Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis zadania.info

poziom podstawowy

28 marca 2020

Czas pracy: 170 minut

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Wartość wyrażenia $(4-\sqrt{3})^2+(4+\sqrt{3})^2$ wynosi

A) 19 B) $16\sqrt{3}$ C) 32 D) 38

ZADANIE 2 (1 PKT)

Liczba $\frac{\log_{0,5}\sqrt{8}}{\log_{0,4}\sqrt{2,5}}$ jest równa

A) 3 B) $\frac{2}{3}$ C) $-\frac{3}{2}$ D) $-\frac{1}{3}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

W wyniku dwóch obniżek cenę spodni obniżono o 52%. W ramach pierwszej z tych obniżek cenę zmniejszono o 20%. O ile procent zmniejszono cenę w ramach drugiej obniżki?

A) o 60% B) o 40% C) o 20% D) o 50%

ZADANIE 4 (1 PKT)

Równość $\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{a}=1$ jest prawdziwa dla

A) $a=\frac{30}{19}$ B) $a=\frac{10}{11}$ C) $a=\frac{11}{10}$ D) $a=\frac{19}{30}$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x)=(a+1)x^2+11x$, gdzie a to pewna liczba rzeczywista. Liczba $x=\frac{1}{2}$ jest miejscem zerowym tej funkcji. Stąd wynika, że

A) $a=21$ B) $a=-22$ C) $a=-23$ D) $a=10$

ZADANIE 6 (1 PKT)

Liczba rzeczywistych rozwiązań równania $(5-3x^2)(2x^3+3)=5(2x^3+3)$ jest równa

A) 5 B) 3 C) 2 D) 4

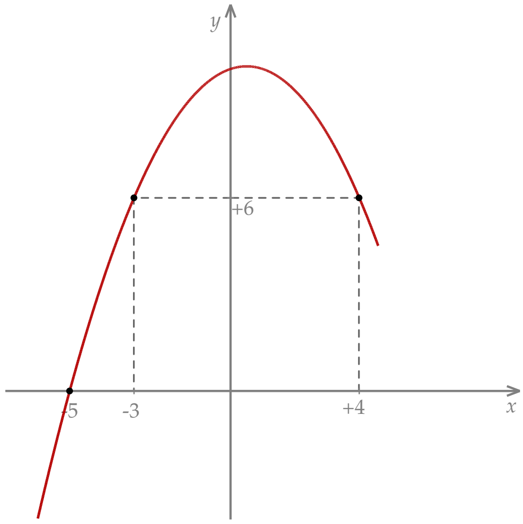
ZADANIE 7 (1 PKT)

Dla pewnych liczb a i b zachodzą równości: $a^2=b^2+5-3\sqrt{2}$ i $a=b+1-2\sqrt{2}$. Wartość wyrażenia $a+b$ jest równa

A) $-1-\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}-1$ C) $1+\sqrt{2}$ D) $1-\sqrt{2}$

Informacja do zadań 8 i 9

Na rysunku przedstawiony jest fragment paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej f, określonej dla wszystkich liczb rzeczywistych. Do tego wykresu należą punkty $(-3,6)$ i $(4,6)$, a liczba -5 jest miejscem zerowym funkcji f.



ZADANIE 8 (1 PKT)

Drugim miejscem zerowym funkcji f jest liczba

A) $\frac{13}{2}$ B) 6 C) $\frac{11}{2}$ D) 5

ZADANIE 9 (1 PKT)

Największa wartość funkcji w przedziale $\langle -3,0\rangle$, to

A) 10 B) $\frac{121}{12}$ C) $\frac{21}{2}$ D) 9

ZADANIE 10 (1 PKT)

Dany jest rosnący ciąg arytmetyczny (a_n), określony dla liczb naturalnych $n \geqslant 1$, o wyrazach dodatnich. Jeśli $a_4 + a_{11} = a_9 + a_k$, to k jest równe

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5

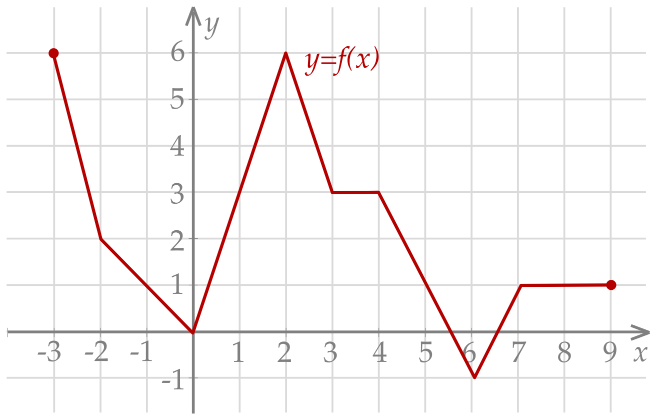
ZADANIE 11 (1 PKT)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), określony dla $n \geqslant 1$, w którym $a_1 = -\frac{1}{2}$, $a_4 = \frac{1}{16}$. Suma czterech początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa

A) $-\frac{5}{8}$ B) $-\frac{3}{8}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) $-\frac{5}{16}$

ZADANIE 12 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f.



Najdłuższy przedział, na którym funkcja f jest malejąca to

A) $\langle 2,6\rangle$ B) $\langle -3,0\rangle$ C) $\langle 2,3\rangle$ D) $\langle 4,6\rangle$

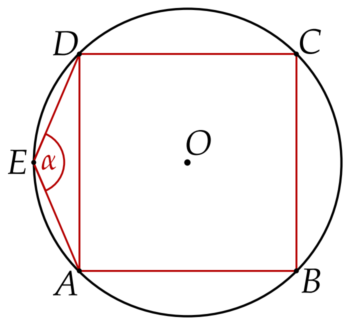
ZADANIE 13 (1 PKT)

Cosinus kąta rozwartego α jest równy $-\frac{12}{13}$. Wtedy

A) $\sin\alpha = \frac{1}{13}$ B) $\sin\alpha = -\frac{1}{13}$ C) $\sin\alpha = -\frac{5}{13}$ D) $\sin\alpha = \frac{5}{13}$

ZADANIE 14 (1 PKT)

Na okręgu opisanym na kwadracie $ABCD$ wybrano punkt E w ten sposób, że $|AE| = |DE|$.



Miara kąta oznaczonego na rysunku literą α jest równa

A) 135° B) 120° C) 150° D) 145°

ZADANIE 15 (1 PKT)

Punkty $A = (-4,-1), B = (1,-6)$ i $C = (2,1)$ są trzema kolejnymi wierzchołkami rombu $ABCD$. Pole tego rombu jest równe

A) 40 B) $4\sqrt{10}$ C) 80 D) 20

ZADANIE 16 (1 PKT)

Dokończ zdanie tak, aby otrzymać zdanie prawdziwe.
Pary liczb $(x, y) = (2, -1)$ i $(x, y) = (-1, 5)$ należą do zbioru rozwiązań układu równań

A) $\begin{cases} x + 3y = -1 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$ B) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases}$ C) $\begin{cases} 2x + 6y = -2 \\ 3x + 9y = -3 \end{cases}$ D) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases}$

ZADANIE 17 (1 PKT)

W urnie zawierającej kule białe i czarne jest 60 kul. Losujemy jedną kulę. Jeśli prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe $\frac{3}{5}$, to kul czarnych w tej urnie jest

A) 30 B) 24 C) 20 D) 36

ZADANIE 18 (1 PKT)

Prosta $y = \frac{3}{4}x - 5$ jest osią symetrii trójkąta ABC, w którym $A = (-6, 2)$ i $B = (8, 1)$. Bok AC tego trójkąta jest zawarty w prostej o równaniu

A) $y = -\frac{4}{3}x - 6$ B) $y = \frac{3}{4}x + \frac{13}{2}$ C) $y = -\frac{4}{3}x + \frac{35}{3}$ D) $y = \frac{3}{4}x + 5$

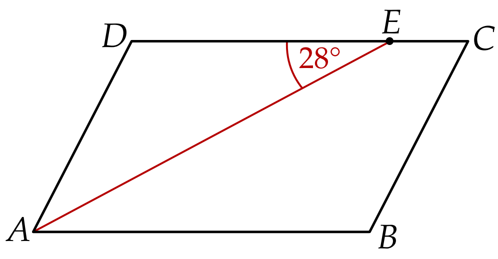
ZADANIE 19 (1 PKT)

W układzie współrzędnych na płaszczyźnie danych jest 5 punktów: $A = (1, 4)$, $B = (-5, -1)$, $C = (-5, 3)$, $D = (6, -4)$, $P = (-54, 49)$. Punkt P należy do tej samej ćwiartki układu współrzędnych co punkt

A) A B) B C) C D) D

ZADANIE 20 (1 PKT)

Odcinek AE jest dwusieczną kąta BAD w równoległoboku $ABCD$. Miara kąta AED jest równa 28°.



Miara kąta ABC jest równa

A) 112° B) 56° C) 152° D) 124°

Zadanie 21 (1 pkt)

Ile jest wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych podzielnych przez 6 i niepodzielnych przez 4?

A) 150 B) 75 C) 83 D) 68

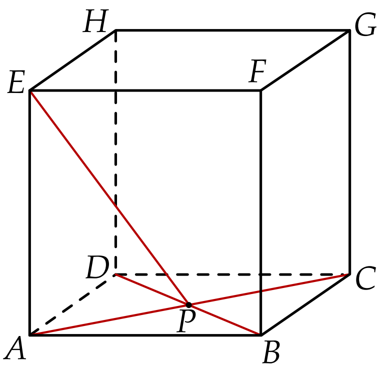
Zadanie 22 (1 pkt)

Pole powierzchni kuli o promieniu 6 cm jest równe polu powierzchni całkowitej stożka o promieniu podstawy 8 cm. Pole powierzchni bocznej stożka jest równe

A) 144π cm^2 B) 80π cm^2 C) 64π cm^2 D) 96π cm^2

Zadanie 23 (1 pkt)

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$. Przekątne AC i BD ściany $ABCD$ sześcianu przecinają się w punkcie P (zobacz rysunek).

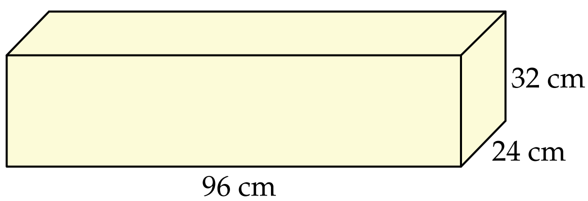


Tangens kąta, jaki odcinek PE tworzy z płaszczyzną $ADHE$, jest równy

A) $\sqrt{6}$ B) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D) $\sqrt{5}$

Zadanie 24 (1 pkt)

Dany jest prostopadłościan o wymiarach 24 cm $\times$ 32 cm $\times$ 96 cm (zobacz rysunek), a ponadto dane są cztery odcinki a, b, c, d, o długościach – odpowiednio – 89 cm, 101 cm, 110 cm i 121 cm.



Przekątna tego prostopadłościanu jest dłuższa

A) tylko od odcinka a.

B) tylko od odcinków a i b.

C) tylko od odcinków a, b i c.

D) od wszystkich czterech danych odcinków.

ZADANIE 25 (1 PKT)

Mediana dziesięciu liczb naturalnych: 3, 10, 5, x, x, x, x, 12, 19, 7 jest równa 14. Średnia arytmetyczna tych liczb jest równa

A) 16 B) 12 C) 12,2 D) 14

Zadanie 26 (2 pkt)

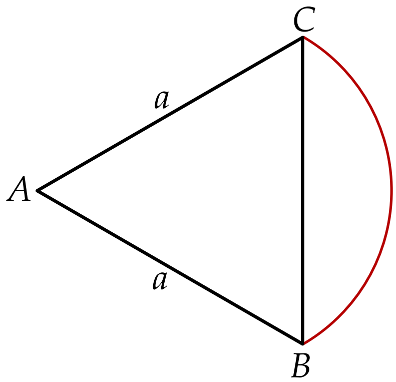
Rozwiąż równanie $\frac{(x^2+0,1x-0,02)(x^3-0,008)}{x^2-0,04} = 0$.

Zadanie 27 (2 pkt)

Rozwiąż nierówność $2x^2 - x \leqslant 10$.

ZADANIE 28 (2 PKT)

Trójkąt ABC jest trójkątem równobocznym o boku długości a. Wykaż, że łuk okręgu opisanego na tym trójkącie zawarty między wierzchołkami B i C ma długość większą niż 120%a.



ZADANIE 29 (2 PKT)

Wykaż, że jeżeli liczby rzeczywiste x i y spełniają warunek

$$\frac{x^6+y^6}{2} = x^3+y^3-1,$$

to $x=y=1$.

ZADANIE 30 (2 PKT)

Ze zbioru wszystkich liczb trzycyfrowych losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na wylosowaniu liczb, których iloczyn jest liczbą nieparzystą.

Zadanie 31 (2 pkt)

Przekątne rombu $ABCD$ przecinają się w punkcie $S = \left(-\frac{13}{2}, 12\right)$. Punkty A i C leżą na prostej o równaniu $y = -3x - \frac{15}{2}$. Wyznacz równanie prostej BD.

Zadanie 32 (4 pkt)

Środek okręgu leży w odległości 8 cm od cięciwy tego okręgu. Długość tej cięciwy jest o 13 cm większa od promienia tego okręgu. Oblicz promień tego okręgu.

Zadanie 33 (4 pkt)

Liczby rzeczywiste x i z spełniają warunek $2x - z = 1$. Wyznacz takie wartości x i z, dla których wyrażenie $\frac{4}{3x^2+z^2+2xz}$ przyjmuje największą wartość. Podaj tę największą wartość.

ZADANIE 34 (5 PKT)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym $ABCS$ krawędź podstawy ma długość 12, a jego objętość jest równa $72\sqrt{3}$. Kąt α jest kątem między krawędziami bocznymi SA i SB (zobacz rysunek). Oblicz sinus kąta α.