PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

30 MARCA 2019

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Dane są liczby $a = \frac{\sqrt[3]{9}}{27}$, $b = \frac{1}{3\sqrt[3]{81}}$, $c = \sqrt[3]{3}$, $d = \frac{9}{\sqrt[3]{9}}$ oraz $k = 3^{-\frac{4}{3}}$. Prawdziwa jest równość

A) $ka = 1$ B) $kb = 1$ C) $kc = 1$ D) $kd = 1$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Okrąg o równaniu $x^2 + y^2 = 10x - 24y$ jest styczny do prostej

A) $3x + 4y - 38 = 0$ B) $3x + 4y - 32 = 0$ C) $3x + 4y - 21 = 0$ D) $3x + 4y - 98 = 0$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Ile jest liczb x należących do przedziału $\left\langle \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2} \right\rangle$, które spełniają równanie $|\cos x| = \frac{1}{2019}$?

A) 2 B) 8 C) 6 D) 4

ZADANIE 4 (1 PKT)

Niech A i B będą takim zdarzeniami losowymi, że $P(A' \cap B) = \frac{1}{12}$ i $P(B) = \frac{1}{4}$. Wtedy prawdopodobieństwo warunkowe $P(A|B)$ jest równe

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{4}$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Granica ciągu $\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{7-2n^2}{3n^2+3} + \frac{3n^2-5}{2-6n^2} \right)$ jest równa

A) $-\frac{1}{6}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $-\frac{7}{6}$ D) $\frac{2}{3}$

ZADANIE 6 (2 PKT)

Wykres funkcji $y = \frac{7}{x}$ przesunięto o wektor $\vec{v} = [-3, k]$ i otrzymano wykres funkcji $y = \frac{ax+4}{x+d}$. Wyznacz a, d i k.

ZADANIE 7 (2 PKT)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez $x-5$ jest równa 4. Oblicz resztę z dzielenia wielomianu $W(x+3)$ przez wielomian $x-2$.

ZADANIE 8 (2 PKT)

Oblicz sumę szeregu

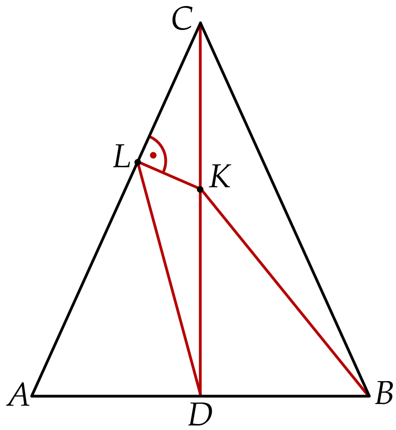
$$\frac{1}{\log_{\sqrt{3}} 10} + \frac{1}{\log_{\sqrt[4]{3}} 10} + \frac{1}{\log_{\sqrt[8]{3}} 10} + \cdots + \frac{1}{\log_{\sqrt[2^n]{3}} 10} + \cdots$$

Zadanie 9 (3 pkt)

Wykaż, że równanie $x^8 + x^2 = 2(x^4 - x - 1)$ ma tylko jedno rozwiązanie rzeczywiste $x = -1$.

ZADANIE 10 (3 PKT)

Odcinek CD jest wysokością przedstawionego na rysunku trójkąta równoramiennego ABC, w którym $|AC| = |BC|$. Punkt L jest rzutem punktu K wysokości CD na bok AC. Udowodnij, że trójkąt CLD jest podobny do trójkąta CKB.



ZADANIE 11 (4 PKT)

W trójkącie ostrokątnym ABC prawdziwa jest równość $|BC|^2 - |AC|^2 = |AB| \cdot |AC|$. Wykaż, że kąt BAC jest dwa razy większy od kąta ABC.

ZADANIE 12 (4 PKT)

Grupę siedmiu osób, w których są trzy dziewczynki i czterech chłopców ustawiamy w rzędzie jeden za drugim. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że żadne dwie dziewczynki nie stoją bezpośrednio za sobą.

ZADANIE 13 (4 PKT)

Oblicz sumę n początkowych wyrazów ciągu (a_n) określonego dla $n \geqslant 1$, w którym

$$\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = 10a_n + 3, \quad \text{dla } n \geqslant 1. \end{cases}$$

ZADANIE 14 (4 PKT)

Wykaż, że jeżeli α i β są kątami ostrymi, dla których $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{7}$ i $\sin\beta = \frac{\sqrt{10}}{10}$, to $\alpha + 2\beta = \frac{\pi}{4}$.

ZADANIE 15 (5 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie

$$(m+3)x^2 - (m+2)x + (m+3) = 0$$

ma dwa różne rozwiązania x_1, x_2 spełniające nierówność: $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \geqslant -\frac{14}{9}$.

ZADANIE 16 (5 PKT)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 5$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wyznacz równania tych stycznych do wykresu funkcji f, które przechodzą przez punkt $(3,3)$.

ZADANIE 17 (7 PKT)

Rozpatrujemy wszystkie ostrosłupy prawidłowe czworokątne o krawędzi bocznej równej 3. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego z tych ostrosłupów, dla którego pole przekroju płaszczyzną przechodzącą przez środki dwóch sąsiednich krawędzi podstawy oraz wierzchołek ostrosłupa jest największe możliwe.