PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

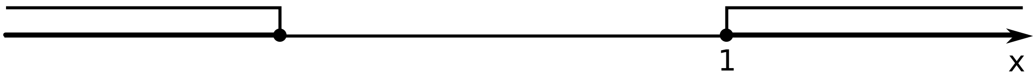
19 MARCA 2016

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiony jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających nierówność $|m - 5x| \geqslant 3$.



Stąd wynika, że

A) $m = 5$ B) $m = 8$ C) $m = 2$ D) $m = 4$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Dany jest wielomian $W(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$, gdzie a i b są liczbami całkowitymi. Zatem

A) Jeżeli równanie $W(x) = 0$ ma pierwiastek wymierny, to $a + b = 0$.
B) Jeżeli równanie $W(x) = 0$ ma ujemny pierwiastek całkowity, to $a = b + 2$.
C) Równanie $W(x) = 0$ może nie mieć rozwiązań.
D) Równanie $W(x) = 0$ musi mieć co najmniej 2 różne pierwiastki.

ZADANIE 3 (1 PKT)

Pochodna funkcji $f(x) = \frac{x+1}{x^2}$ jest równa

A) $\frac{-x-2}{x^3}$ B) $\frac{x+2}{x^3}$ C) $\frac{3x+2}{x^3}$ D) $-\frac{1}{x^3}$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Wartość wyrażenia $\cos\frac{23\pi}{7} + \sin\left(-\frac{53\pi}{14}\right)$ jest równa

A) 0 B) $2\cos\frac{2\pi}{7}$ C) $2\sin\frac{2\pi}{7}$ D) $-2\cos\frac{2\pi}{7}$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Wskaż równanie okręgu stycznego do prostej $3x - 4y + 5 = 0$.

A) $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$
B) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$
C) $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 3$
D) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 3$

ZADANIE 6 (2 PKT)

Oblicz granicę jednostronną funkcji $\lim_{x\to -4^-} \frac{x^3+64}{x^2+8x+16}$.

Zadanie 7 (2 pkt)

Punkt F jest środkiem boku AD prostokąta $ABCD$, w którym $AB > BC$. Punkt E jest takim punktem boku AB tego prostokąta, że prosta CF jest dwusieczną kąta DCE. Wykaż, że trójkąt CFE jest prostokątny.

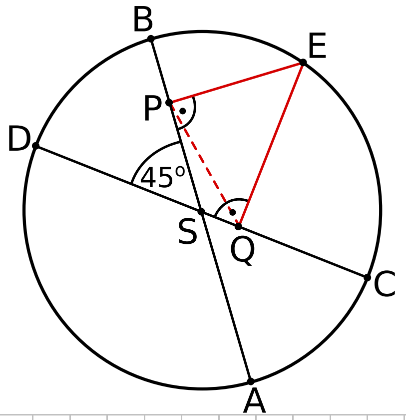
ZADANIE 8 (3 PKT)

Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność

$$x^4 - x^2 + 2x + 3 > 0.$$

ZADANIE 9 (3 PKT)

W okręgu o promieniu 6 średnice AB i CD przecinają się pod kątem 45°. Na okręgu tym wybrano punkt E oraz skonstruowano jego rzuty P i Q odpowiednio na średnice AB i CD. Oblicz długość odcinka PQ.



ZADANIE 10 (3 PKT)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wyznacz równania tych stycznych do wykresu funkcji f, które przechodzą przez punkt $(-1, -7)$.

ZADANIE 11 (4 PKT)

Rozwiąż nierówność $-2\cos 3x \geqslant 1$ w przedziale $\langle 0, 2\pi\rangle$.

ZADANIE 12 (4 PKT)

W trójkąt równoramienny ABC o podstawie długości $|AB| = 14$ i polu 168 wpisano okrąg. Oblicz długość odcinka łączącego wierzchołek A z punktem wspólnym okręgu i ramienia BC.

ZADANIE 13 (5 PKT)

Odcinek AB o długości 20 jest zawarty w prostej o równaniu $3y + 4x - 5 = 0$. Symetralna odcinka AB przecina oś Ox w punkcie $P = \left(-\frac{40}{3}, 0\right)$. Oblicz współrzędne końców odcinka AB.

ZADANIE 14 (6 PKT)

Oblicz prawdopodobieństwo warunkowe, że w czterokrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry otrzymamy co najmniej jedną „czwórkę”, pod warunkiem że otrzymamy co najmniej jedną „piątkę”.

ZADANIE 15 (6 PKT)

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = \frac{m^2-m-2}{m^2-m-6}x^2 - 2(m-2)x + m^2 - m - 6$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których rozwiązaniem nierówności $f(x) < 0$ jest przedział postaci (a, b), gdzie $a < 0 < b$.

ZADANIE 16 (7 PKT)

Rozpatrujemy wszystkie walce, których przekrojem osiowym jest prostokąt, w którym suma długości przekątnej i jednego boku jest równa 10. Oblicz wysokość i promień podstawy tego walca, którego objętość jest największa. Oblicz objętość tego walca.