

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

[WWW.ZADANIA.INFO](http://WWW.ZADANIA.INFO)

POZIOM ROZSZERZONY

14 MARCA 2015

**CZAS PRACY: 180 MINUT**

## Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Wielomian  $W(x) = -x^3 + ax + 2$  jest podzielny przez dwumian  $x + 2$ . Wynika stąd, że

- A)  $a = -3$                       B)  $a = 5$                       C)  $a = 2$                       D)  $a = 3$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Granica

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^n + 3^{n-1} \cdot 2 + 3^{n-2} \cdot 2^2 + \dots + 3 \cdot 2^{n-1} + 2^n}{3^n}$$

jest równa

- A) 2                      B) 3                      C)  $\frac{3}{2}$                       D) 0

ZADANIE 3 (1 PKT)

Największa wartość funkcji  $f(x) = 1 + 12x - x^3$ 

- A) jest równa 17                      B) jest równa  $-15$                       C) jest równa 4                      D) nie istnieje

ZADANIE 4 (1 PKT)

Kasia przygotowała 6 karteczek w ten sposób, że na każdej karteczce napisana jest jedna cyfra. Ile różnych liczb 6 cyfrowych można utworzyć kładąc obok siebie te karteczki, jeżeli na karteczkach napisane są cyfry: 1, 1, 2, 3, 4, 5?

- A) 120                      B) 320                      C) 360                      D) 720

ZADANIE 5 (1 PKT)

Funkcje  $f$  i  $g$  są określone dla wszystkich liczb rzeczywistych  $x \neq 2$  wzorami:  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x-2)^2$ ,  $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}|x-2|$ . Ile punktów wspólnych mają wykresy tych funkcji?

- A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 4

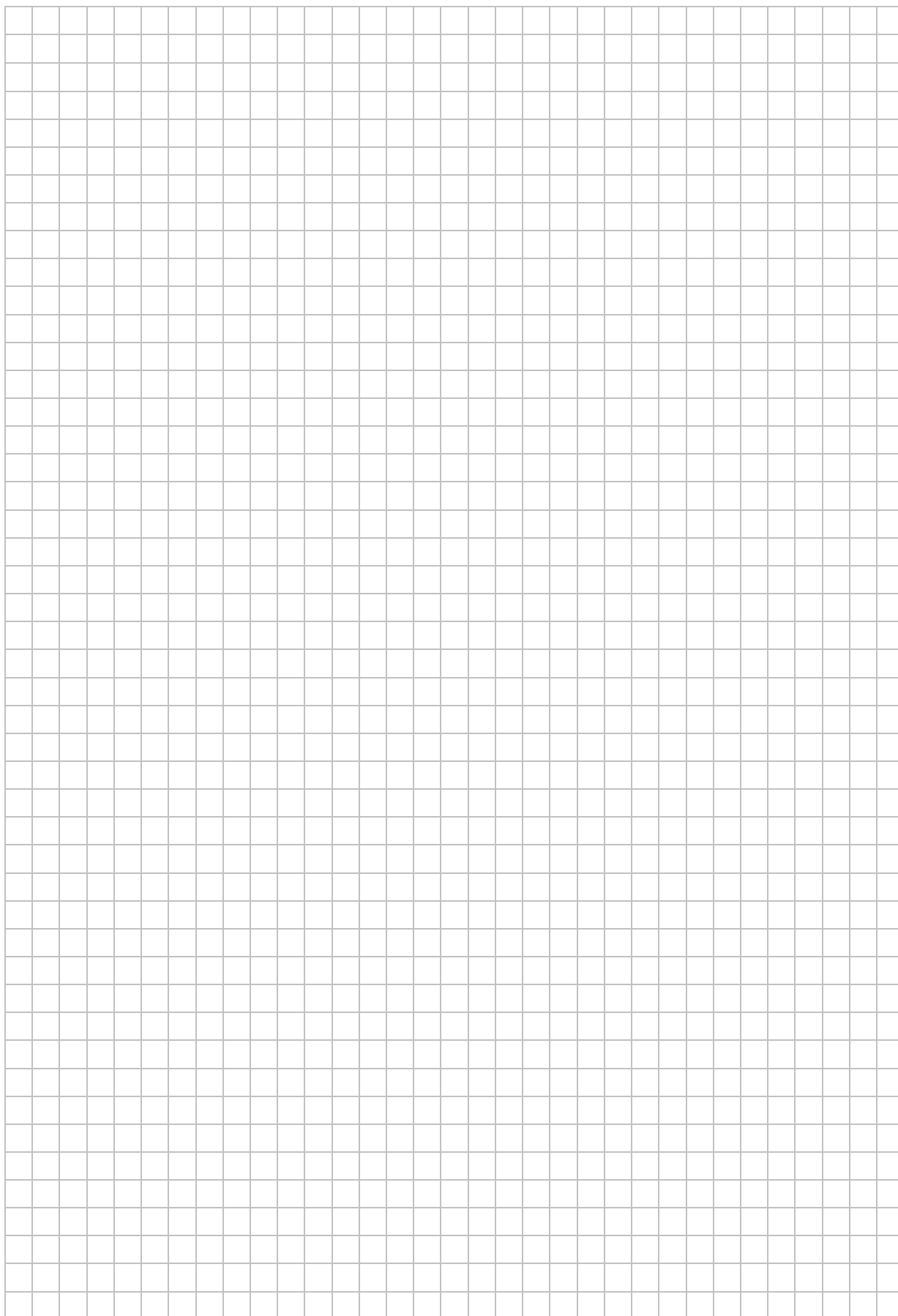
ZADANIE 6 (2 PKT)

Dany jest kwadrat  $ABCD$  o boku długości 2. Punkt  $E$  jest punktem przekątnej  $AC$ , takim że  $|CE| = 1$ . Oblicz długość odcinka  $BE$ .



ZADANIE 7 (2 PKT)

Oblicz granicę jednostronną  $\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{x+1}{\log_{0,5}(4+x)}$ .



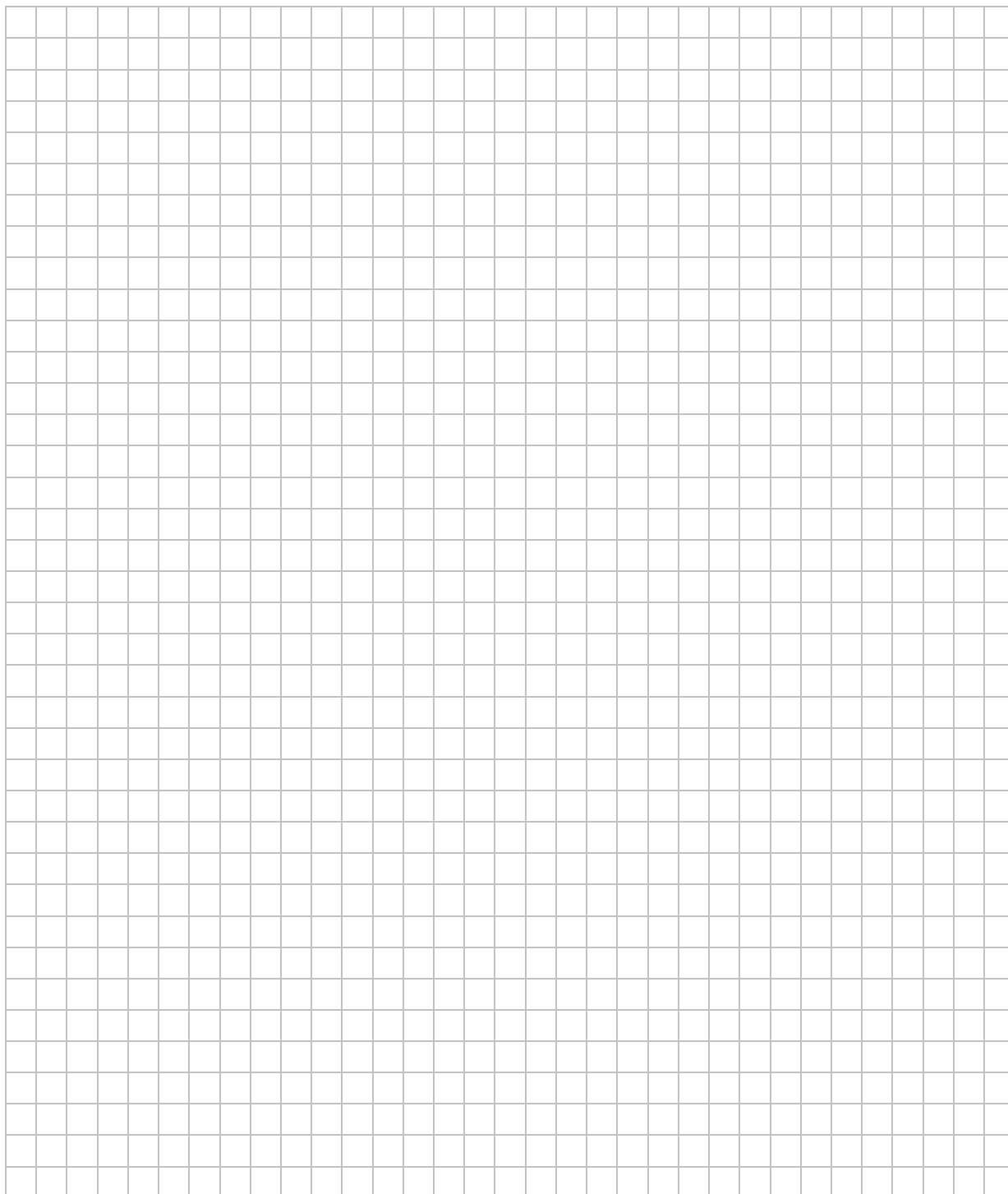
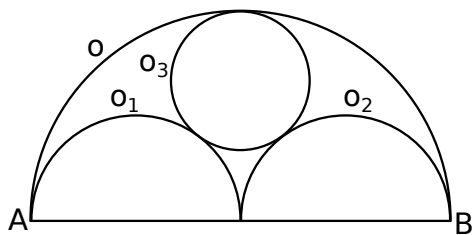
ZADANIE 8 (2 PKT)

Dana jest funkcja  $f$  określona wzorem  $f(x) = \frac{x+4}{x^2+10}$ , dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ . Oblicz wartość pochodnej tej funkcji w punkcie  $x = -\frac{1}{2}$ .



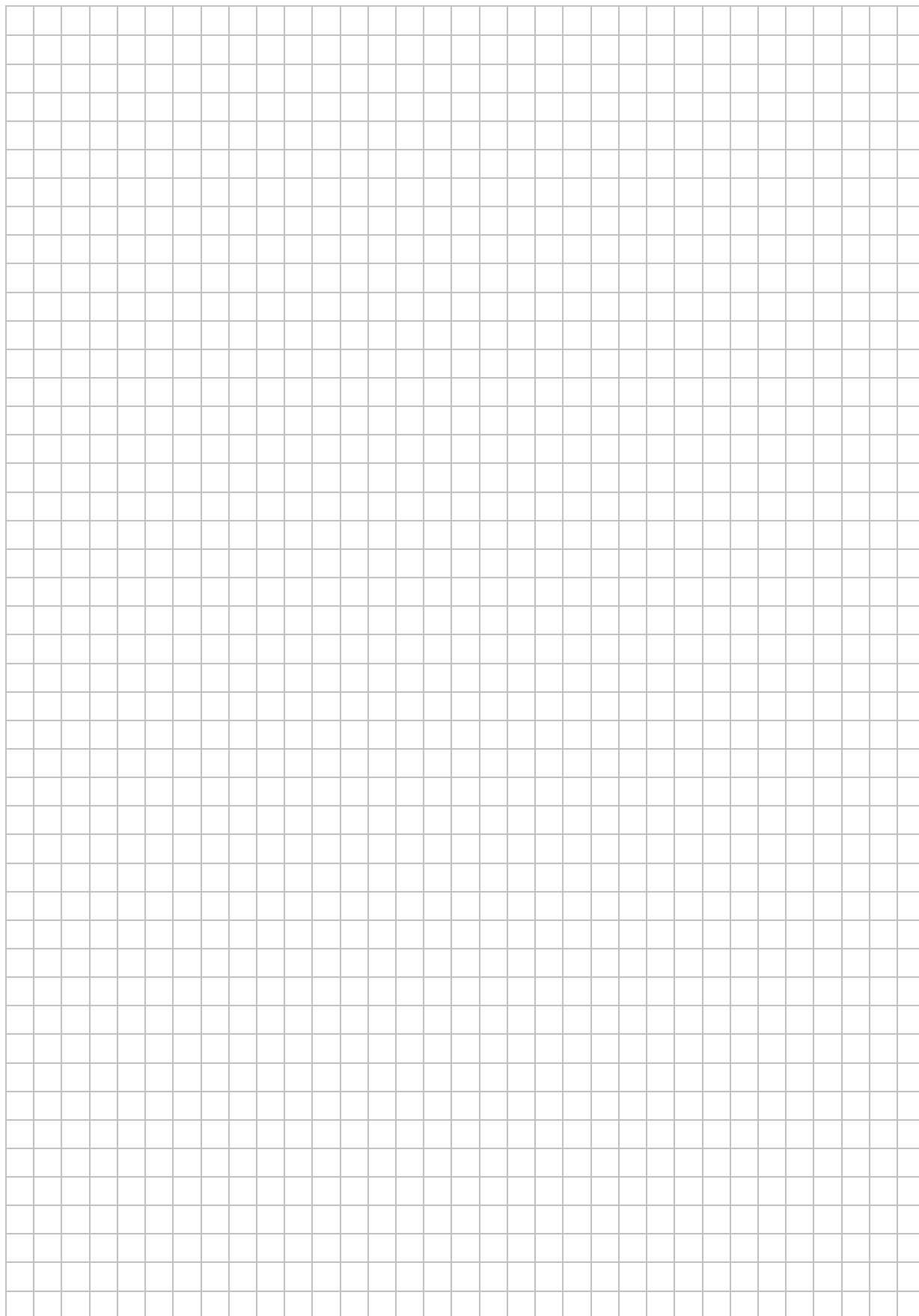
ZADANIE 9 (2 PKT)

W półkolu  $o$  o średnicy  $|AB| = 2R$  narysowano dwa przystające i zewnętrznie styczne półkole  $o_1, o_2$ , których środki leżą na odcinku  $AB$ , i które są wewnętrznie styczne do półkola  $o$ . Oblicz promień okręgu  $o_3$ , który jest styczny do  $o_1, o_2$  i  $o$ .



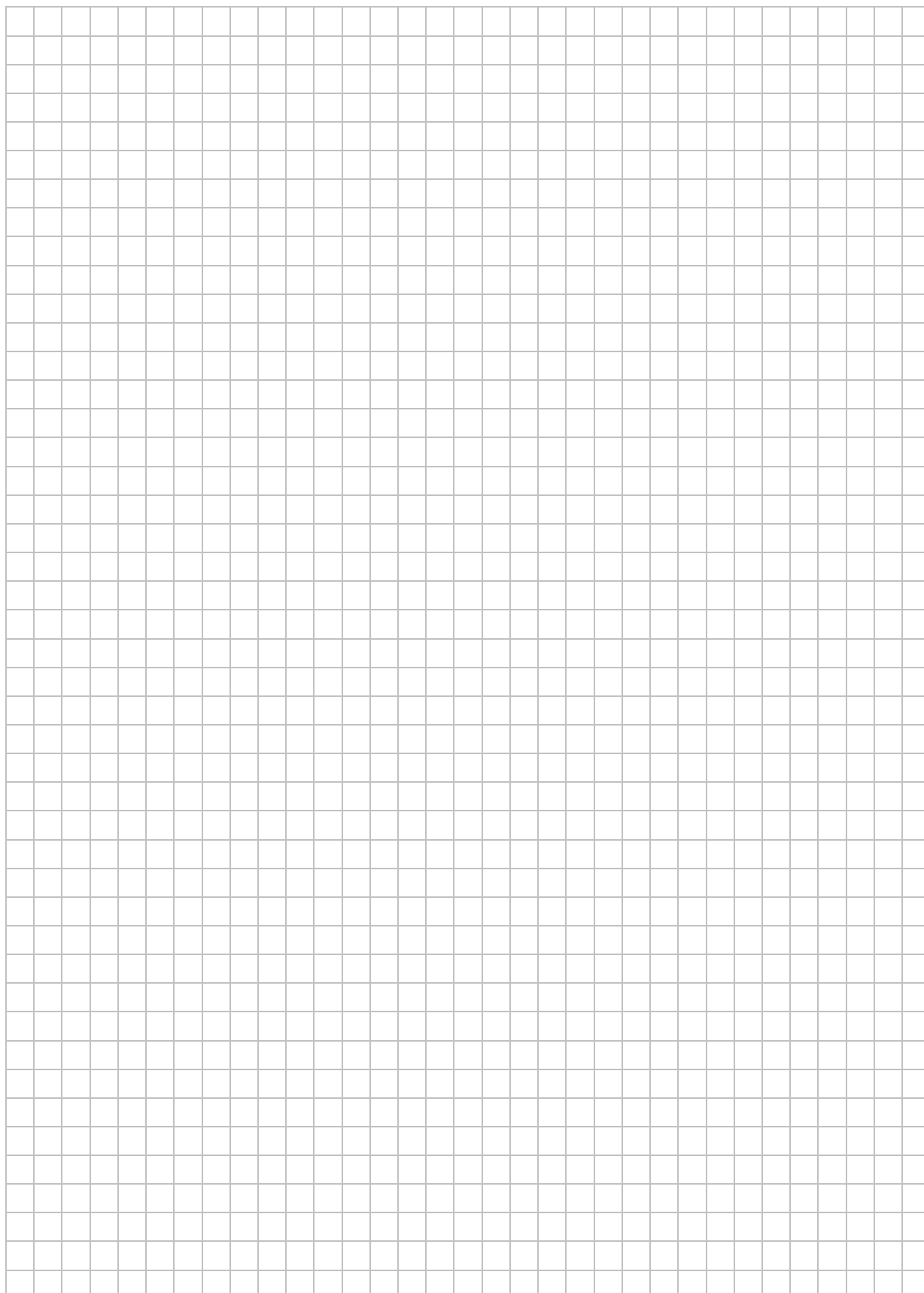
ZADANIE 10 (3 PKT)

Oblicz, ile jest punktów  $(x, y)$  na płaszczyźnie, których współrzędne  $x$  i  $y$  są liczbami całkowitymi spełniającymi odpowiednio nierówności:  $|179 - x| < 43$  i  $|y + 372| < 21$ .



ZADANIE 11 (3 PKT)

Dany jest prostopadłościan o polu powierzchni równym 162, w którym przekątna jest liczbą z przedziału  $\langle 9, 15 \rangle$ . Wykaż, że suma długości wszystkich krawędzi tego prostopadłościanu jest liczbą z przedziału  $\langle 36\sqrt{3}, 12\sqrt{43} \rangle$ .





ZADANIE 12 (3 PKT)

Wyznacz równanie stycznej do wykresu funkcji  $f(x) = x^3$ , która przecina oś  $Ox$  w jednym punkcie:  $(-4, 0)$ .



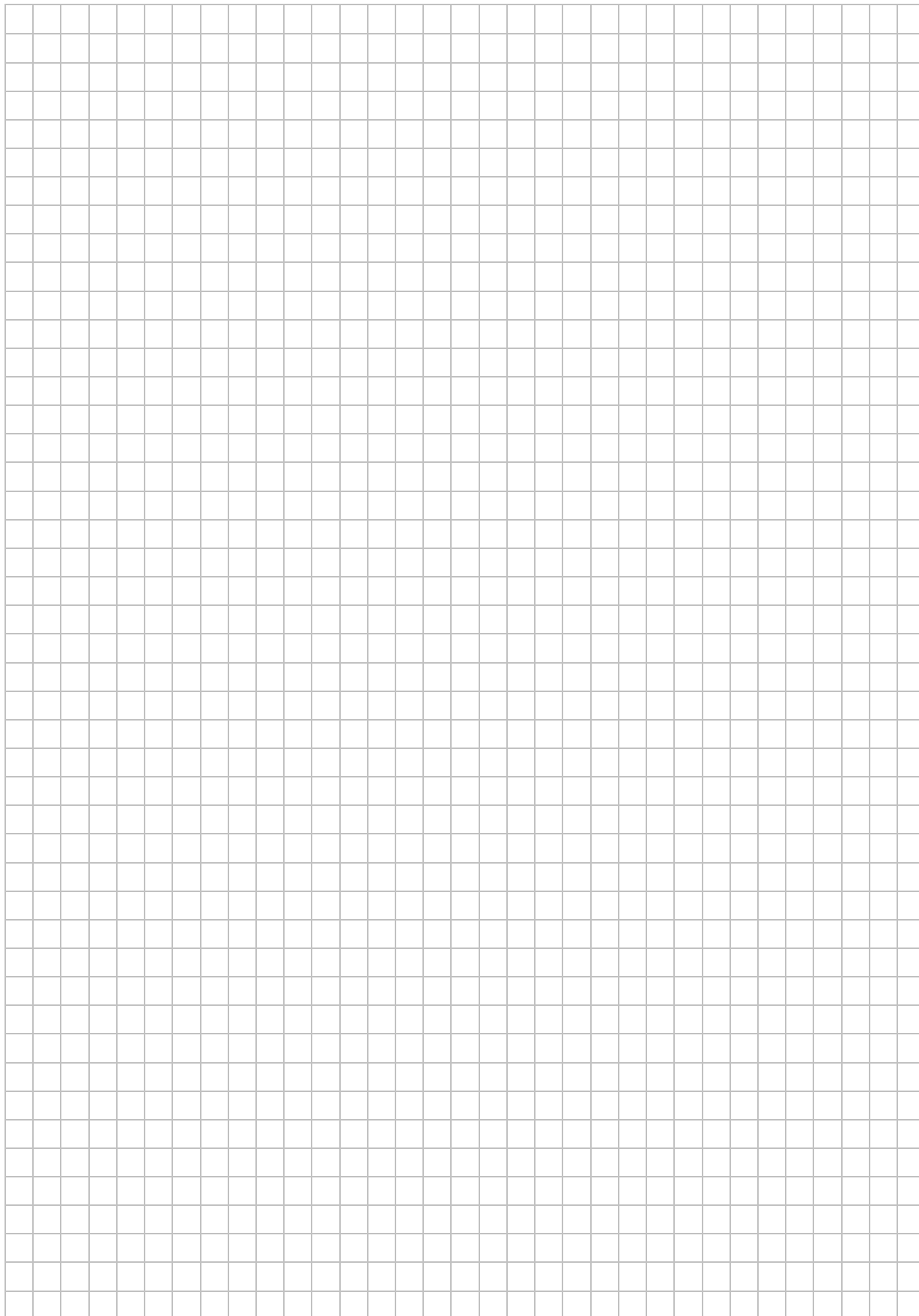
ZADANIE 13 (3 PKT)

Liczby  $\alpha$  i  $\beta$  są pierwiastkami równania  $5x^2 - 3x - 7 = 0$ . Wykaż, że pierwiastkami równania  $343x^2 + 342x - 125 = 0$  są liczby  $\frac{1}{\alpha^3}$  i  $\frac{1}{\beta^3}$ .



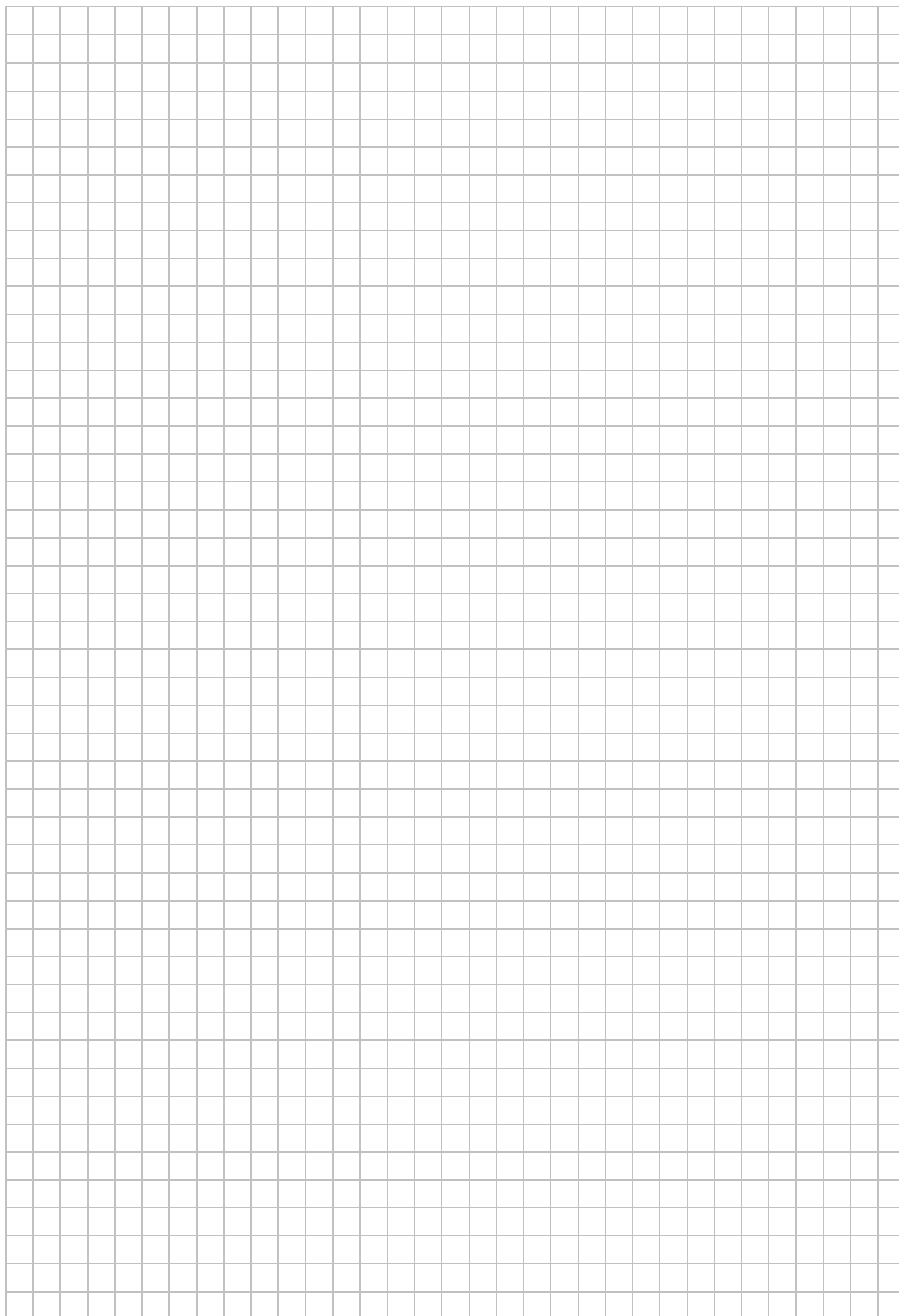
ZADANIE 14 (4 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których prosta o równaniu  $x + my + 2 = 0$  ma dokładnie dwa punkty wspólne z parabolą o równaniu  $y = -2x^2 + 3x - 4$ .



ZADANIE 15 (4 PKT)

Rozwiąż równanie  $\cos 3x = 1 + \sin 3x$ .



ZADANIE 16 (4 PKT)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź podstawy ma długość  $a$ . Kąt między krawędzią boczną, a krawędzią podstawy ma miarę  $\alpha > 30^\circ$ . Oblicz objętość ostrosłupa.



ZADANIE 17 (6 PKT)

Sześć ponumerowanych kul rozmieszczamy losowo w 5 pudełkach. Jakie jest prawdopodobieństwo, że dokładnie dwa pudełka będą puste?



ZADANIE 18 (7 PKT)

Na wykresie funkcji  $y = \frac{1}{4}x^4 - x^3 - 5x^2 + 22x + 50$  znajdź współrzędne punktu  $A$ , którego odległość od prostej o równaniu  $y = -2x - 22$  jest najmniejsza.

