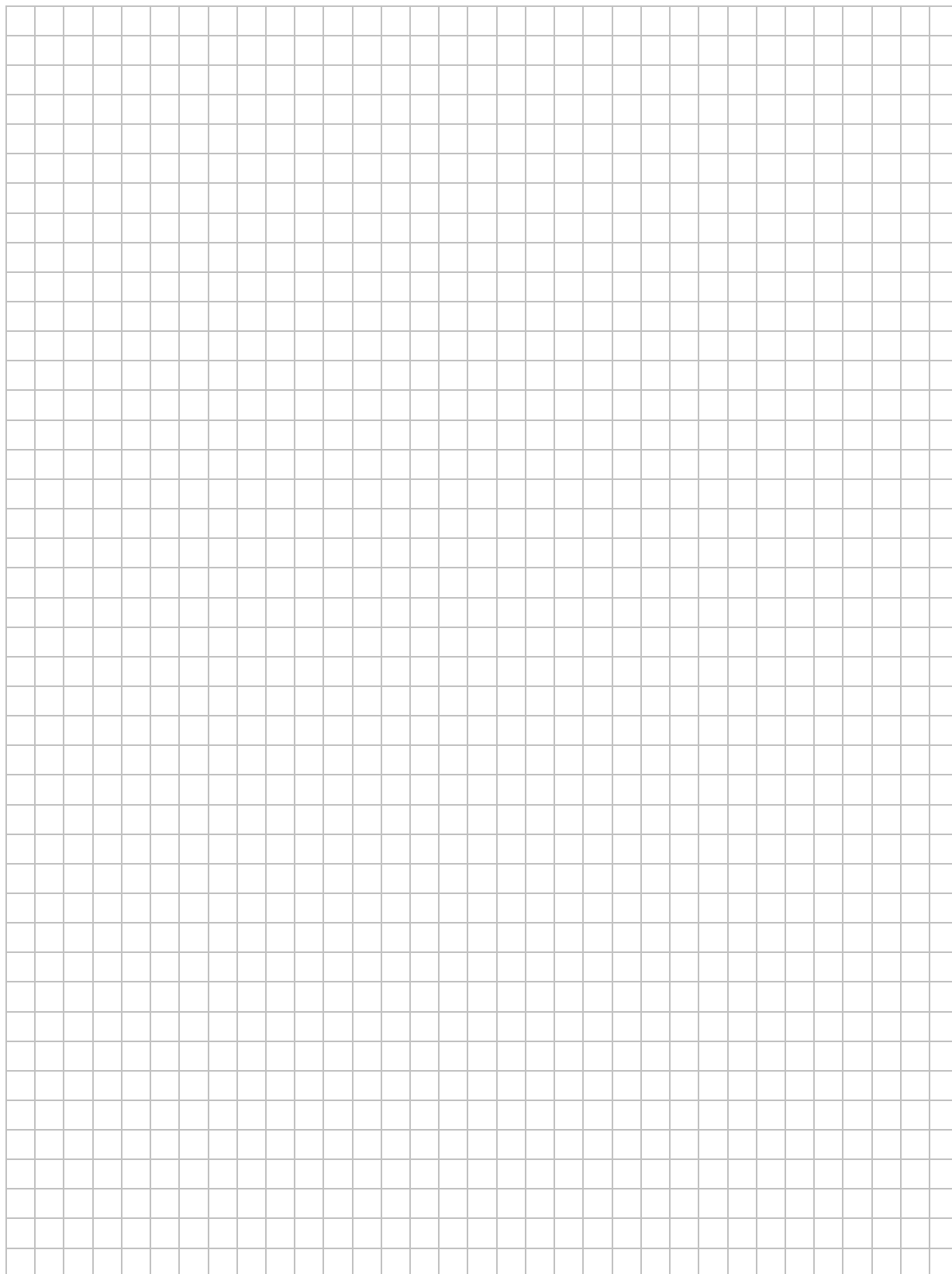


ZADANIE 13 (3 PKT)

Wykaż, że dla dowolnej liczby rzeczywistej M nierówność

$$M + \log(4x^2 + 12x + 9) < \log(4x^2 + 16x + 15)$$

ma przynajmniej jedno rozwiązanie w przedziale $(-\frac{3}{2}, 0)$.



ZADANIE 14 (4 PKT)

Rzucamy 5 razy symetryczną monetą. Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania co najmniej 4 orłów lub co najmniej 4 reszek, jeżeli wiadomo, że otrzymaliśmy co najmniej jedną reszkę.

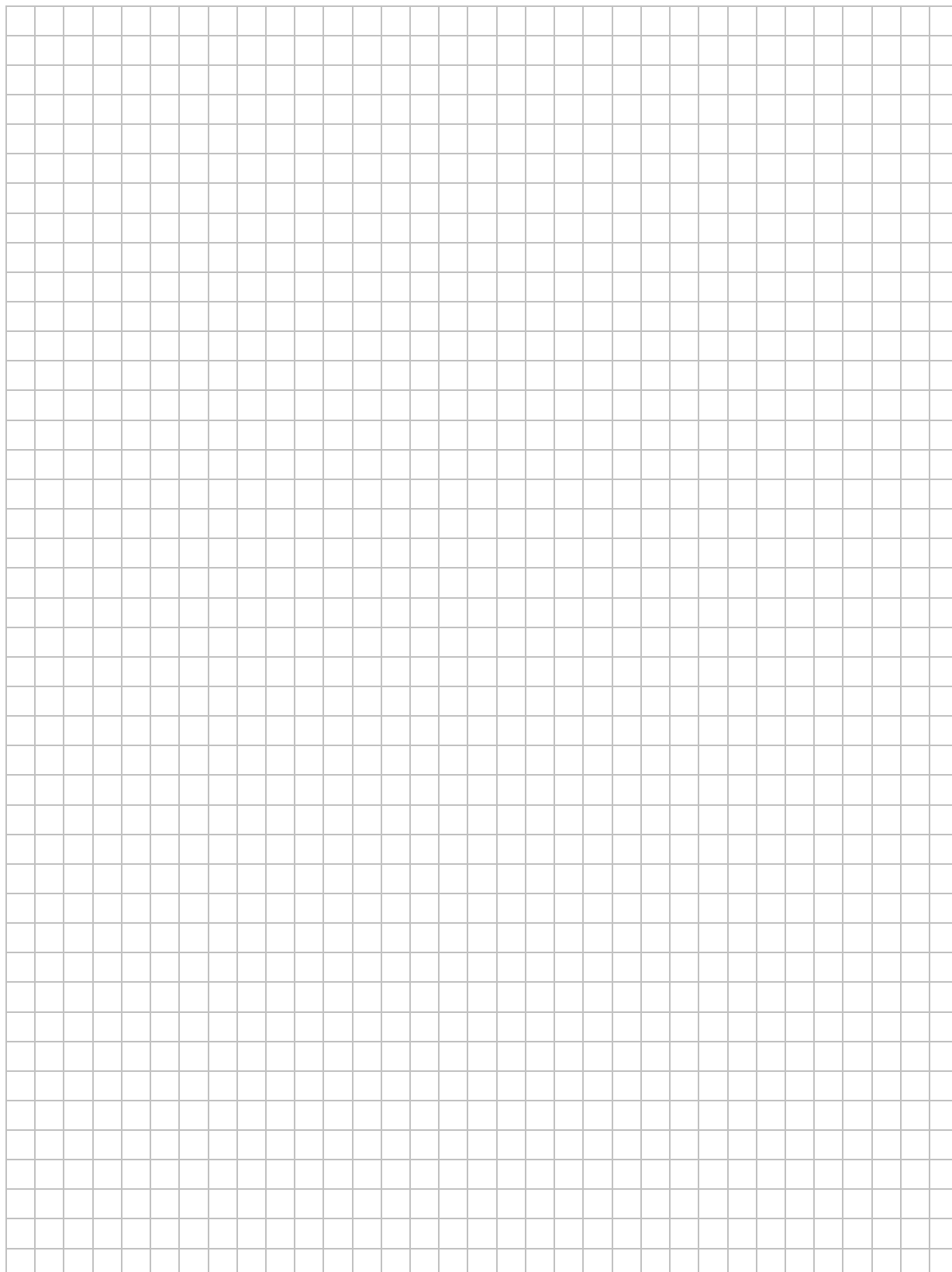


ZADANIE 15 (4 PKT)

Na bokach AB, BC, CD i DA czworokąta $ABCD$ wybrano punkty K, L, M i N takie, że

$$\frac{AK}{KB} = \frac{BL}{LC} = \frac{CM}{MD} = \frac{DN}{NA} = k, \text{ gdzie } k \in (0, +\infty).$$

Oblicz stosunek pola czworokąta $KLMN$ do pola czworokąta $ABCD$.



ZADANIE 16 (5 PKT)

Podstawą ostrosłupa $ABCD$ jest kwadrat $ABCD$ o boku długości a , a krawędź boczna SD jest wysokością ostrosłupa. Oblicz objętość ostrosłupa jeżeli cosinus kąta między ścianami bocznymi ABS i CBS tego ostrosłupa jest równy $-\frac{1}{5}$.



ZADANIE 17 (5 PKT)

Ze zbioru $\{1, 2, 3, 4, \dots, 99, 100\}$ wybieramy cztery różne liczby i obliczamy ich sumę. Oblicz jakie jest prawdopodobieństwo tego, że suma wybranych liczb jest nieparzysta. Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.



ZADANIE 18 (7 PKT)

Spośród wszystkich trapezów, w których iloczyn długości podstaw jest równy k , a pole jest równe S wybrano ten, który ma najdłuższą wysokość. Wykaż, że przekątne wybranego trapezu dzielą się na połowy.

