

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

[WWW.ZADANIA.INFO](http://WWW.ZADANIA.INFO)

POZIOM ROZSZERZONY

21 MARCA 2015

**CZAS PRACY: 180 MINUT**

## Zadania zamknięte

## ZADANIE 1 (1 PKT)

Dla której z podanych funkcji granica prawostronna  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$  jest skończona?

- A)  $f(x) = \log(x - 3)$       B)  $f(x) = \frac{x+3}{x^2-9}$       C)  $f(x) = \frac{x^2-9}{x-3}$       D)  $f(x) = x + \frac{1}{x-3}$

## ZADANIE 2 (1 PKT)

Układ równań  $\begin{cases} (x+2)^2 + (y-1)^2 = 25 \\ (x-1)^2 + (y+2)^2 = a \end{cases}$  z niewiadomymi  $x, y$  i parametrem dodatnim  $a$

ma dwa rozwiązania, gdy

- A)  $\sqrt{a} > 5 + 3\sqrt{2}$       B)  $|\sqrt{a} - 5| < 3\sqrt{2}$       C)  $\sqrt{a} + 3\sqrt{2} < 5$       D)  $|\sqrt{a} - 5| > 3\sqrt{2}$

## ZADANIE 3 (1 PKT)

Niech  $A$  i  $B$  będą takim zdarzeniami losowymi, że  $P(B) = 0,6$  i  $P(B \setminus A) = 0,3$ . Wtedy prawdopodobieństwo  $P(A|B)$  jest równe

- A) 0,3      B) 0,9      C) 0,5      D) 0,18

## ZADANIE 4 (1 PKT)

Każda liczba  $x$  należąca do przedziału otwartego  $x \in (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$  spełnia nierówność

- A)  $\sin x > \operatorname{tg} x$       B)  $\operatorname{tg} x > \cos x$       C)  $\cos x > \operatorname{tg} x$       D)  $\cos x > \sin x$


## ZADANIE 5 (1 PKT)

Ile miejsc zerowych ma funkcja  $f(x) = |4 - x^2| - 4$ ?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4

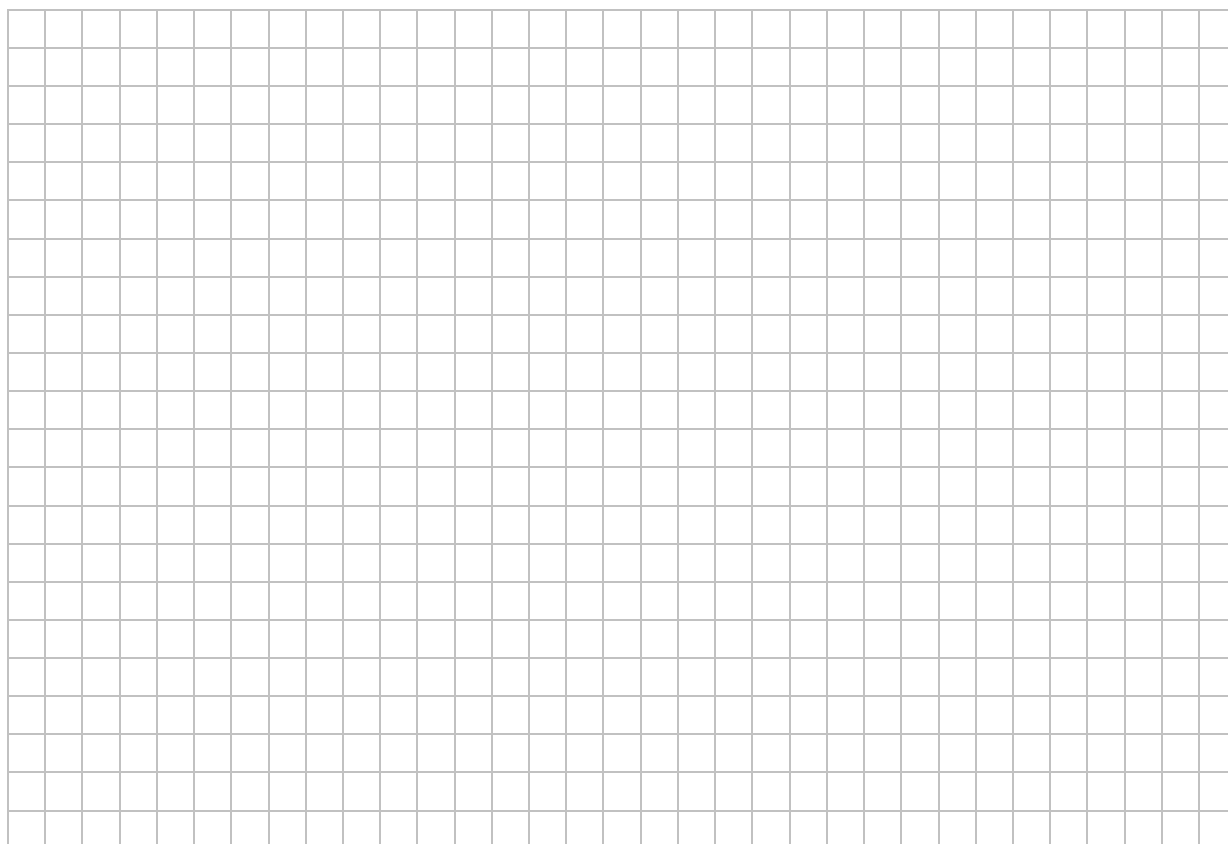
ZADANIE 6 (2 PKT)

Oblicz  $\log_2 \sqrt[5]{16} - \log_2 \left( \log_2 \sqrt{\sqrt[4]{2}} \right)$ .



ZADANIE 7 (2 PKT)

Oblicz granicę ciągu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(3-5n-2n^4)^{13}}{(5-4n^5)^5(2n^3+8)^9}$ .



ZADANIE 8 (2 PKT)

Dane są liczby  $a, b$  takie, że  $a + 3b = -5$  i  $ab = -1$ . Oblicz  $a^3 + 27b^3$ .



ZADANIE 9 (2 PKT)

Wyznacz równanie okręgu o środku  $A = (-3, 4)$ , stycznego do prostej o równaniu  $y = 3x + 1$ .



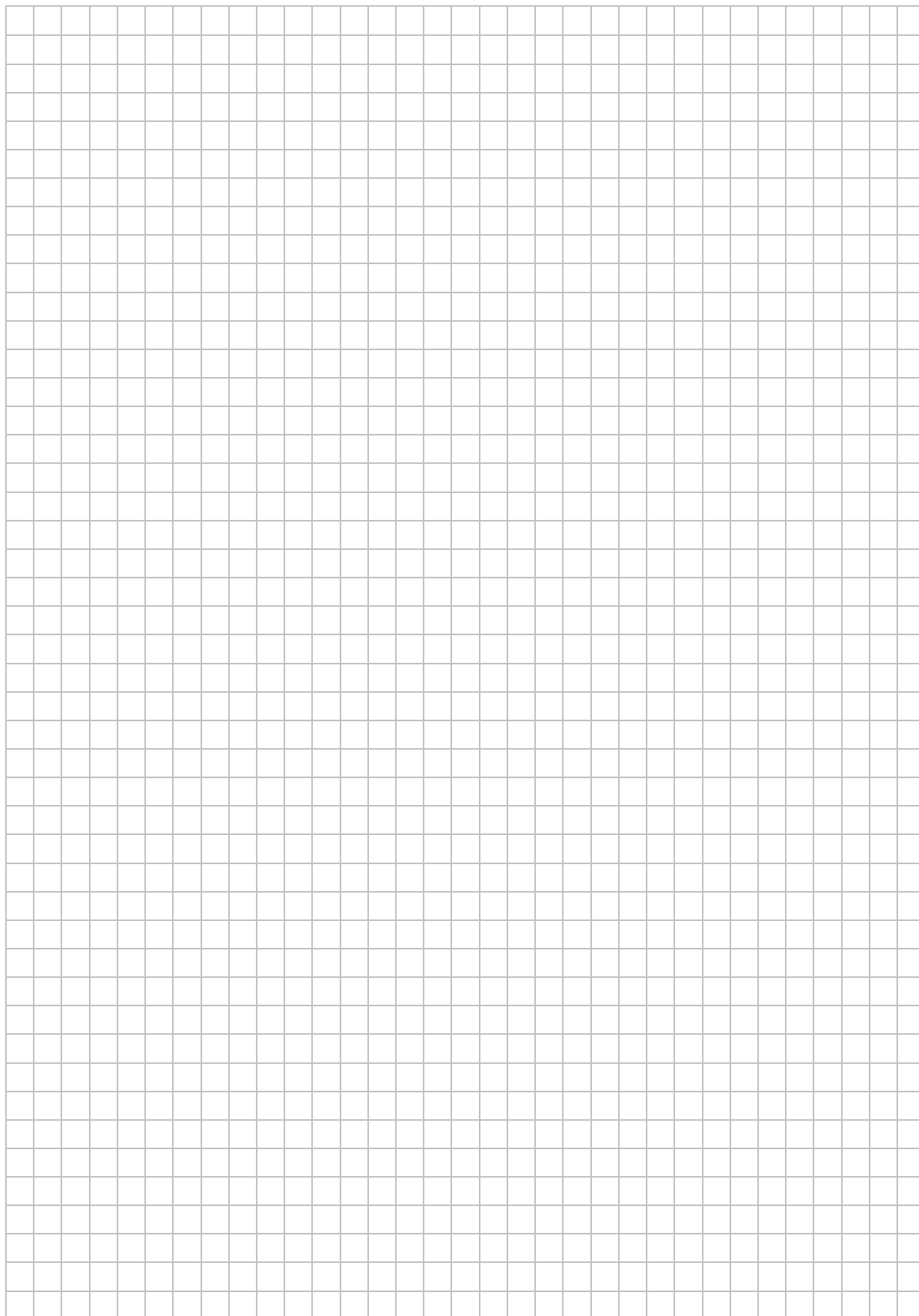
ZADANIE 10 (3 PKT)

Reszta z dzielenia wielomianu  $W(x)$  przez wielomian  $(x^2 - 2x)^3$  jest równa  $2x^5 - 3x^2 + 7$ .  
Oblicz resztę z dzielenia wielomianu  $W'(x)$  przez dwumian  $(x - 2)$ .



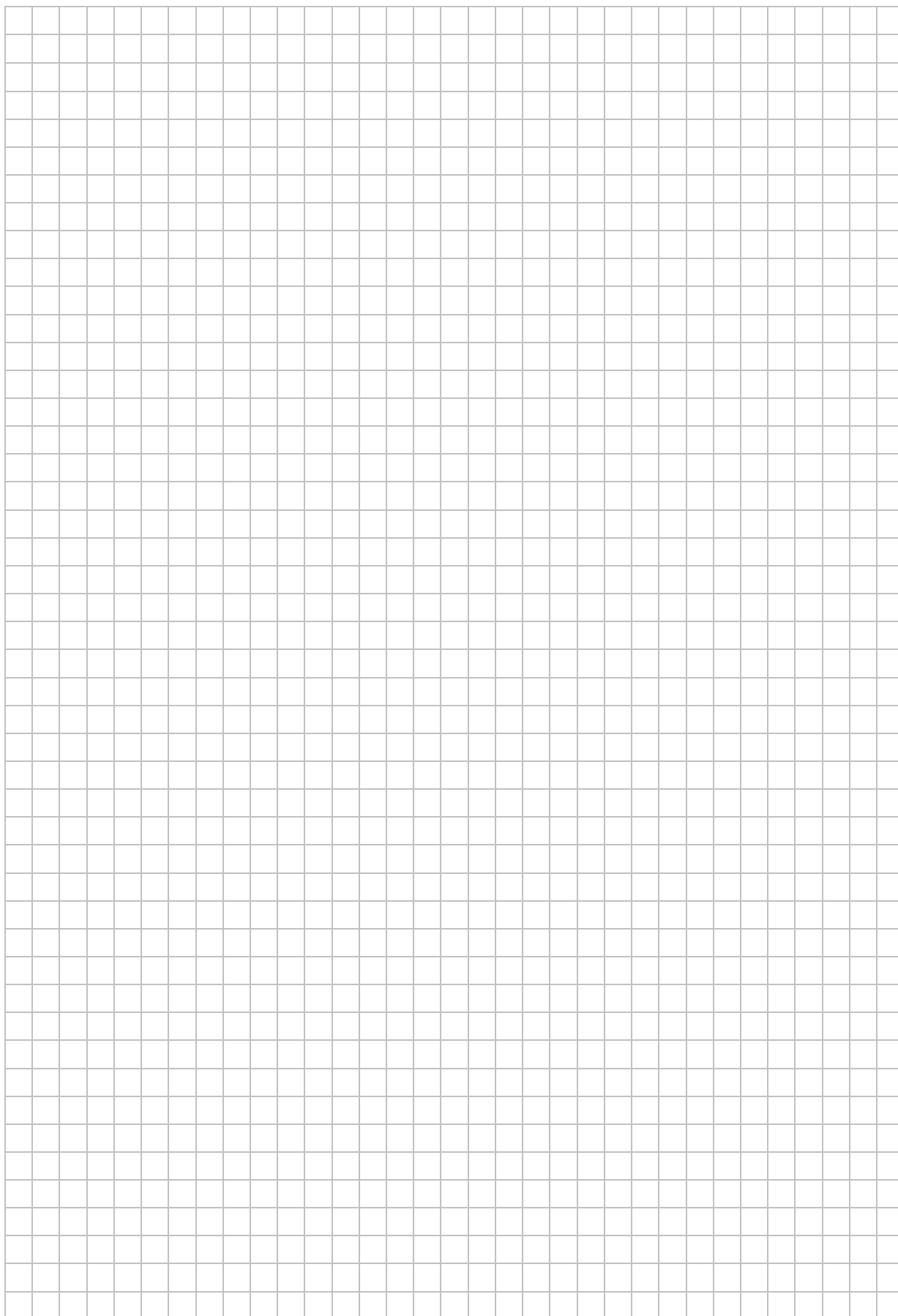
ZADANIE 11 (3 PKT)

Wyznacz wszystkie argumenty  $x$ , w których funkcja  $f(x) = 15x^6 + 3x^5 - 90x^4 - 20x^3$  ma ekstrema lokalne.



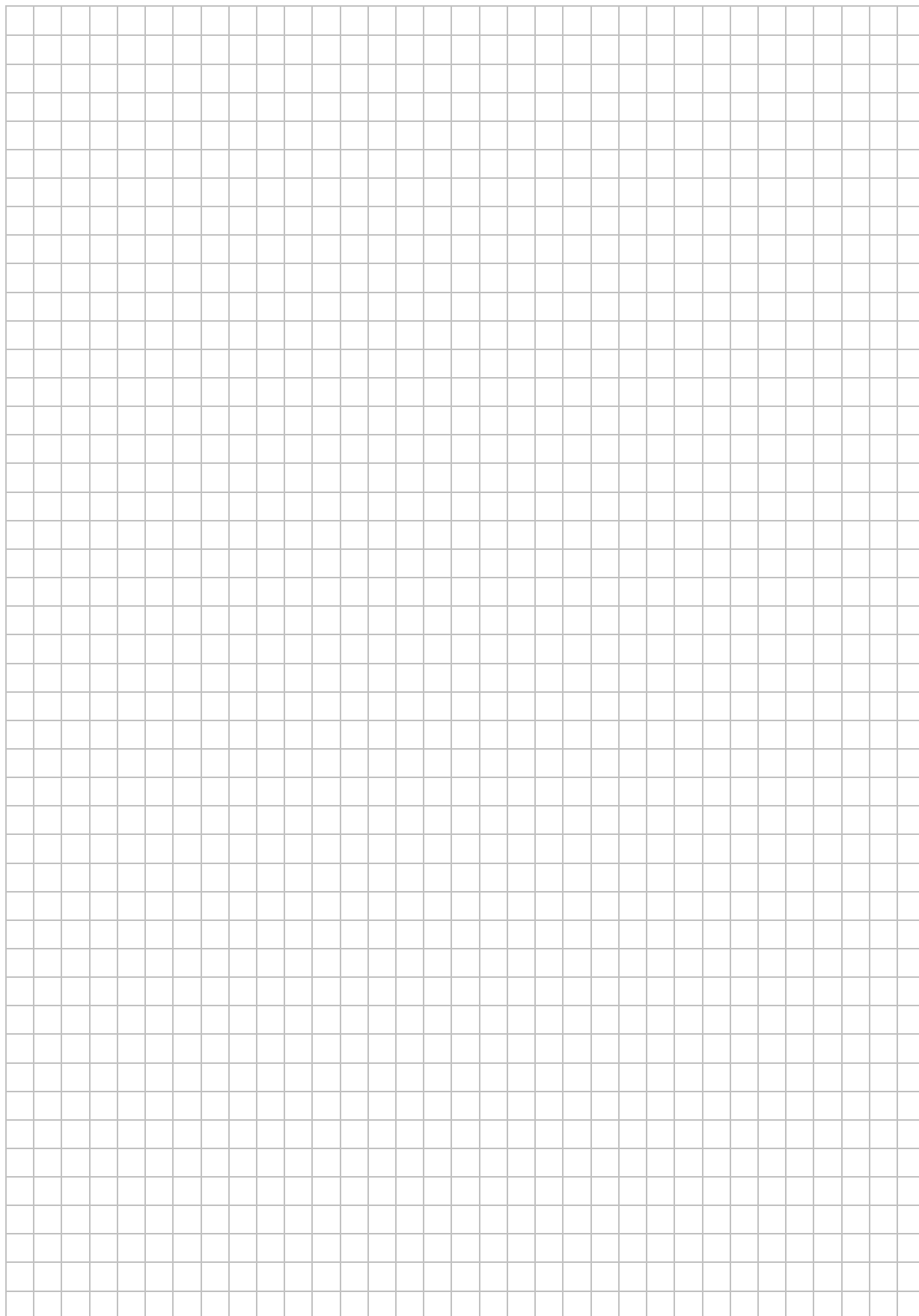
ZADANIE 12 (3 PKT)

Dla jakich wartości parametru  $m$  prosta  $y = 5x + m$  jest styczna do wykresu funkcji  $y = \frac{x+3}{2-x}$ ?



ZADANIE 13 (3 PKT)

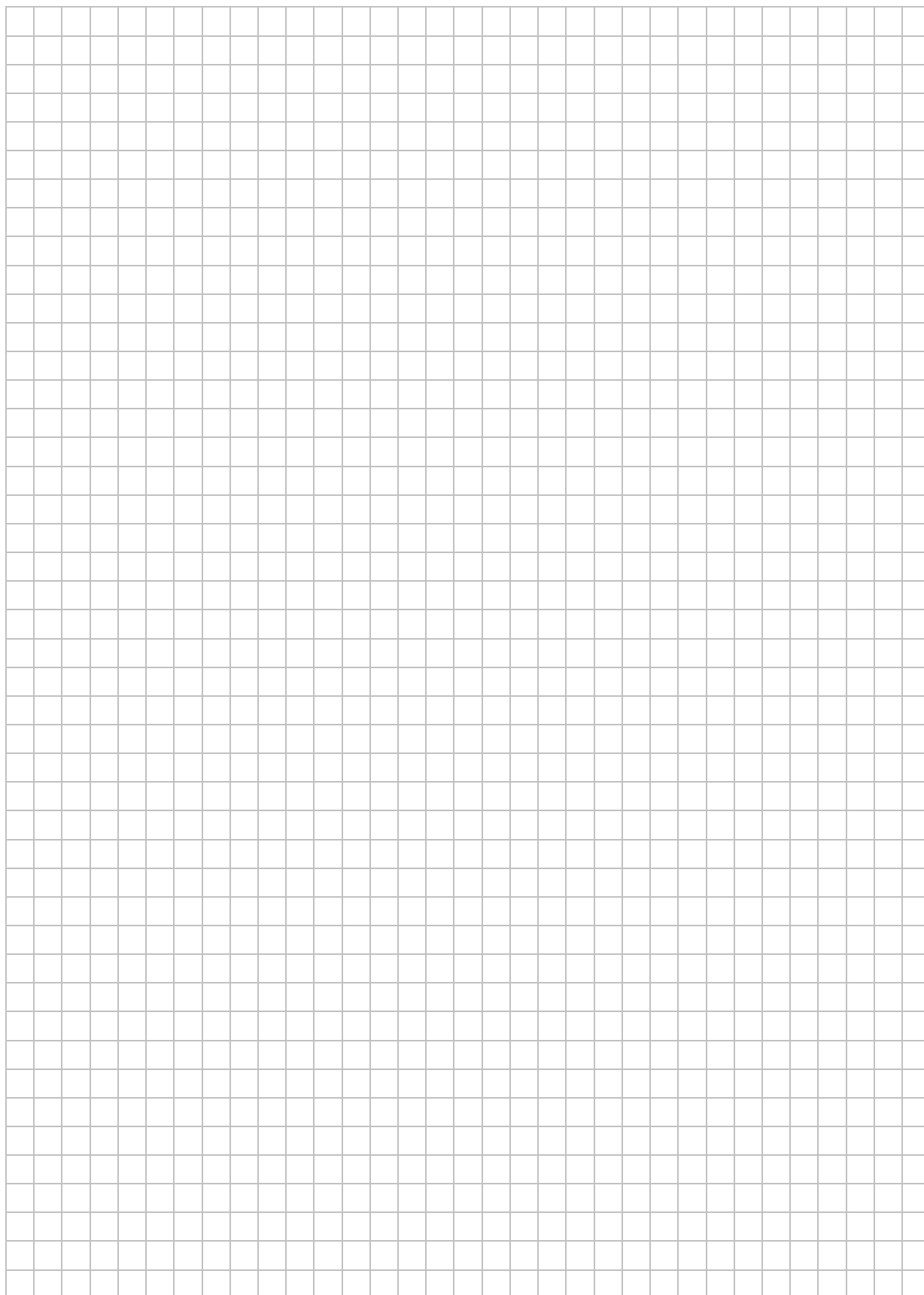
Zbiór  $A$  ma tę własność, że poprzez usuwanie z niego jednego lub dwóch elementów można utworzyć 190 różnych zbiorów. Ile elementów ma zbiór  $A$ ?





ZADANIE 14 (4 PKT)

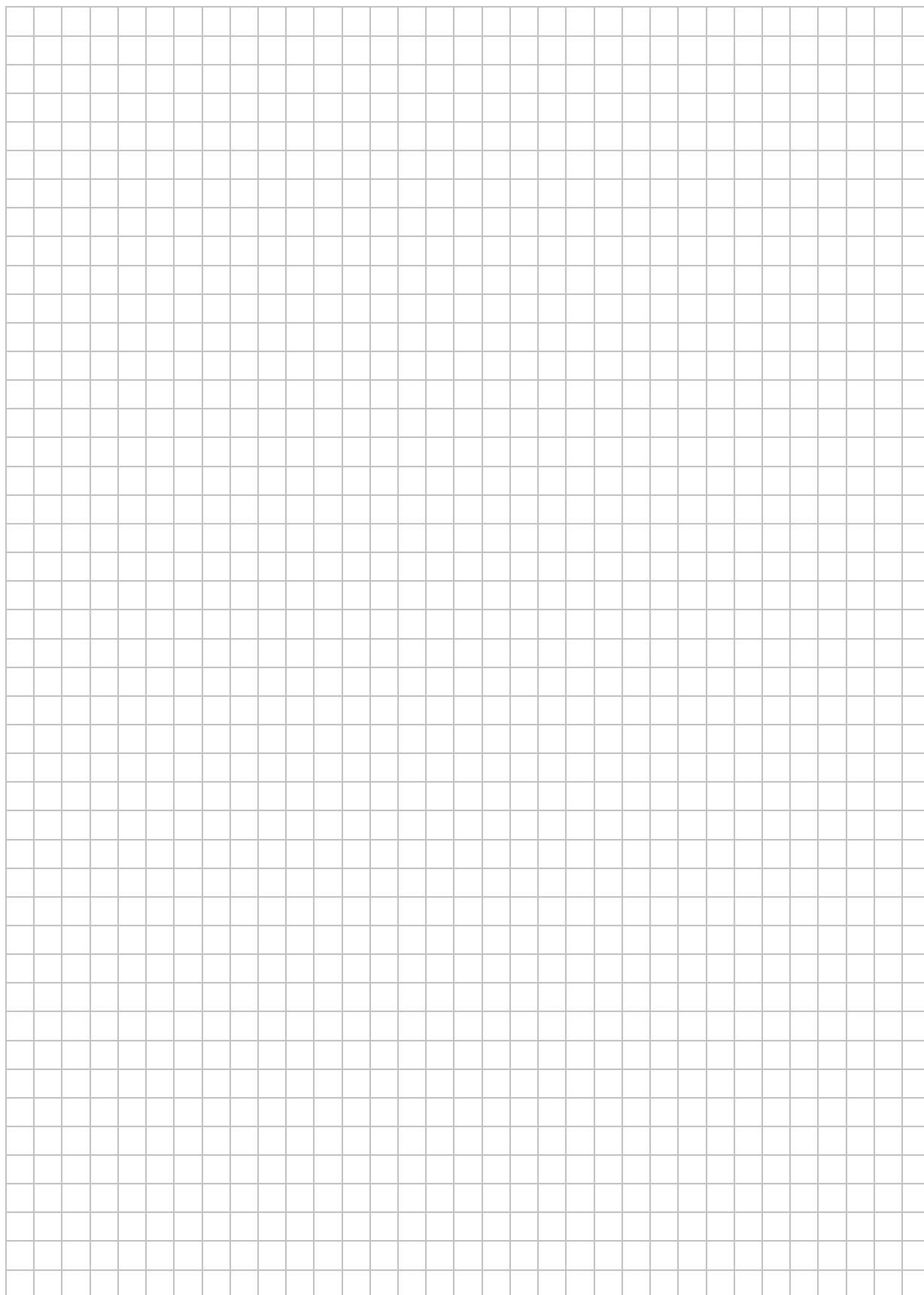
Na trapezie opisano okrąg o średnicy długości 25 cm. Dłuższa podstawa trapezu jest średnicą tego okręgu. Wiedząc, że przekątna tego trapezu ma długość 20 cm, oblicz pole tego trapezu.



ZADANIE 15 (4 PKT)

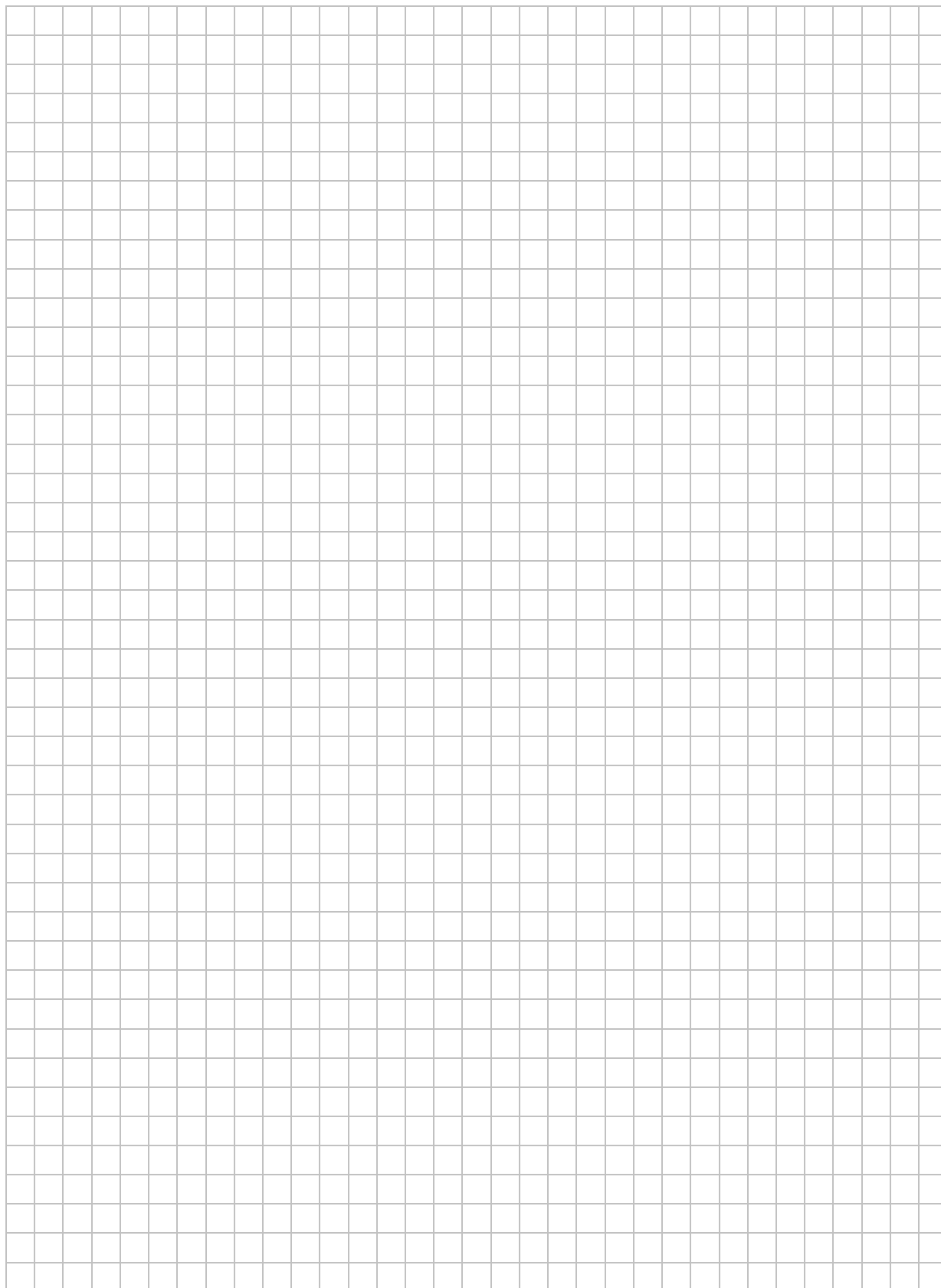
Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste  $x$ , spełniające równanie

$$\cos x + \sin 3x = \sin x + \cos 3x.$$



## ZADANIE 16 (5 PKT)

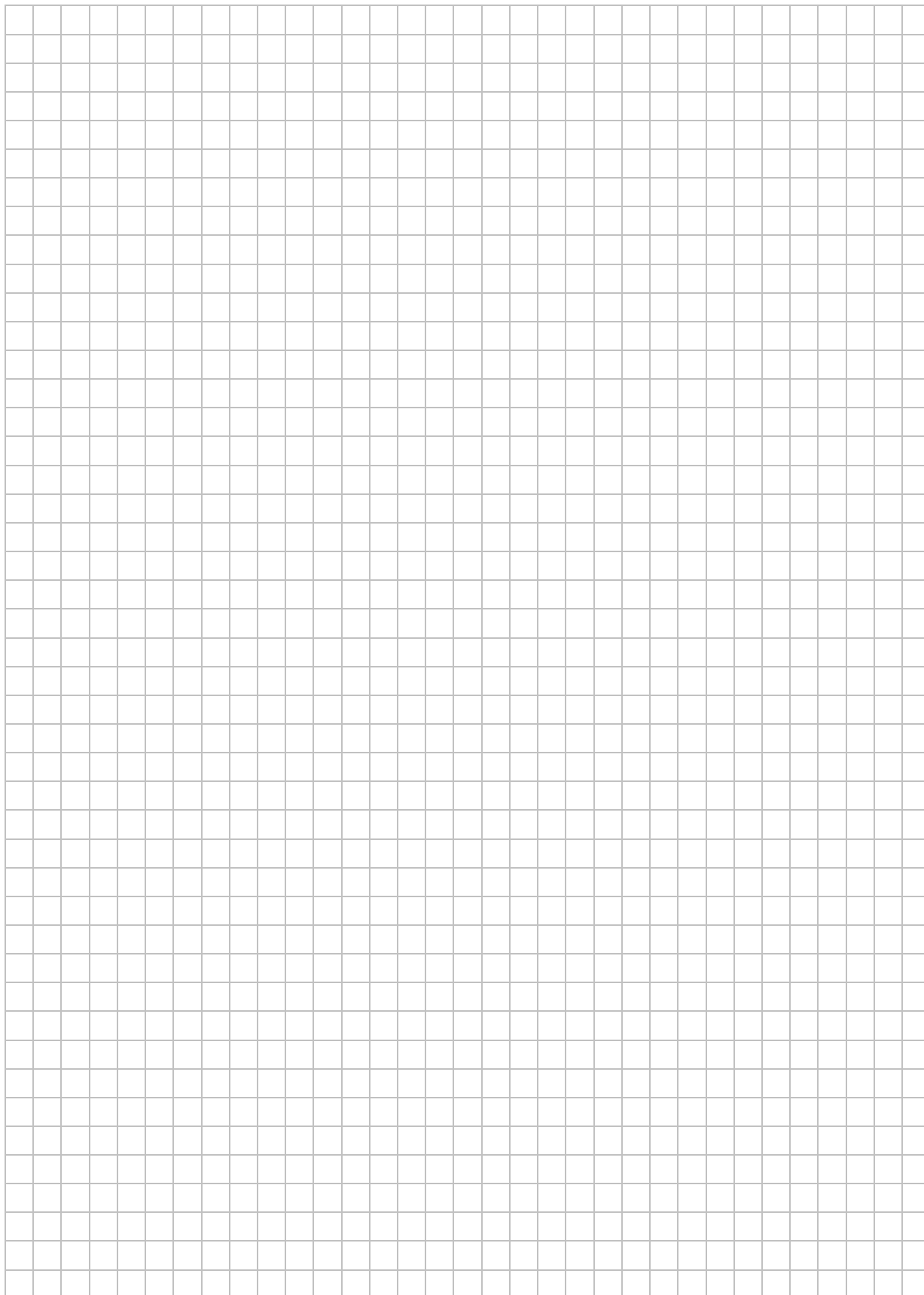
Dany jest nieskończony ciąg geometryczny  $(a_n)$ , który zawiera zarówno wyrazy dodatnie, jak i ujemne, w którym  $a_1 = 2$ , oraz drugi, czwarty i piąty wyraz są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Wykaż, że suma sześciątów wszystkich wyrazów ciągu  $(a_n)$  jest równa sumie kwadratów wszystkich wyrazów tego ciągu.



ZADANIE 17 (6 PKT)

Czworokąt  $ABCD$  jest trapezem o podstawach  $AB$  i  $CD$ . Wykaż że

$$|AC|^2 + |BD|^2 = |AD|^2 + |BC|^2 + 2|AB| \cdot |DC|.$$



ZADANIE 18 (6 PKT)

Suma długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu jest równa  $4M$ , a jedna z jego ścian na pole powierzchni dwa razy większe od innej ściany tego prostopadłościanu. Oblicz jaka jest powierzchnia całkowita tego prostopadłościanu, jeżeli jego objętość jest największa możliwa.

