

Miejsce
na naklejkę
z kodem szkoły

dysleksja

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 180 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 14 stron (zadania 1 – 12). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym przy każdym zadaniu.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla, linijki oraz kalkulatora.
8. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje zdający. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
9. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Zamaluj ■ pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ⊙ i zaznacz właściwe.

Za rozwiązanie
wszystkich zadań
można otrzymać
łącznie
50 punktów

Życzymy powodzenia!

Wypełnia zdający przed
rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

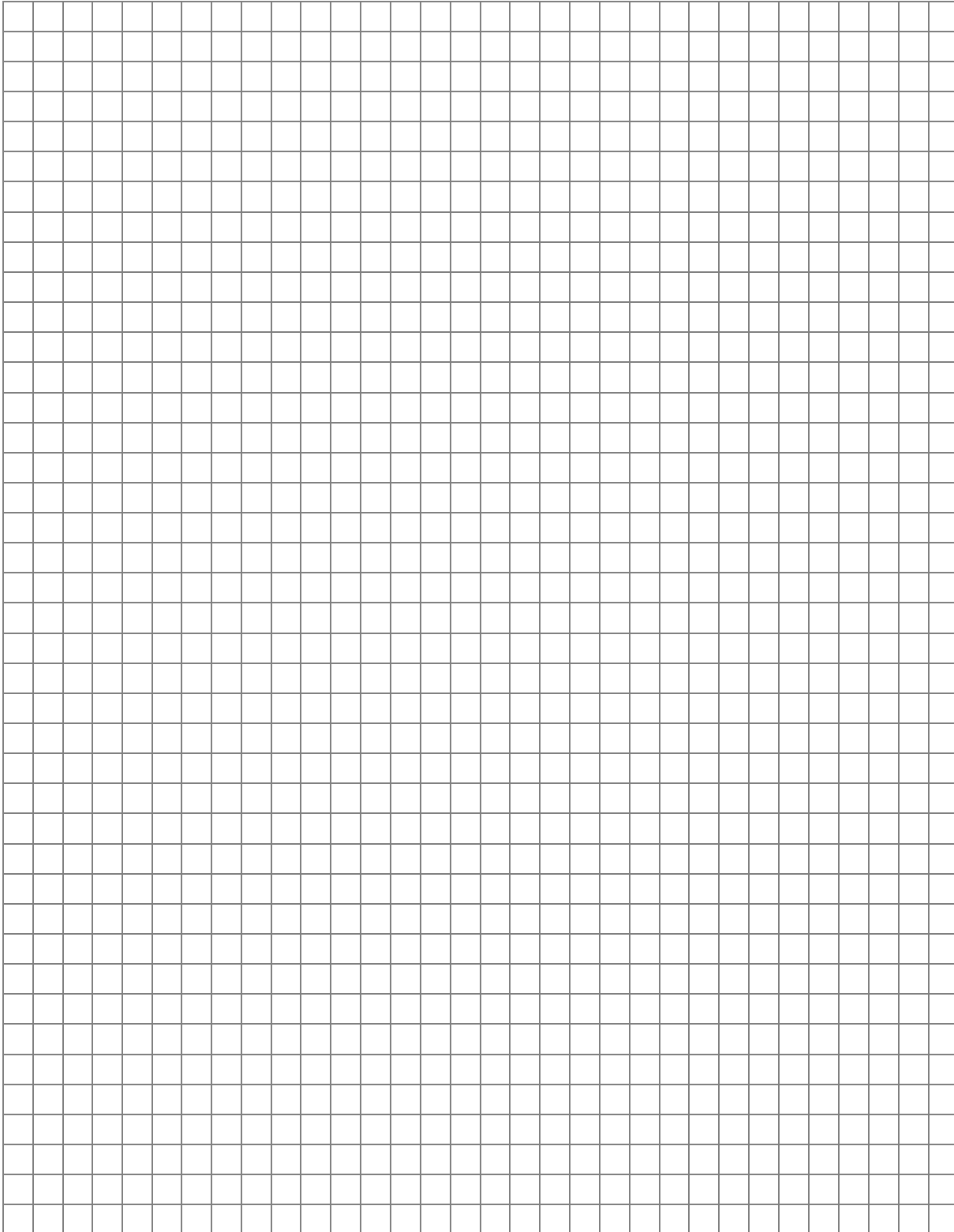
--	--	--

KOD
ZDAJĄCEGO

Zadanie 1. (6 pkt)

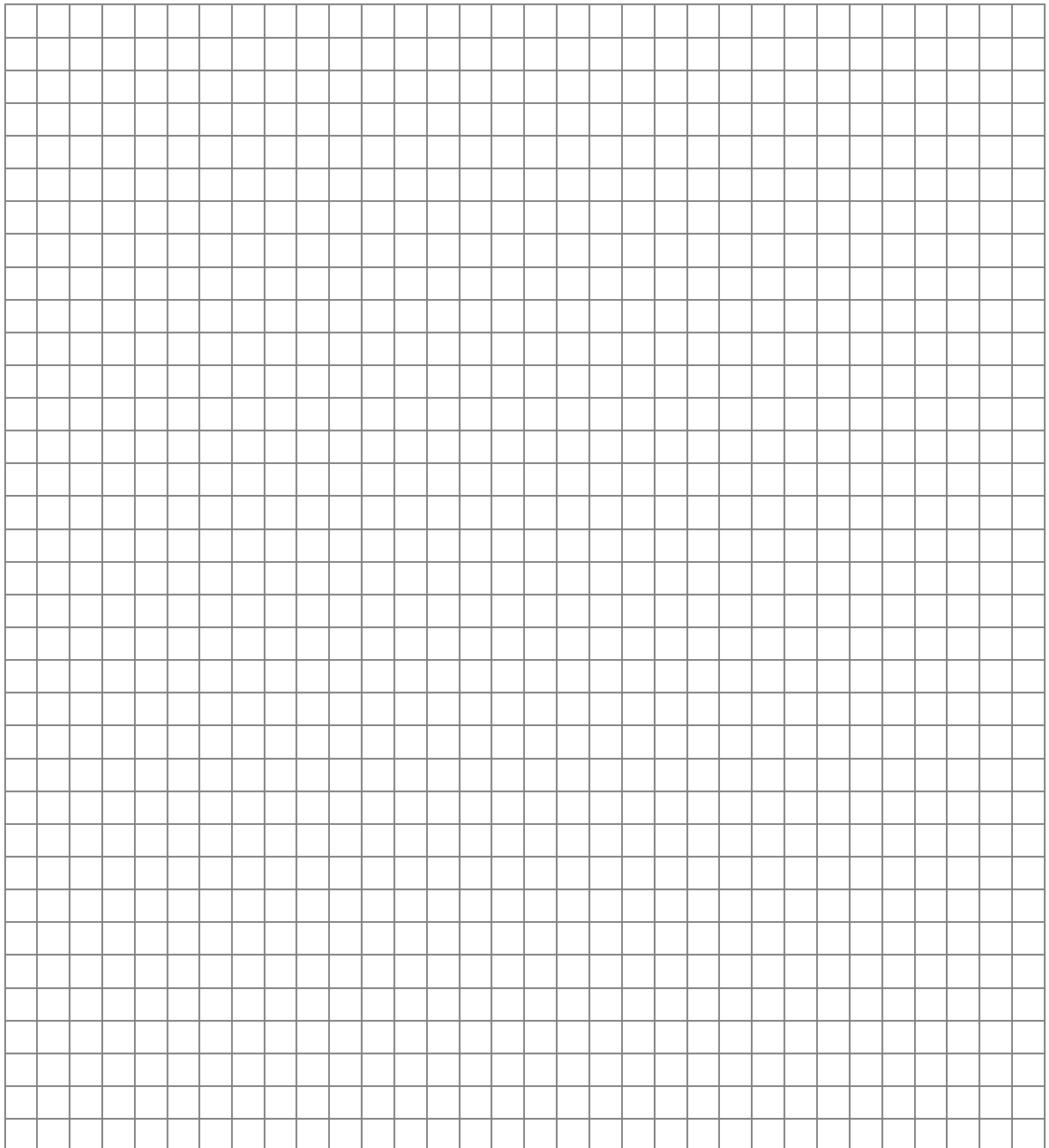
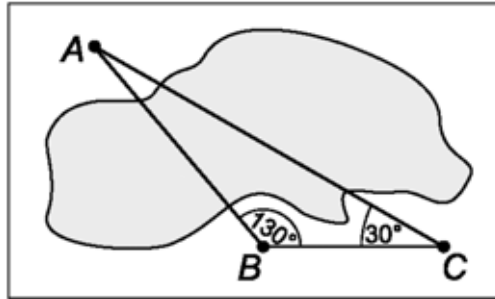
Dany jest ciąg (a_n) o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{5-3n}{7}$ $n = 1, 2, 3, \dots$

- a) Sprawdź, czy ciąg (a_n) jest arytmetyczny.
- b) Oblicz, dla jakiej wartości x liczby a_4 , $x^2 + 2$, a_{11} są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego.



Zadanie 2. (3 pkt)

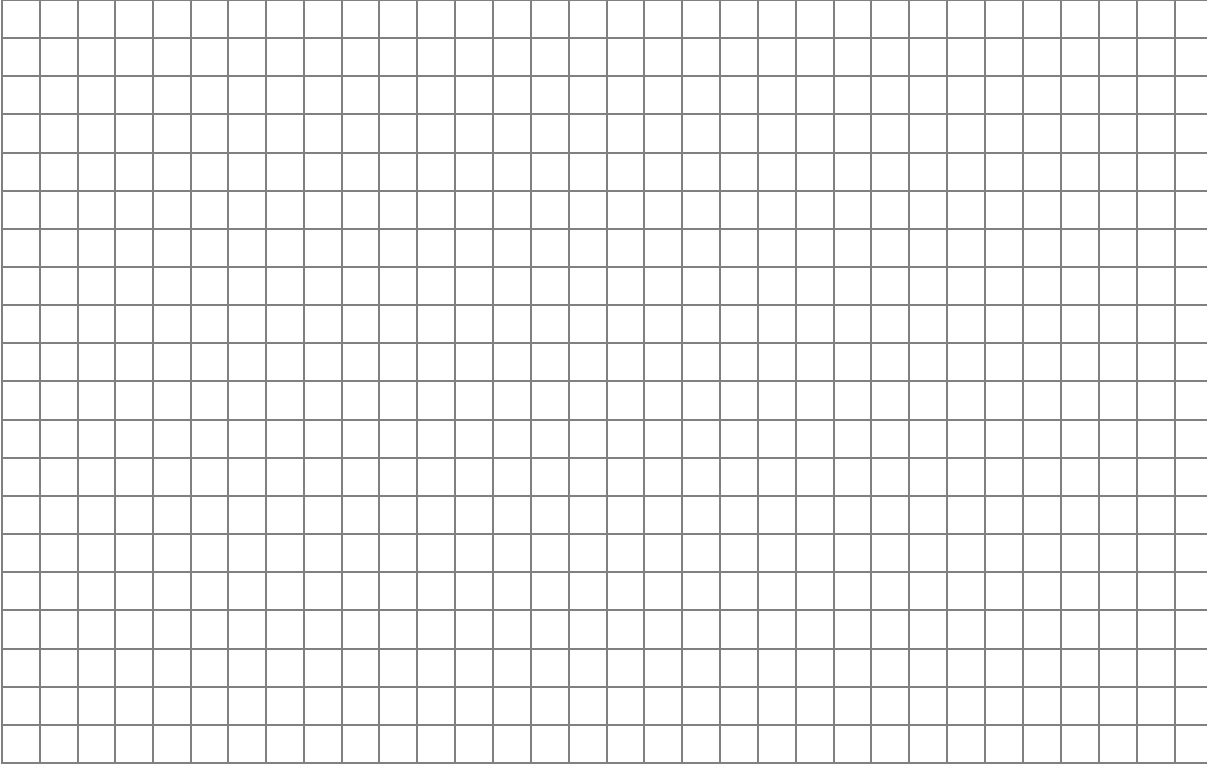
Obiekty A i B leżą po dwóch stronach jeziora. W terenie dokonano pomiarów odpowiednich kątów i ich wyniki przedstawiono na rysunku. Odległość między obiektami B i C jest równa 400 m. Oblicz odległość w linii prostej między obiektami A i B i podaj wynik, zaokrąglając go do jednego metra.



Zadanie 3. (3 pkt)

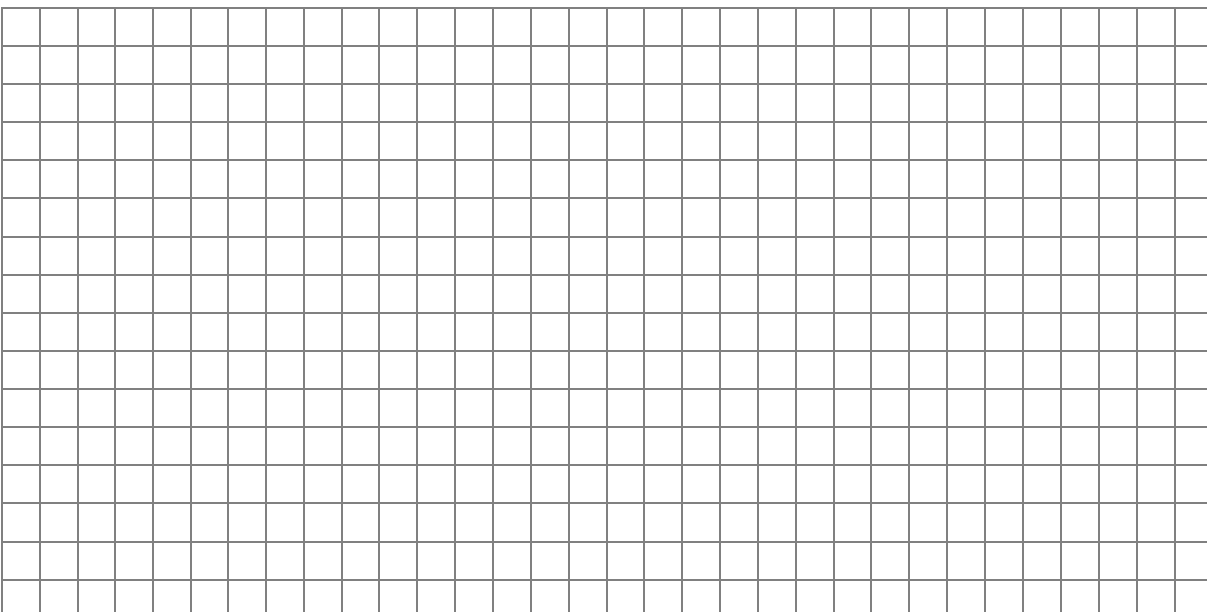
Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$.

a) Narysuj wykres funkcji f w przedziale $\langle -4, 3 \rangle$.



b) Narysuj wykres funkcji $g(x) = \frac{|f(x)|}{f(x)}$, której dziedziną jest zbiór $(-5, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, 5)$.

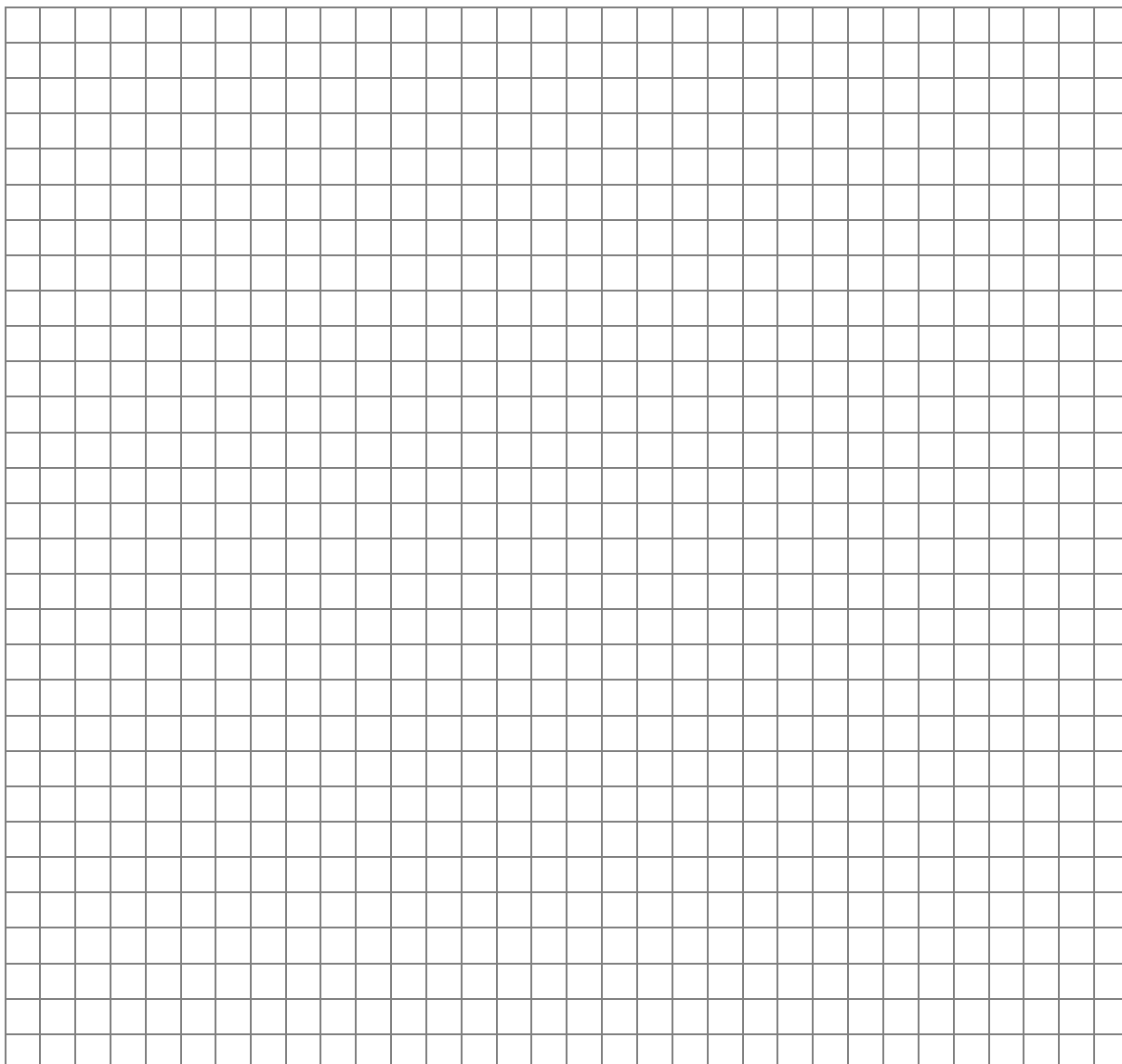
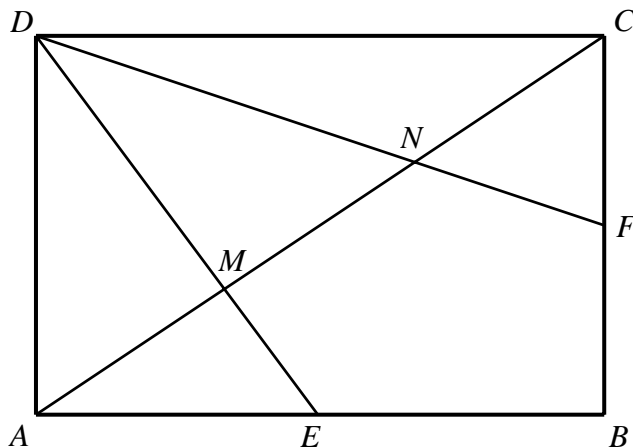
c) Zapisz zbiór rozwiązań nierówności $g(x) < 0$.



Zadanie 4. (4 pkt)

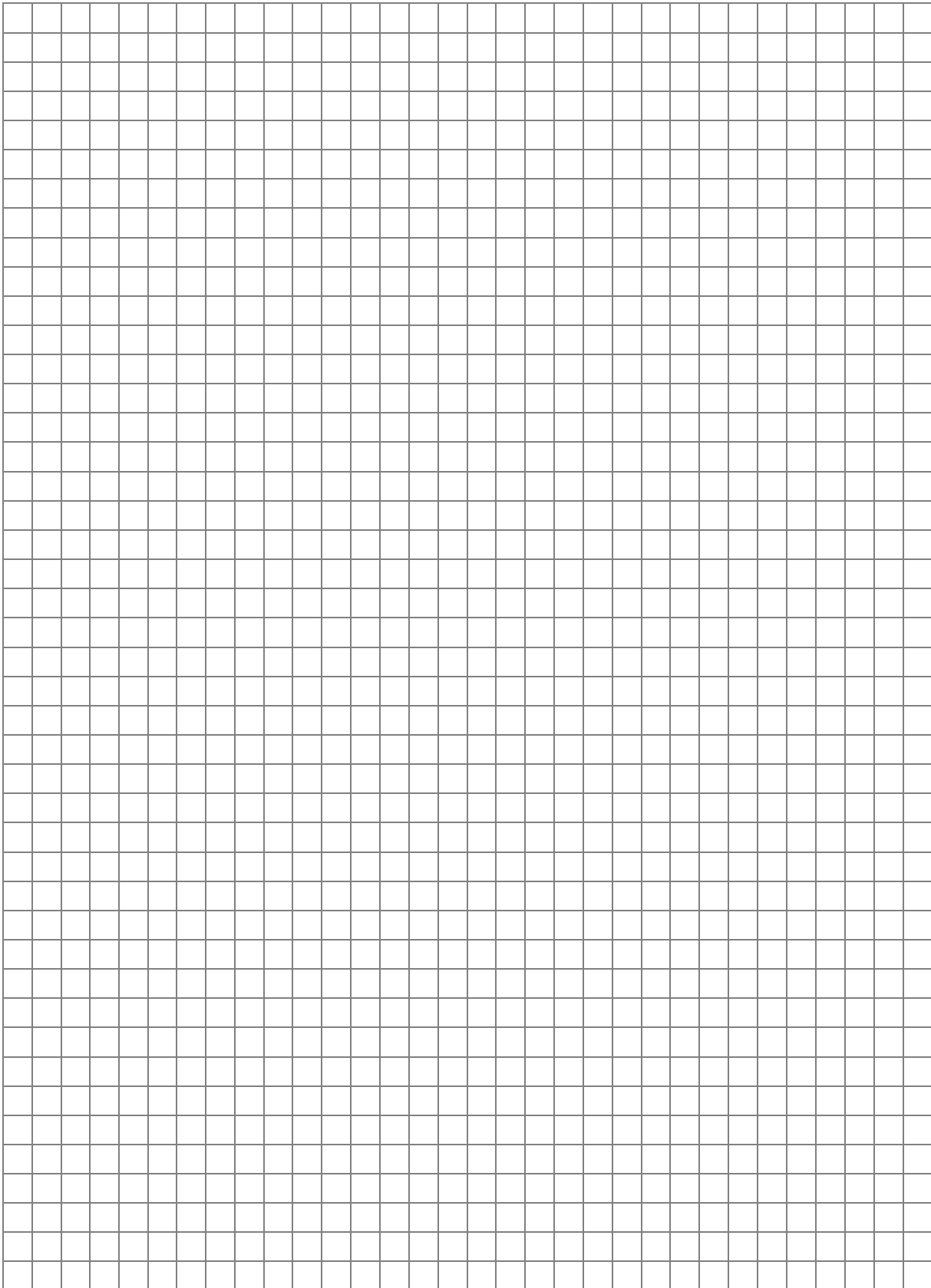
W prostokącie $ABCD$ wierzchołek D połączono odcinkami ze środkami E i F boków AB i BC , zaś M i N to punkty przecięcia tych odcinków z przekątną AC (patrz rysunek).

- a) Uzasadnij, że odcinki AM , MN i NC są jednakowej długości.
- b) Uzasadnij, że trójkąty AEM i CNF mają równe pola.



Zadanie 5. (4 pkt)

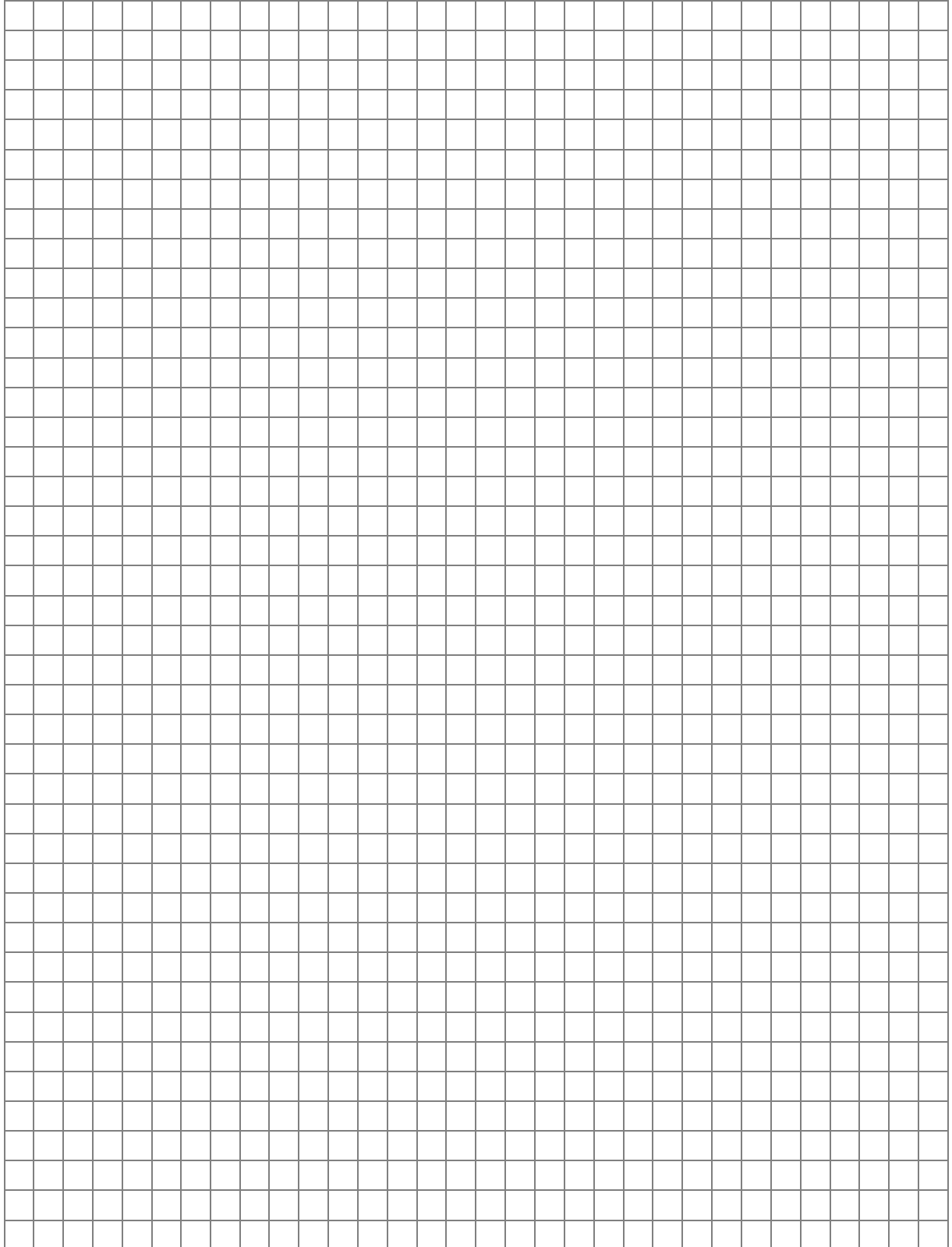
Dane są punkty $A = (-4, 32)$ i $B = (-36, 16)$. Wykaż, że koło o średnicy AB jest zawarte w II ćwiartce prostokątnego układu współrzędnych.



Zadanie 6. (6 pkt)

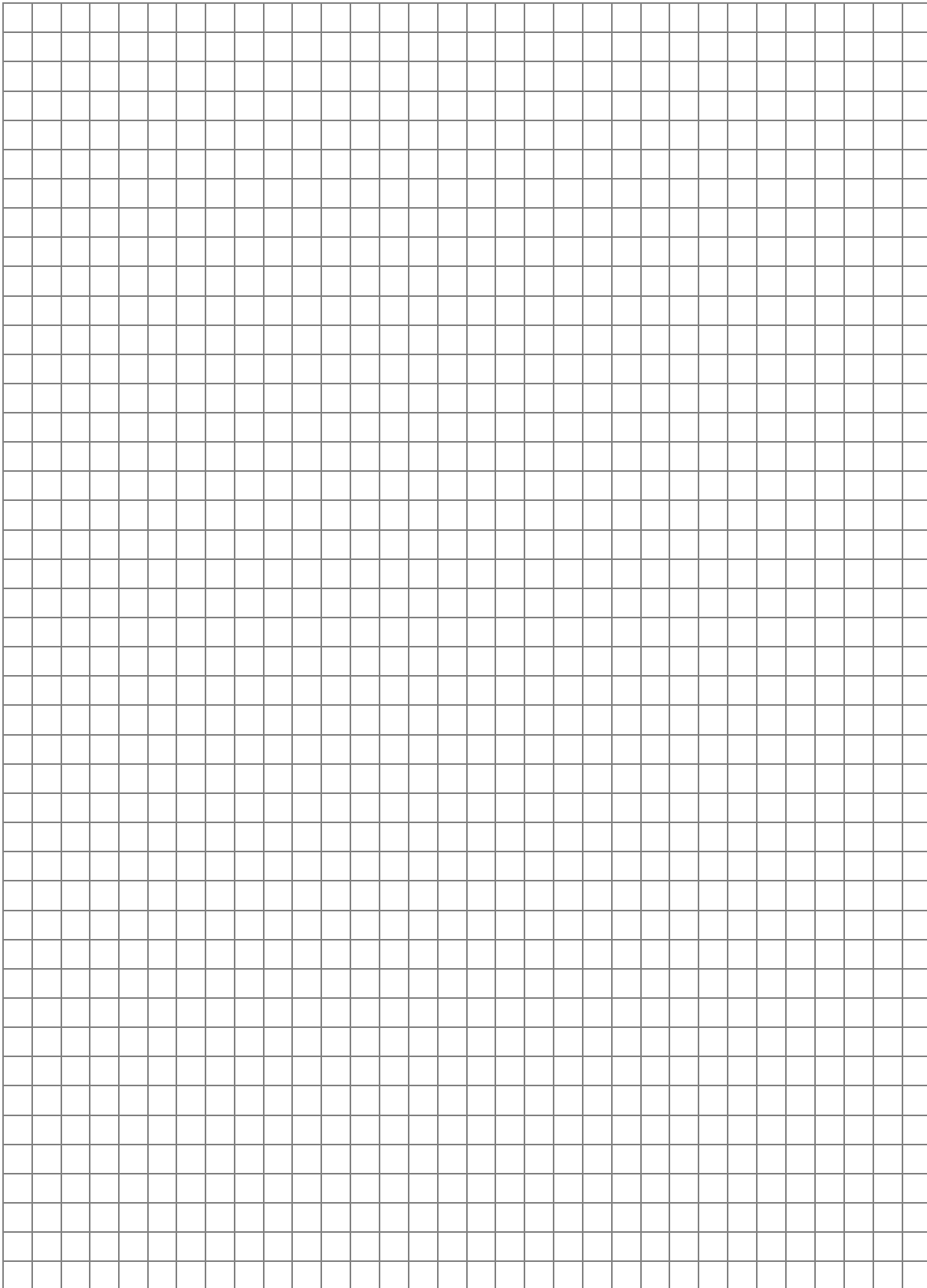
Dany jest wielomian $W(x) = x^3 + cx^2 + 7x + d$.

- a) Wyznacz wartości współczynników c i d wielomianu W , gdy jest podzielny przez dwumian $(x+2)$, zaś przy dzieleniu przez dwumian $(x-1)$ otrzymujemy resztę 3.
- b) Dla $c = -5$ i $d = -3$ rozwiąż nierówność $W(x) \leq 0$.



Zadanie 7. (3 pkt)

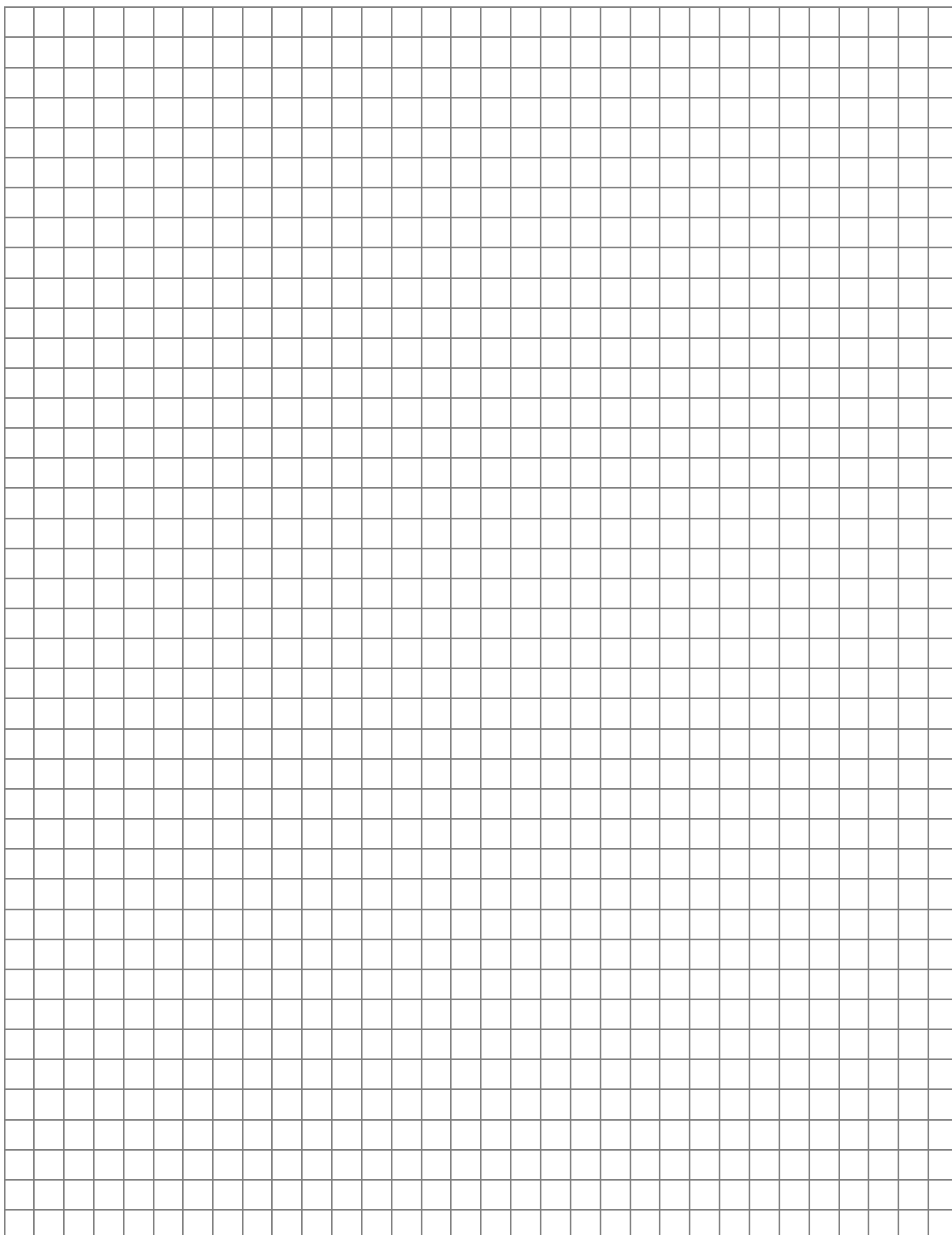
Wyznacz wszystkie rozwiązania równania $2 \cos^2 x = \cos x$ należące do przedziału $\langle 0, 2\pi \rangle$.



Zadanie 8. (4 pkt)

Dany jest ciąg (a_n) o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{120}{n+1}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Ze zbioru liczb $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{11}\}$ losujemy kolejno, trzy razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A – wylosujemy trzy liczby całkowite, które będą kolejnymi wyrazami ciągu malejącego.

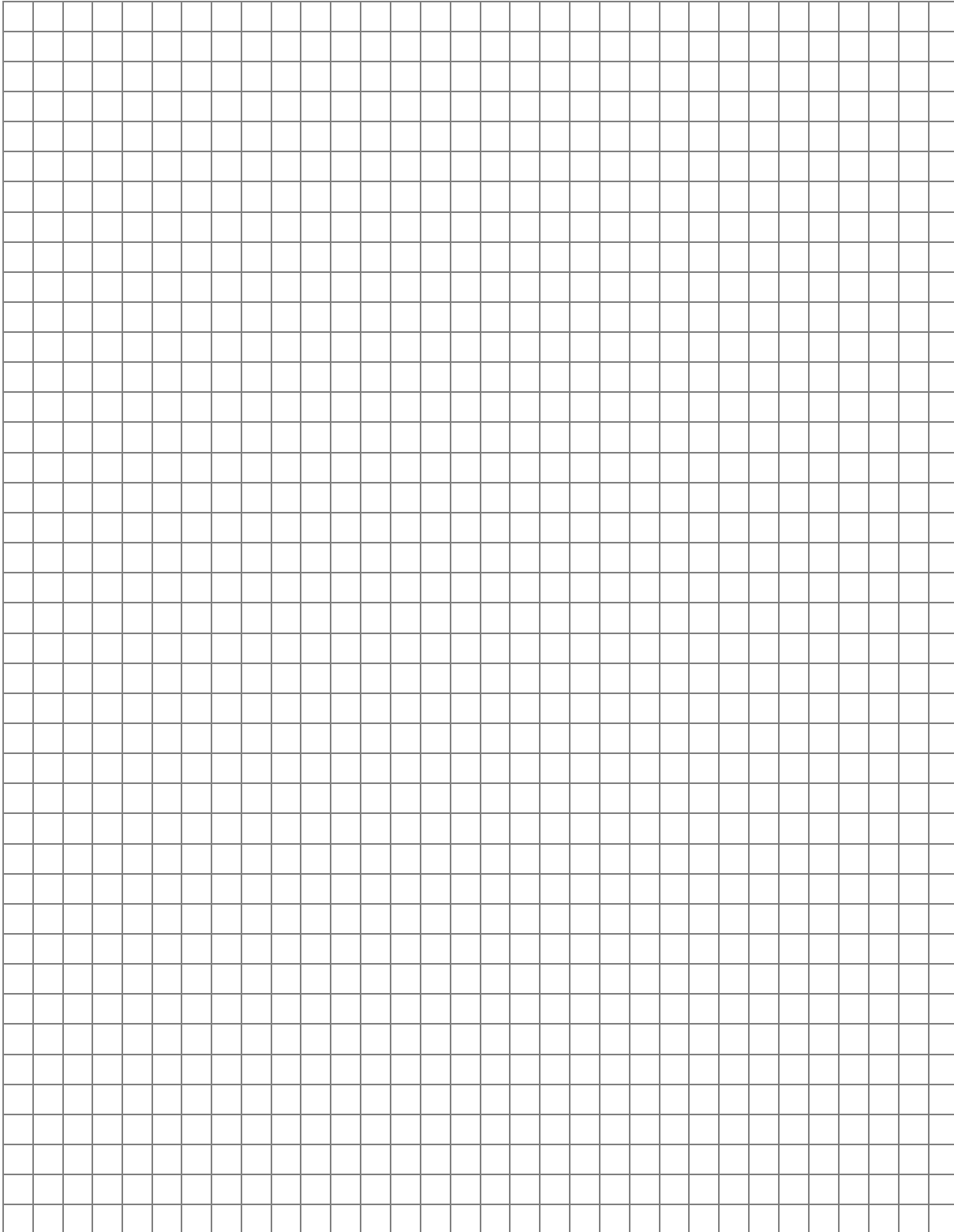


Zadanie 9. (6 pkt)

Na okręgu o danym promieniu r opisano trapez równoramienny $ABCD$ o dłuższej podstawie

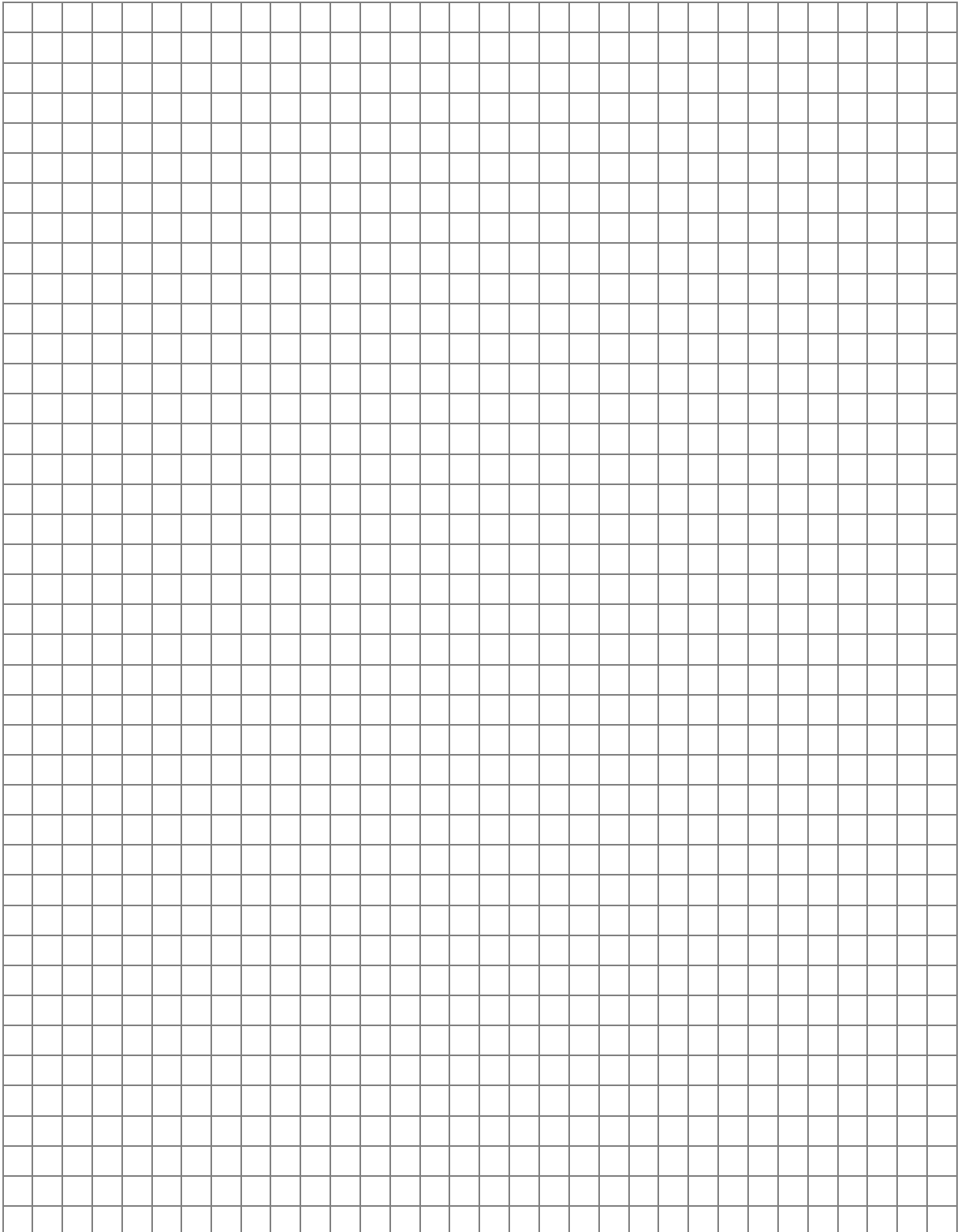
AB i krótszej CD . Punkt styczności K dzieli ramię BC tak, że $\frac{|CK|}{|KB|} = \frac{2}{3}$.

- a) Wyznacz długość ramienia tego trapezu.
- b) Oblicz cosinus kąta CBD .



Zadanie 10. (6 pkt)

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny, w którym długość krawędzi podstawy jest równa a . Kąt między krawędzią boczną i krawędzią podstawy ma miarę 45° . Ostrosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez krawędź podstawy i środek przeciwległej jej krawędzi bocznej. Sporządź rysunek ostrosłupa i zaznacz otrzymany przekrój. Oblicz pole tego przekroju.



Zadanie 11. (5 pkt)

Ostrokątny trójkąt równoramienny ABC o podstawie AB jest wpisany w okrąg o równaniu $x^2 + y^2 = 25$. Punkty A i B leżą na prostej o równaniu $y = x - 5$.

- a) Oblicz współrzędne punktów: A, B, C .
- b) Oblicz kąty trójkąta ABC .

