

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

[WWW.ZADANIA.INFO](http://WWW.ZADANIA.INFO)

POZIOM ROZSZERZONY

13 KWIETNIA 2013

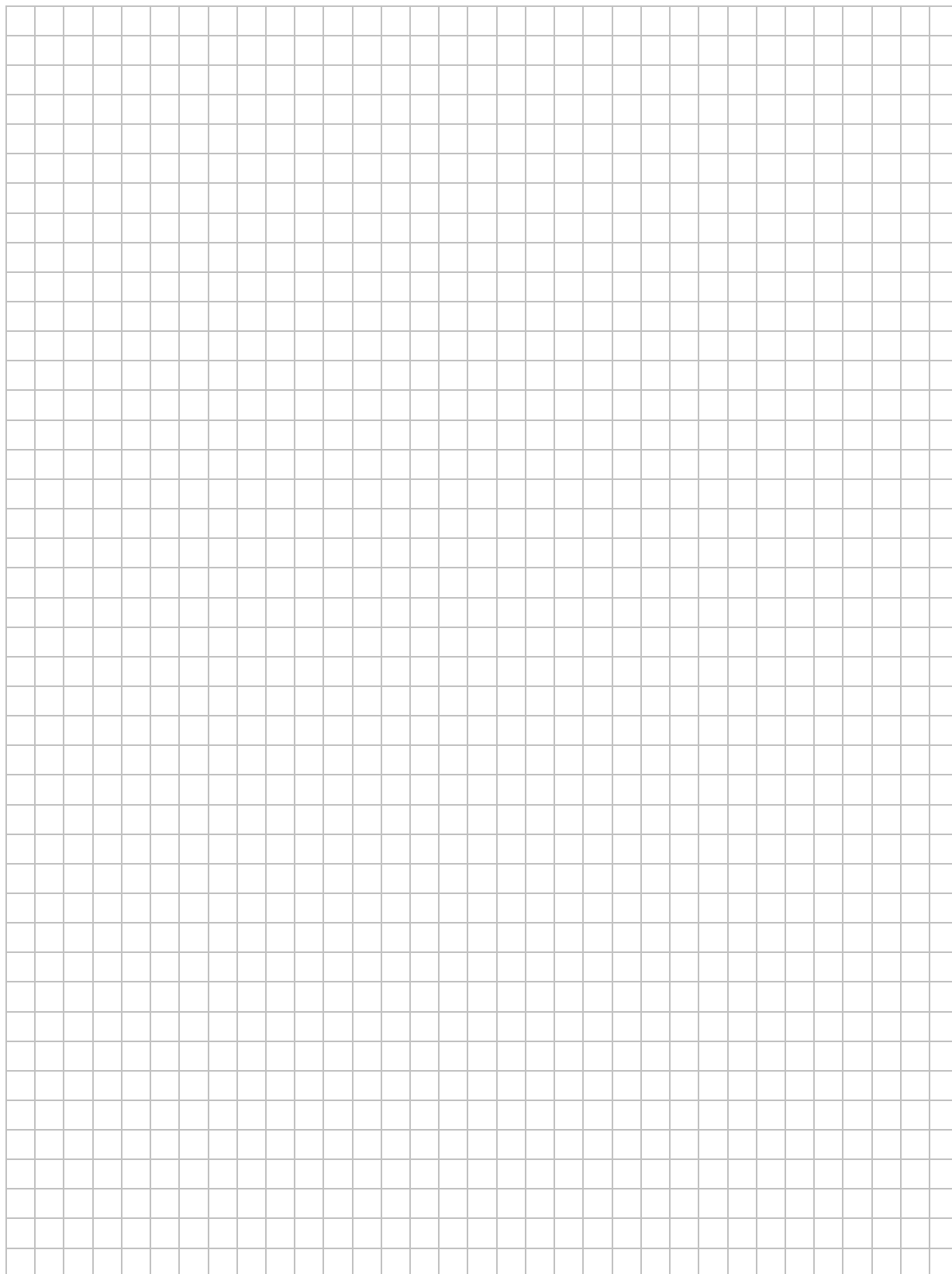
**CZAS PRACY: 180 MINUT**

ZADANIE 1 (4 PKT.)

Wyznacz te wartości parametru  $m$ , dla których równanie

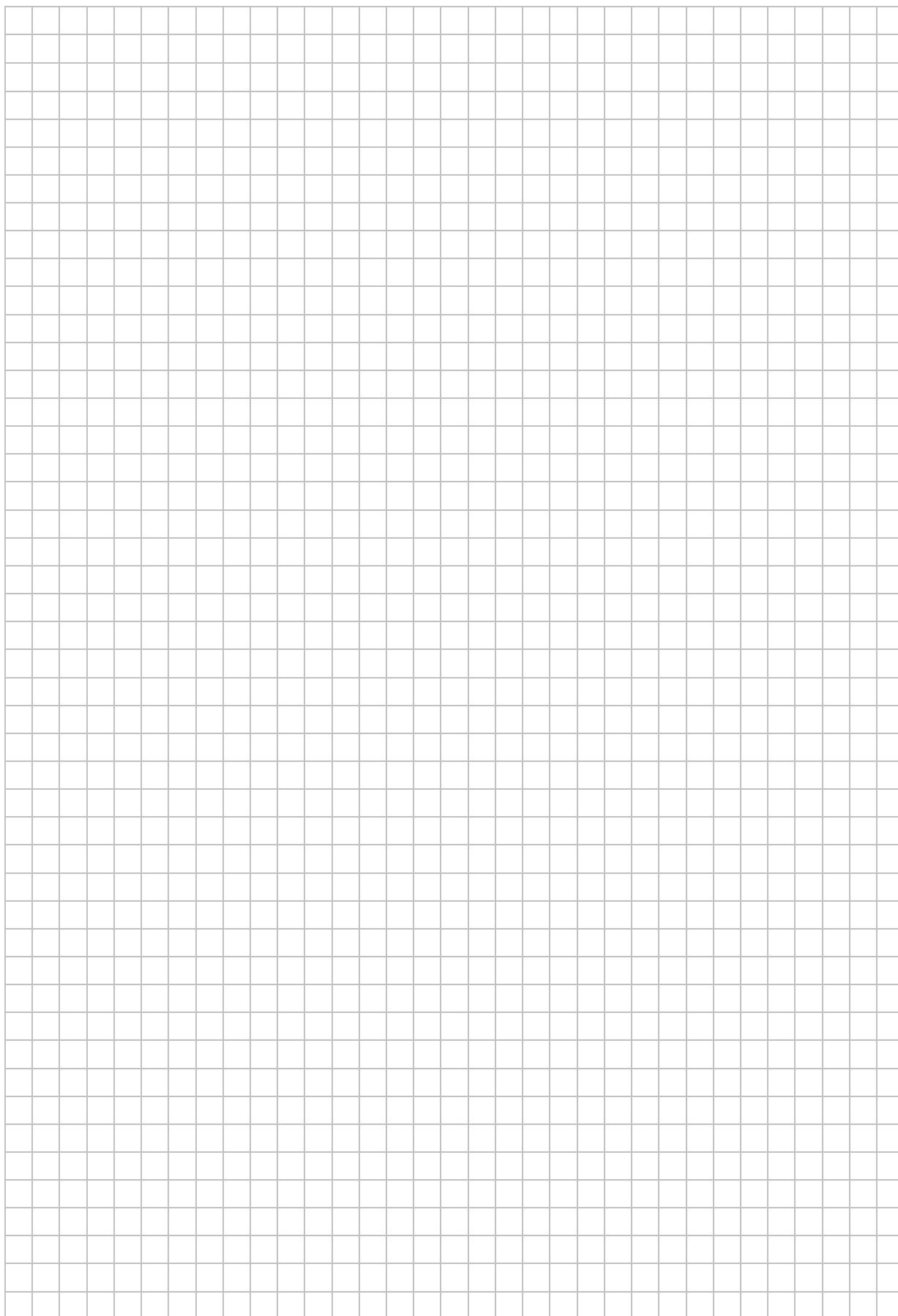
$$(\log_3 x)^2 - \log_3 x^2 = m$$

ma dwa rozwiązania należące do przedziału  $\langle 1, +\infty \rangle$ .



ZADANIE 2 (4 PKT.)

Wykaż, że jeżeli  $a, b, c$  są długościami boków trójkąta to  $a^2 + b^2 > \frac{1}{2}c^2$ .



ZADANIE 3 (4 PKT.)

Wielomiany  $P(x) = (x^2 + qx + p)(x - q)$  i  $R(x) = x^3 + (p - 2q)x + (q^2 - 2p^2)$  są równe. Oblicz  $p$  i  $q$ .



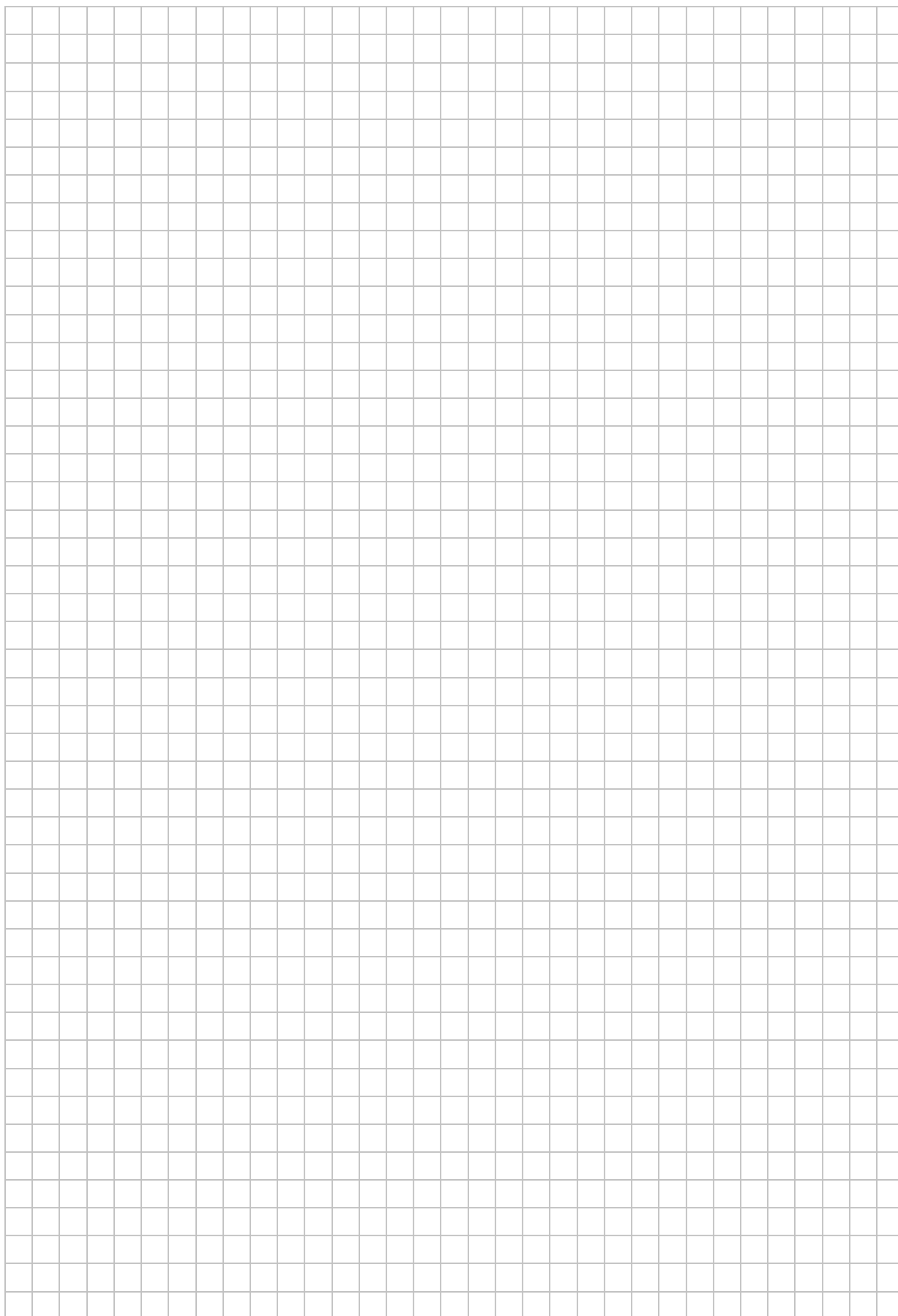
ZADANIE 4 (4 PKT.)

Wyznacz wszystkie liczby naturalne dodatnie  $k$ , dla których równanie  $x^2 + x + 1 = k^2$  ma pierwiastki będące liczbami całkowitymi.



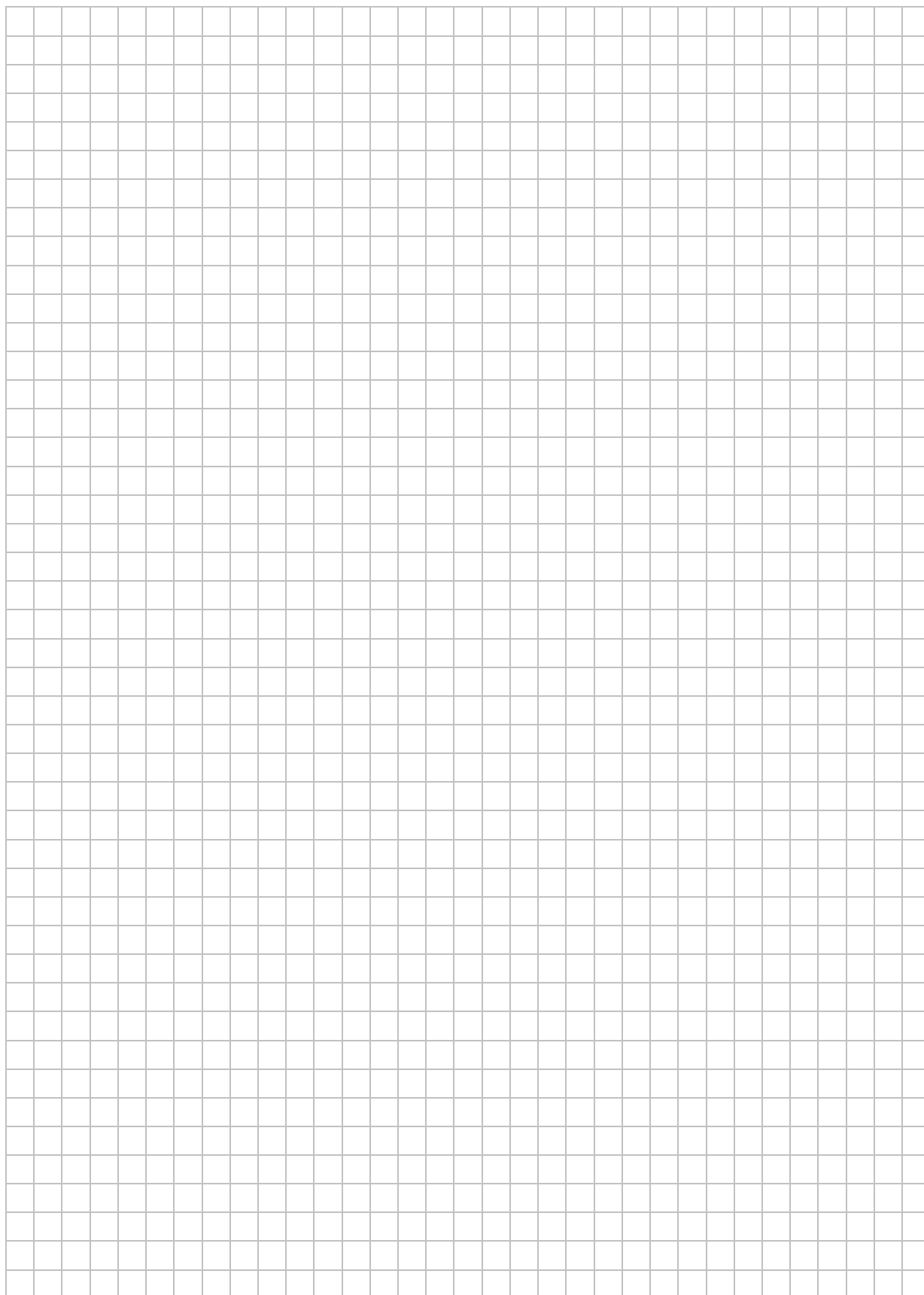
ZADANIE 5 (5 PKT.)

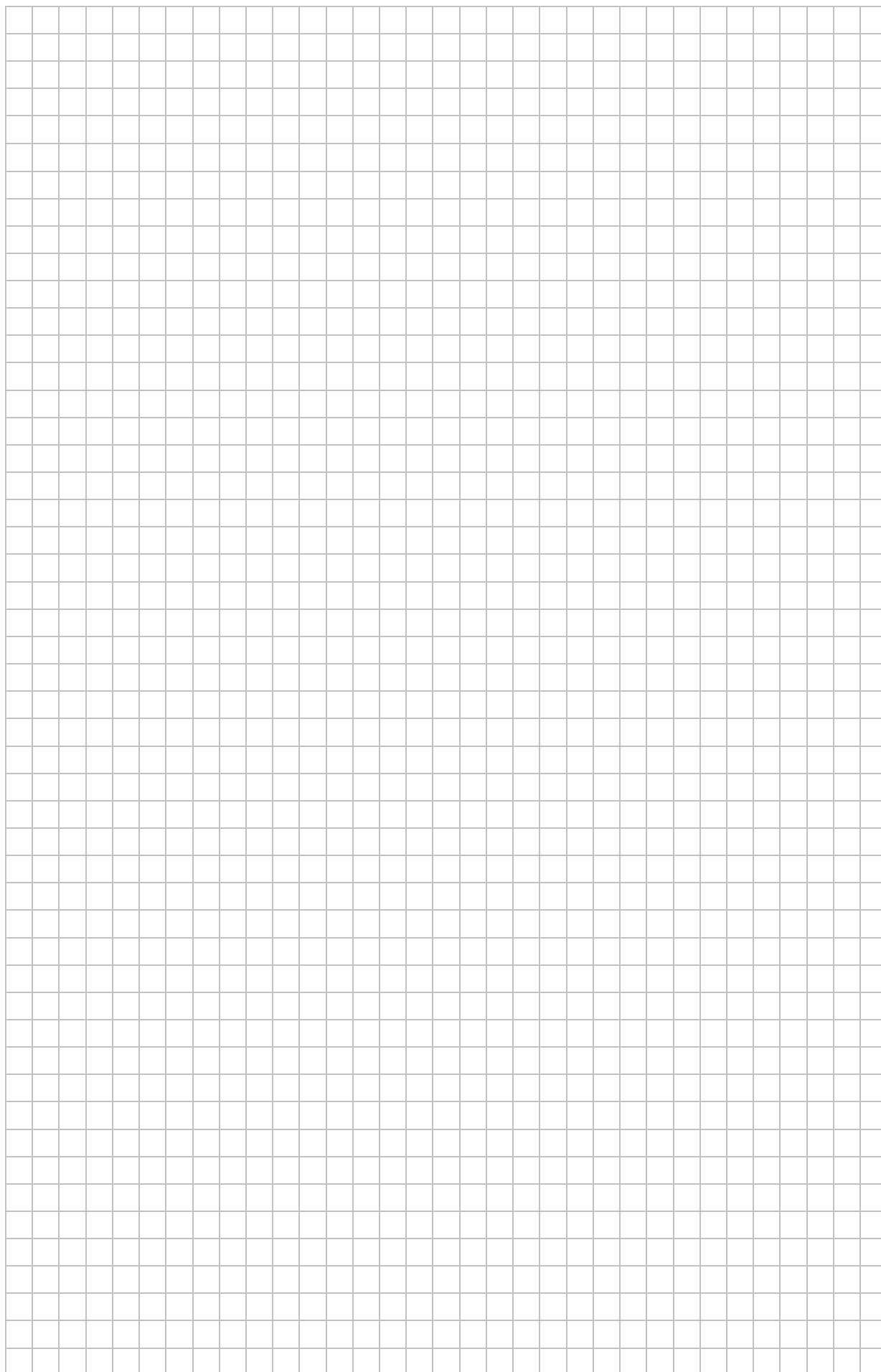
Rozwiąż równanie  $8 \sin^3 x = 8 \sin^3 x \cos 2x + 1 - \cos 2x$  w przedziale  $\langle 0, 2\pi \rangle$ .



ZADANIE 6 (6 PKT.)

Trzy liczby o sumie 7 tworzą ciąg geometryczny. Jeżeli do drugiej liczby dodamy pierwszą to ciąg zmieni się w arytmetyczny. Wyznacz pierwszą z tych liczb. Uwzględnij wszystkie możliwości.

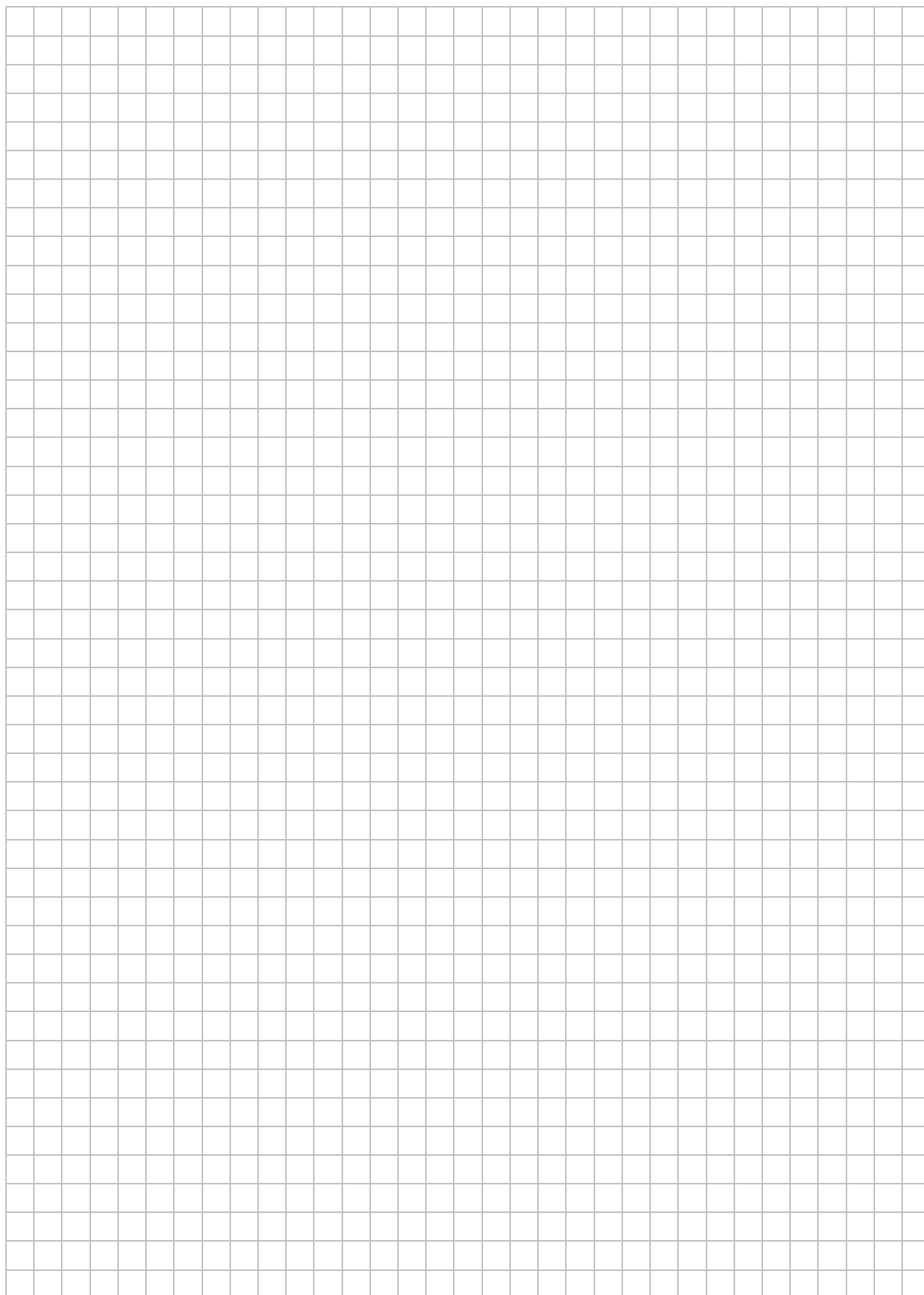


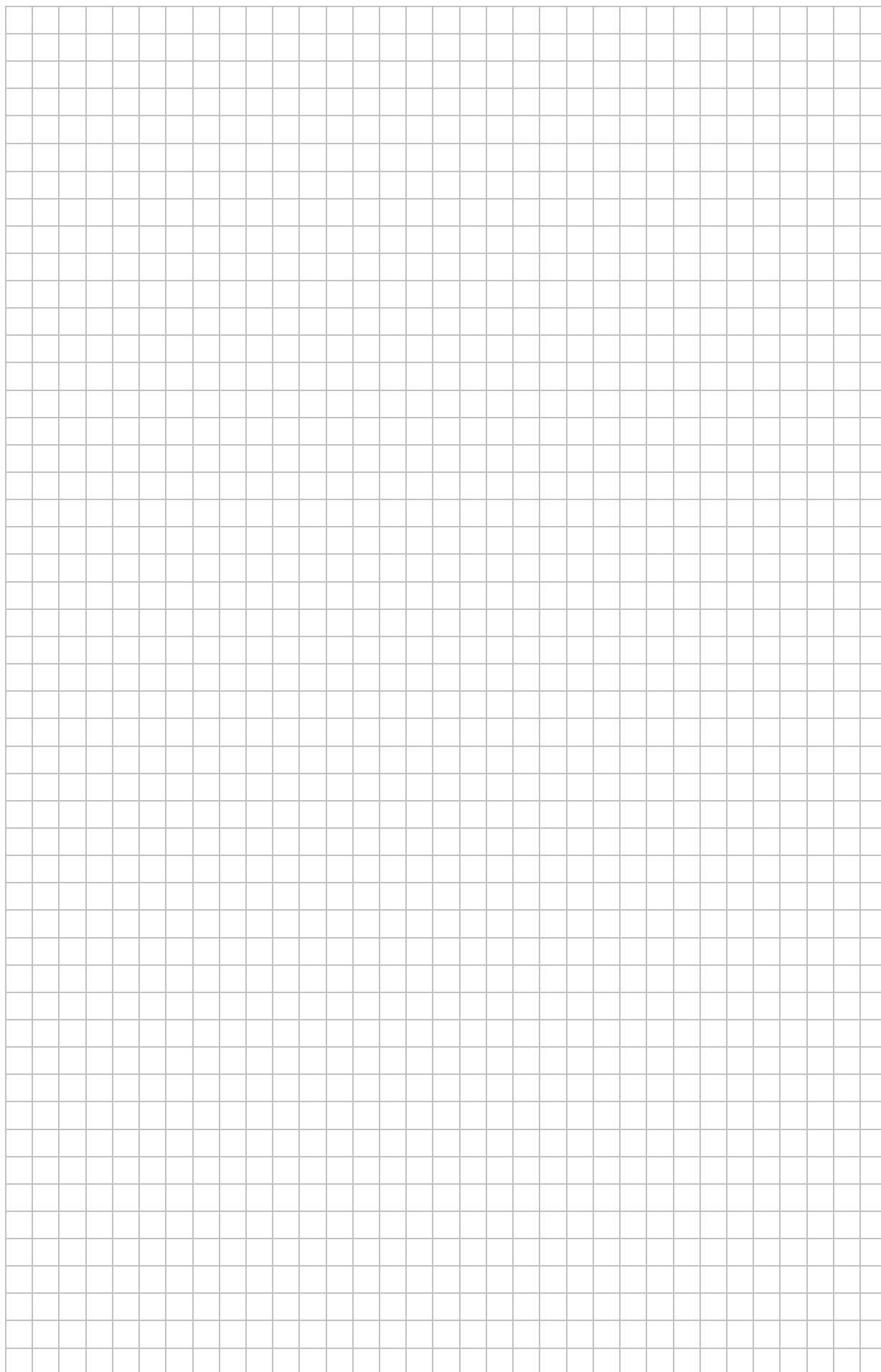




## ZADANIE 7 (5 PKT.)

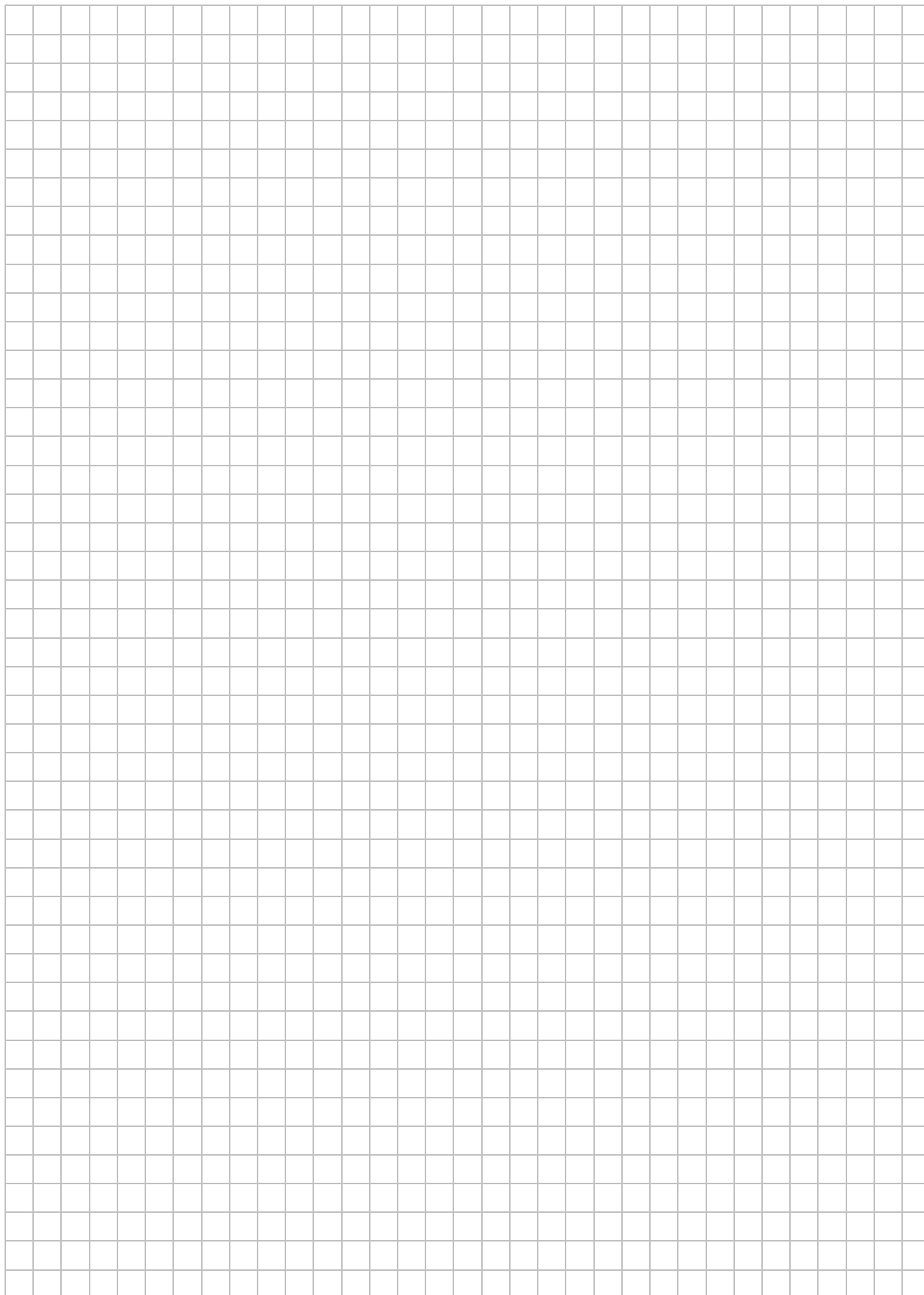
Do okręgów o równaniach  $x^2 + 7x + y^2 + 5y + \frac{29}{2} = 0$  i  $x^2 - x + y^2 - 3y - \frac{13}{2} = 0$  poprowadzono wspólną styczną. Oblicz długość odcinka łączącego punkty styczności. Rozważ wszystkie możliwości.





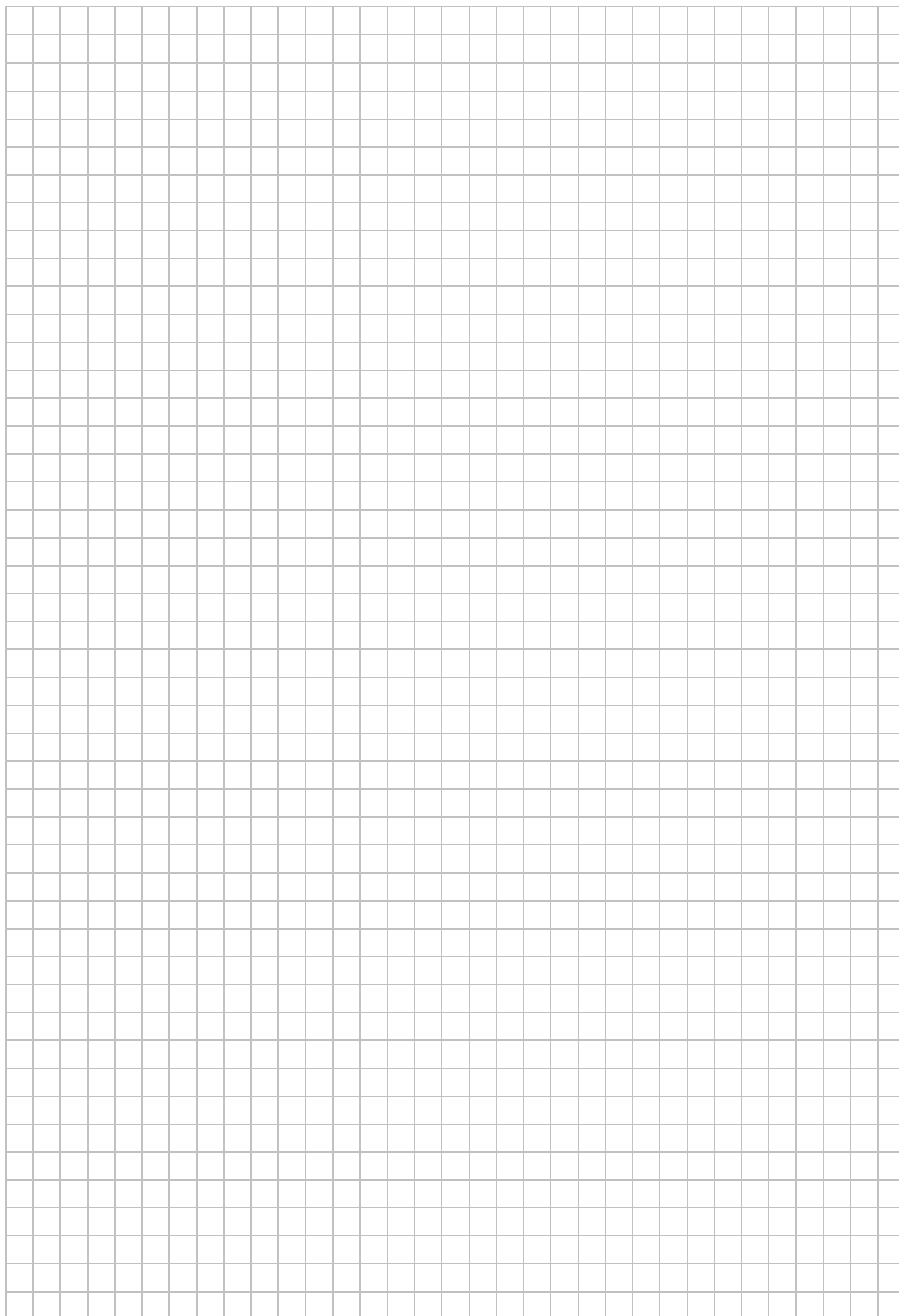
ZADANIE 8 (4 PKT.)

W trapezie  $ABCD$  o podstawach  $AB$  i  $CD$  punkt  $O$  jest punktem wspólnym przekątnych. Oblicz pole trapezu wiedząc, że pole trójkąta  $ABO$  jest równe 5, a pole trójkąta  $CDO$  jest równe 4.



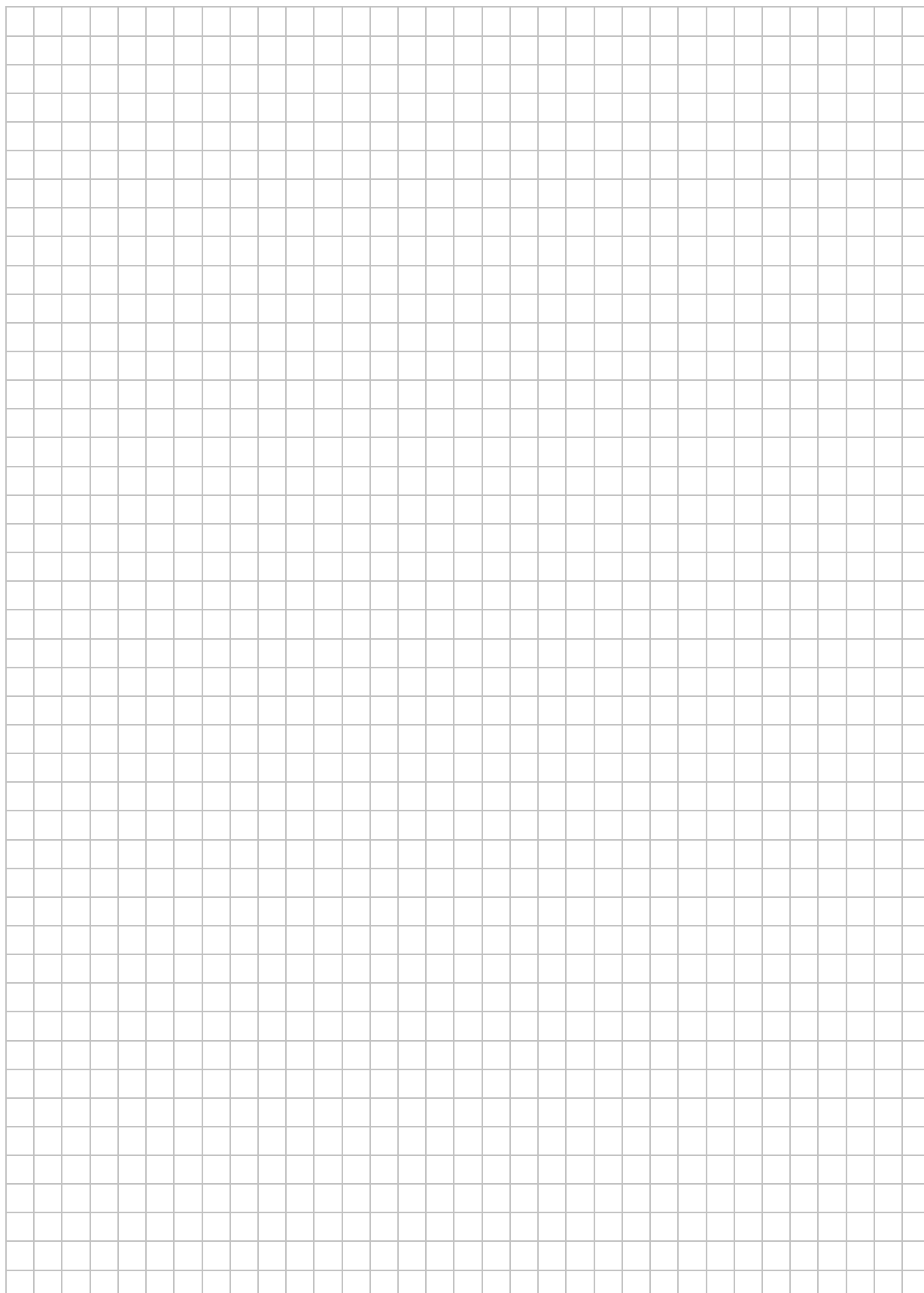
ZADANIE 9 (4 PKT.)

Oblicz prawdopodobieństwo  $P(A' \cup B')$ , jeśli  $P(A') = \frac{1}{4}$ ,  $P(B') = \frac{1}{2}$  i  $P(A \cup B) = 1$ .



ZADANIE 10 (5 PKT.)

Podstawą ostrosłupa  $ABCD$  jest prostokąt o obwodzie 6. Krawędź  $DS$  jest wysokością ostrosłupa i jest 3 razy dłuższa od krawędzi  $DA$ . Jakie największe pole może mieć przekrój ostrosłupa płaszczyzną wyznaczoną przez wierzchołki  $C, D$  i środek krawędzi  $AS$ ?



ZADANIE 11 (5 PKT.)

Ile jest permutacji zbioru  $\{a, A, b, B, c, C, d, D\}$  takich, w których mała litera stoi przed dużą (niekoniecznie obok) np.  $acdDbBAC$ ?

