



Centralna Komisja Egzaminacyjna

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

Układ graficzny © CKE 2010

### WPISUJE ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*Miejsce  
na naklejkę  
z kodem*

## EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

### POZIOM ROZSZERZONY

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 19 stron (zadania 1–12). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
8. Na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

**MAJ 2011**

**Czas pracy:  
180 minut**

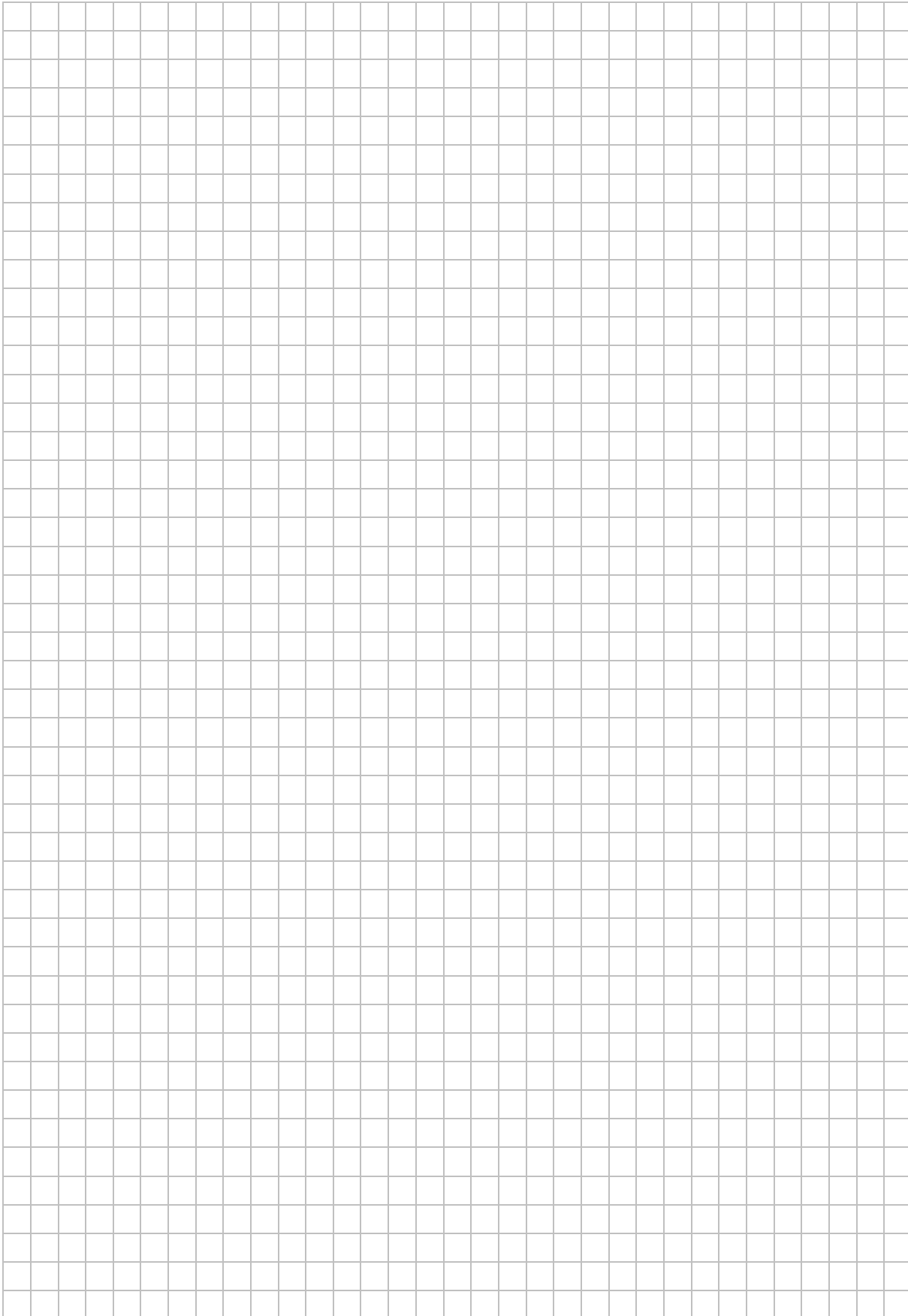
**Liczba punktów  
do uzyskania: 50**



MMA-R1\_1P-112

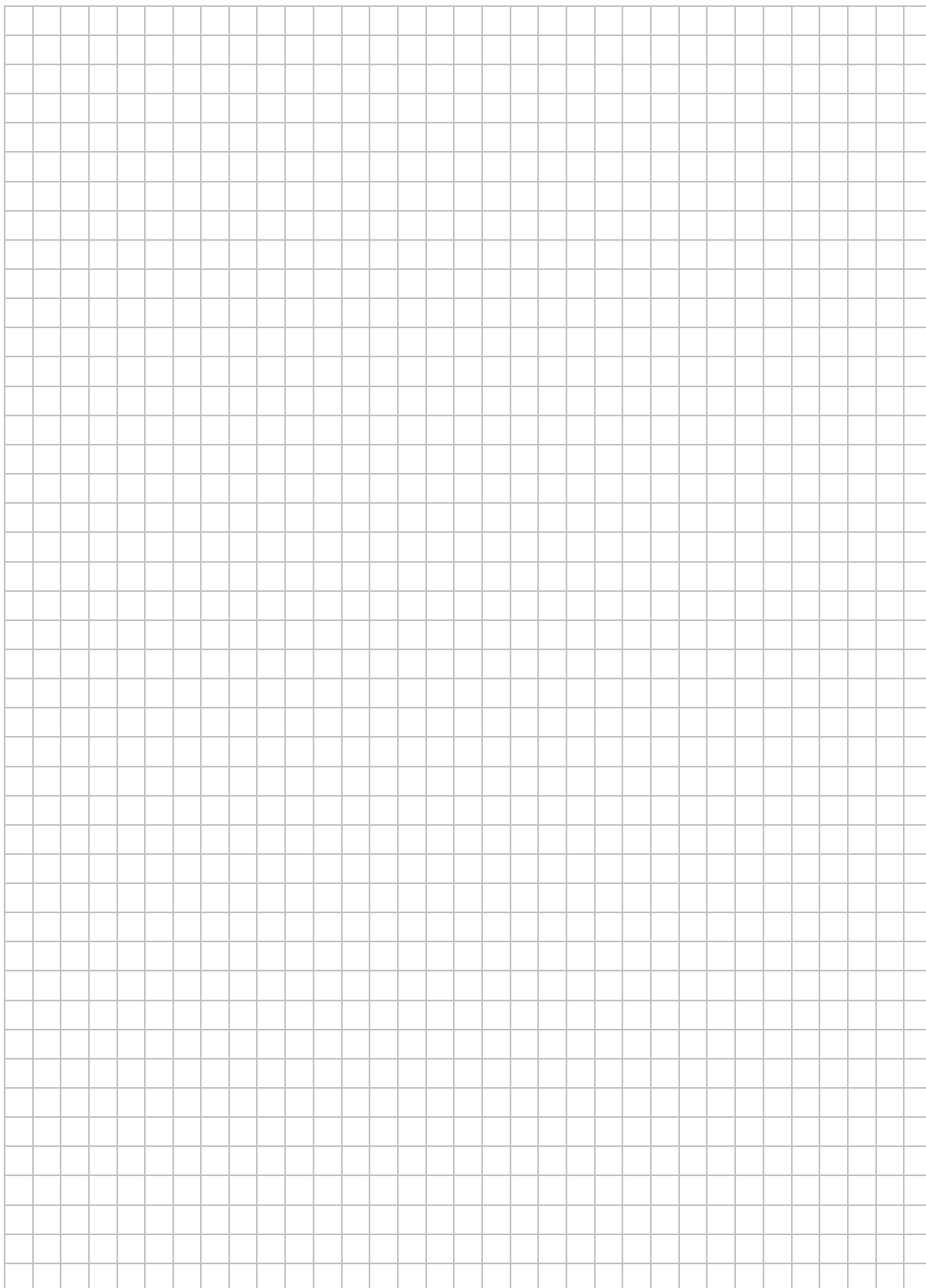
**Zadanie 1. (4 pkt)**

Uzasadnij, że dla każdej liczby całkowitej  $k$  liczba  $k^6 - 2k^4 + k^2$  jest podzielna przez 36.



**Zadanie 2. (4 pkt)**

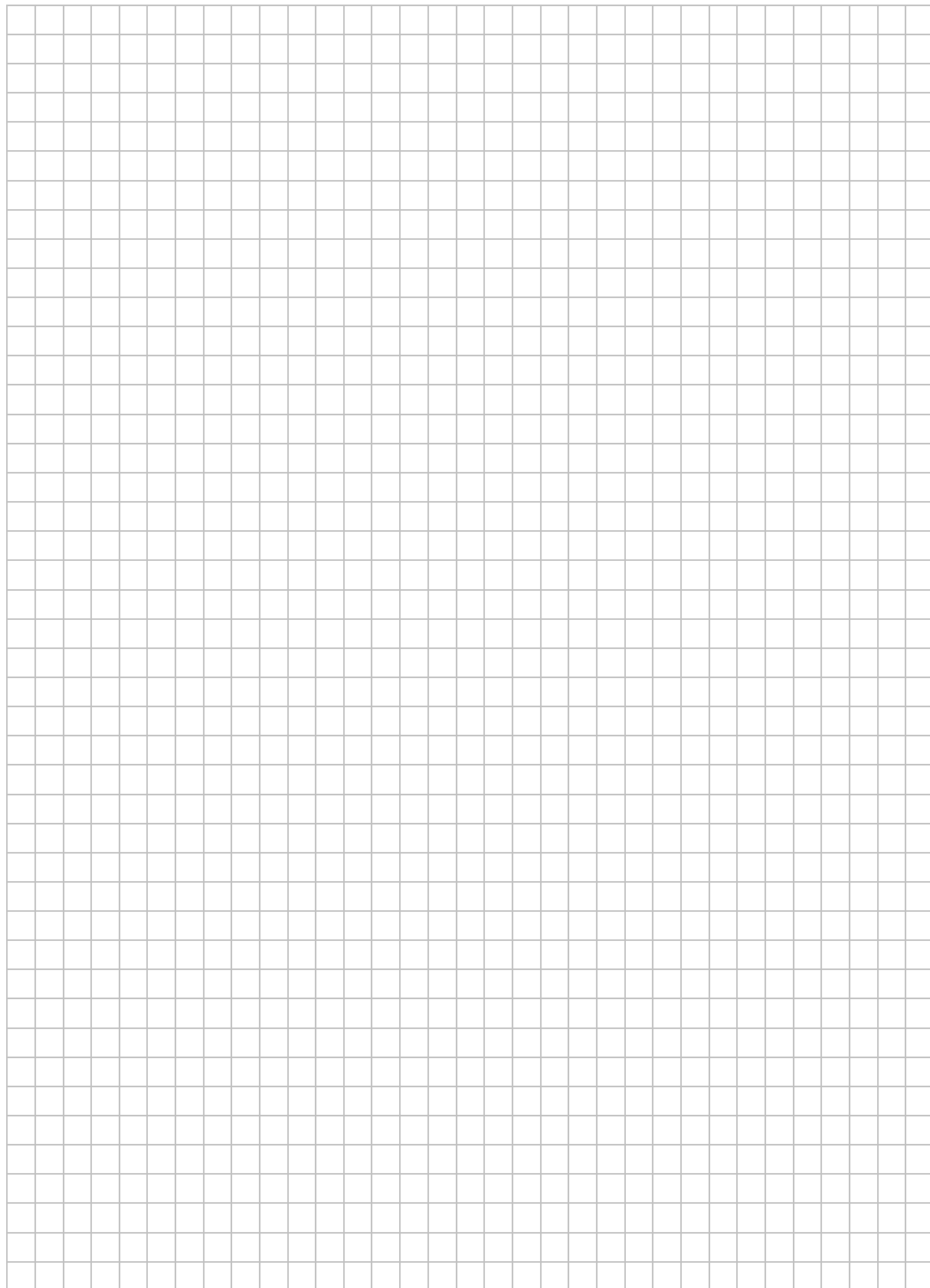
Uzasadnij, że jeżeli  $a \neq b$ ,  $a \neq c$ ,  $b \neq c$  i  $a + b = 2c$ , to  $\frac{a}{a-c} + \frac{b}{b-c} = 2$ .

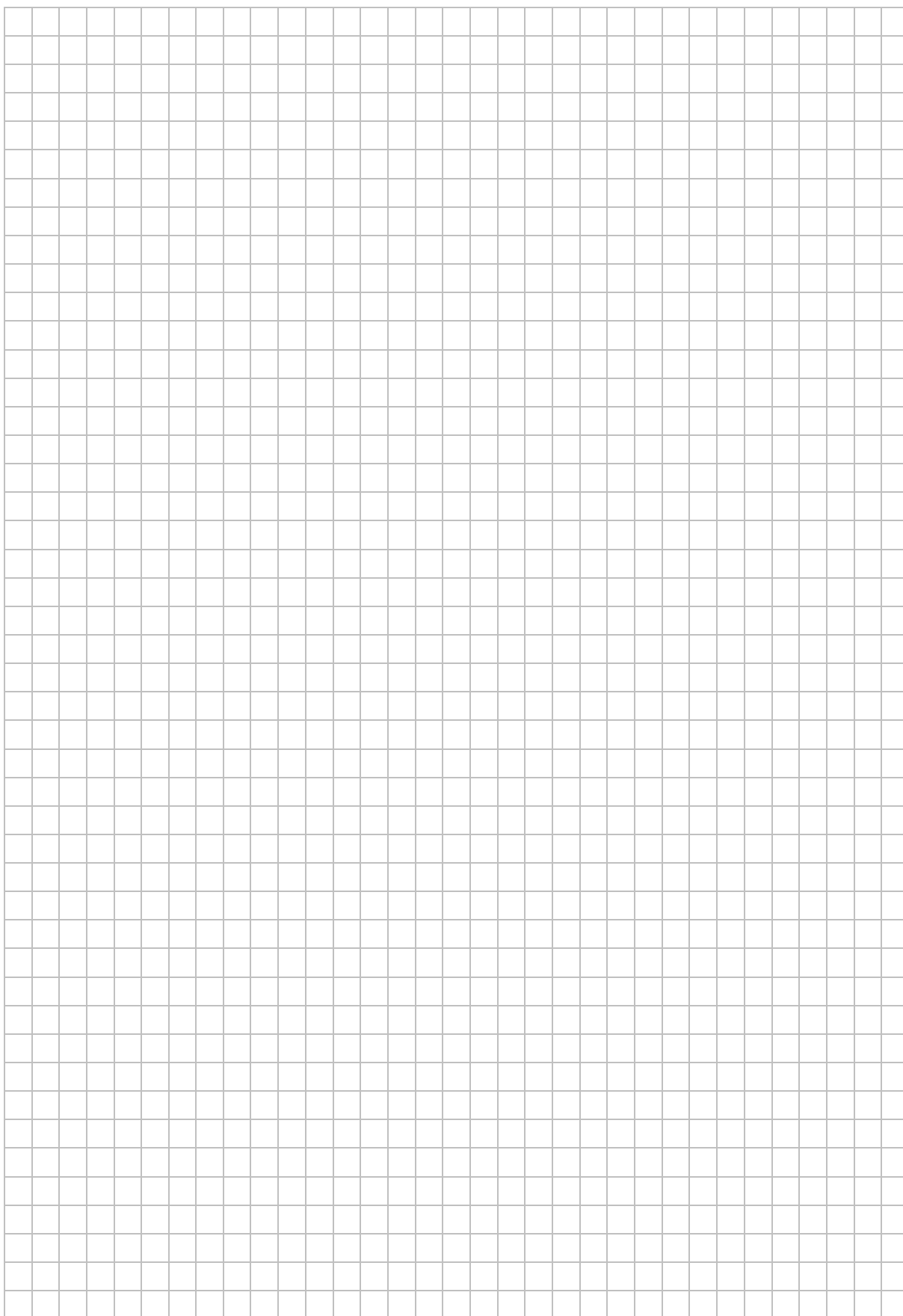


Wypełnia egzaminator	Nr zadania	1.	2.
	Maks. liczba pkt	4	4
	Uzyskana liczba pkt		

**Zadanie 3. (6 pkt)**

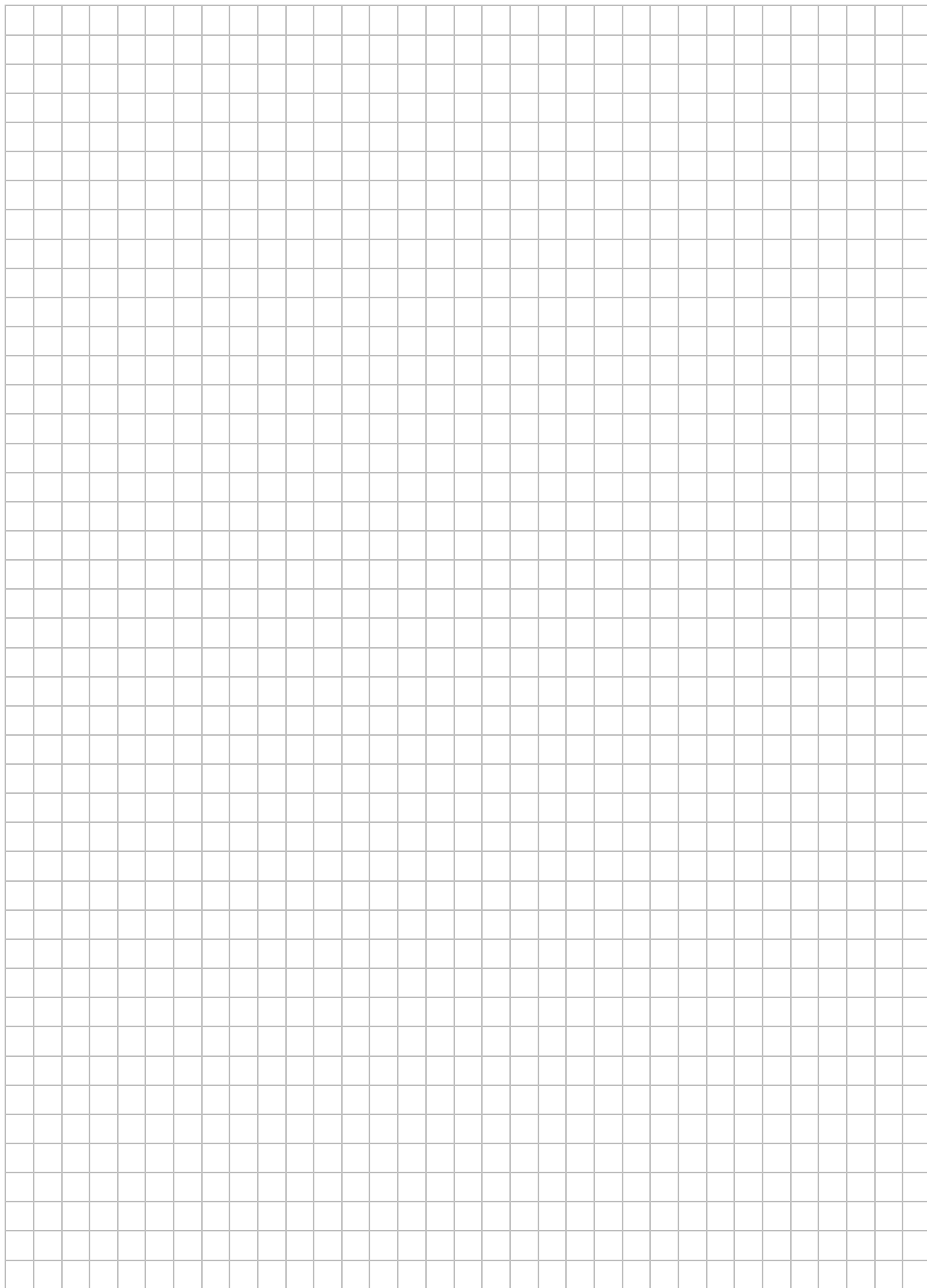
Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których równanie  $x^2 - 4mx - m^3 + 6m^2 + m - 2 = 0$  ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste  $x_1, x_2$  takie, że  $(x_1 - x_2)^2 < 8(m + 1)$ .





Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>3.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>6</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 4. (4 pkt)**Rozwiąż równanie  $2 \sin^2 x - 2 \sin^2 x \cos x = 1 - \cos x$  w przedziale  $\langle 0, 2\pi \rangle$ .

Odpowiedź: .....

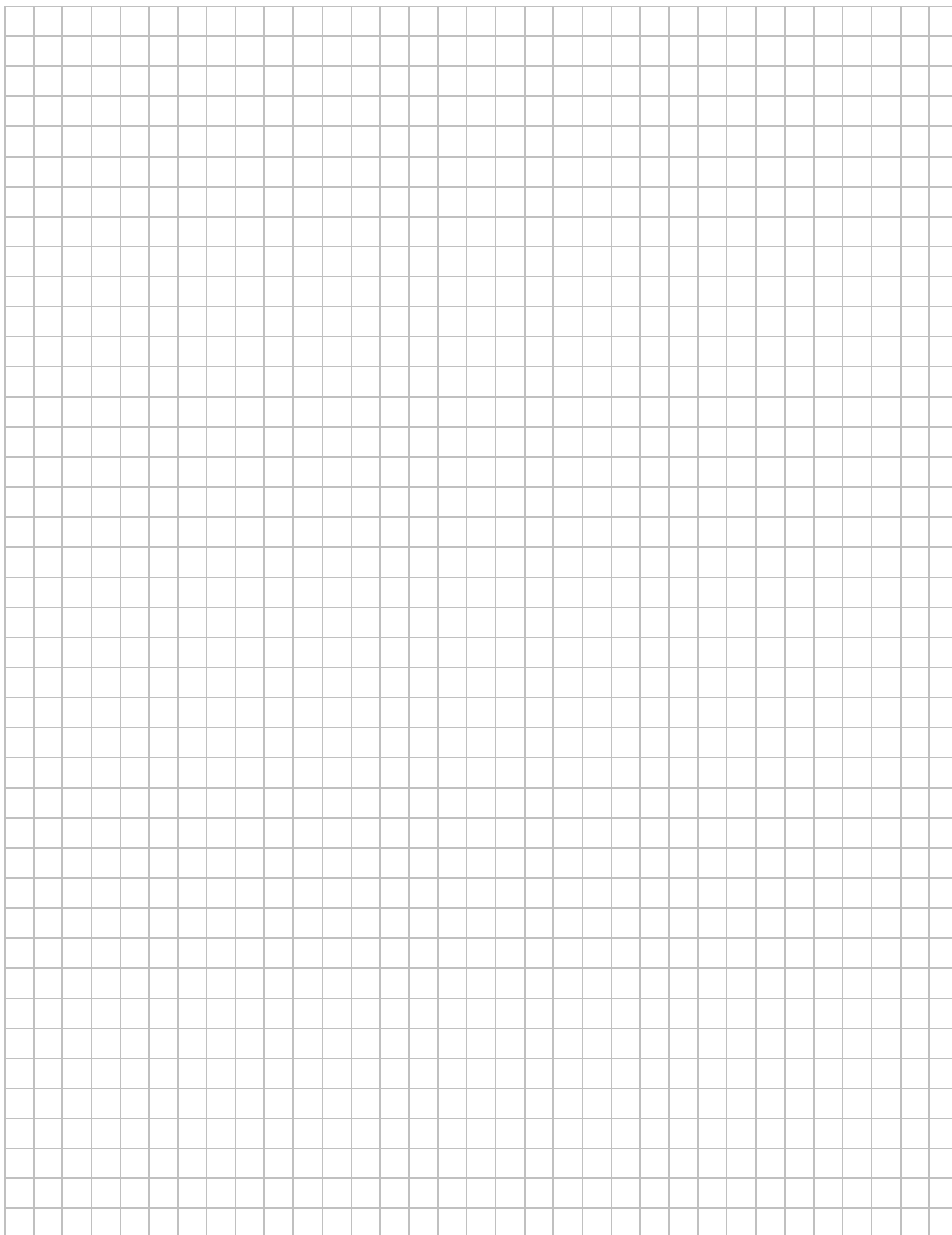
**Zadanie 5. (4 pkt)**

O ciągu  $(x_n)$  dla  $n \geq 1$  wiadomo, że:

a) ciąg  $(a_n)$  określony wzorem  $a_n = 3^{x_n}$  dla  $n \geq 1$  jest geometryczny o ilorazie  $q = 27$ .

b)  $x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 145$ .

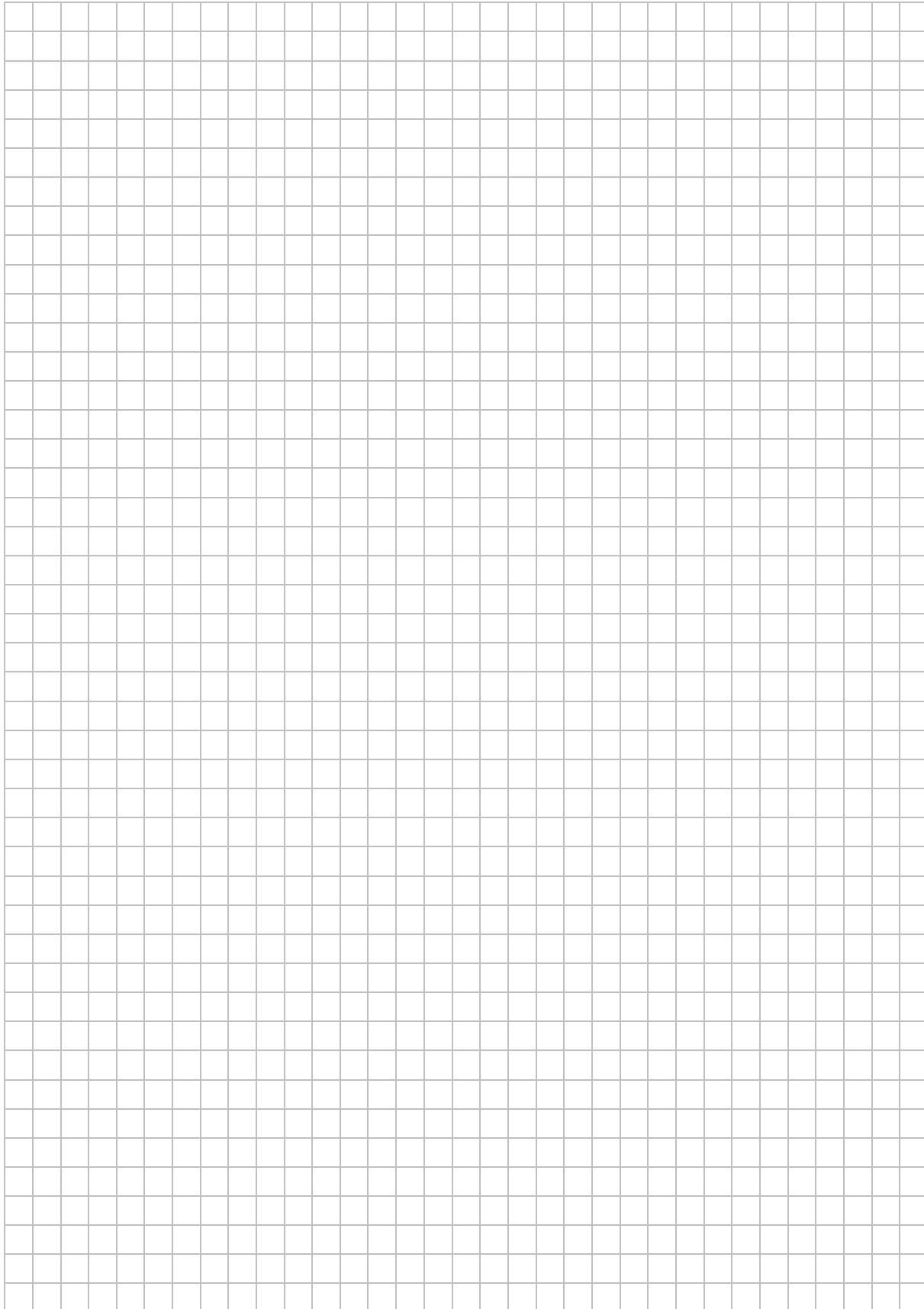
Oblicz  $x_1$ .



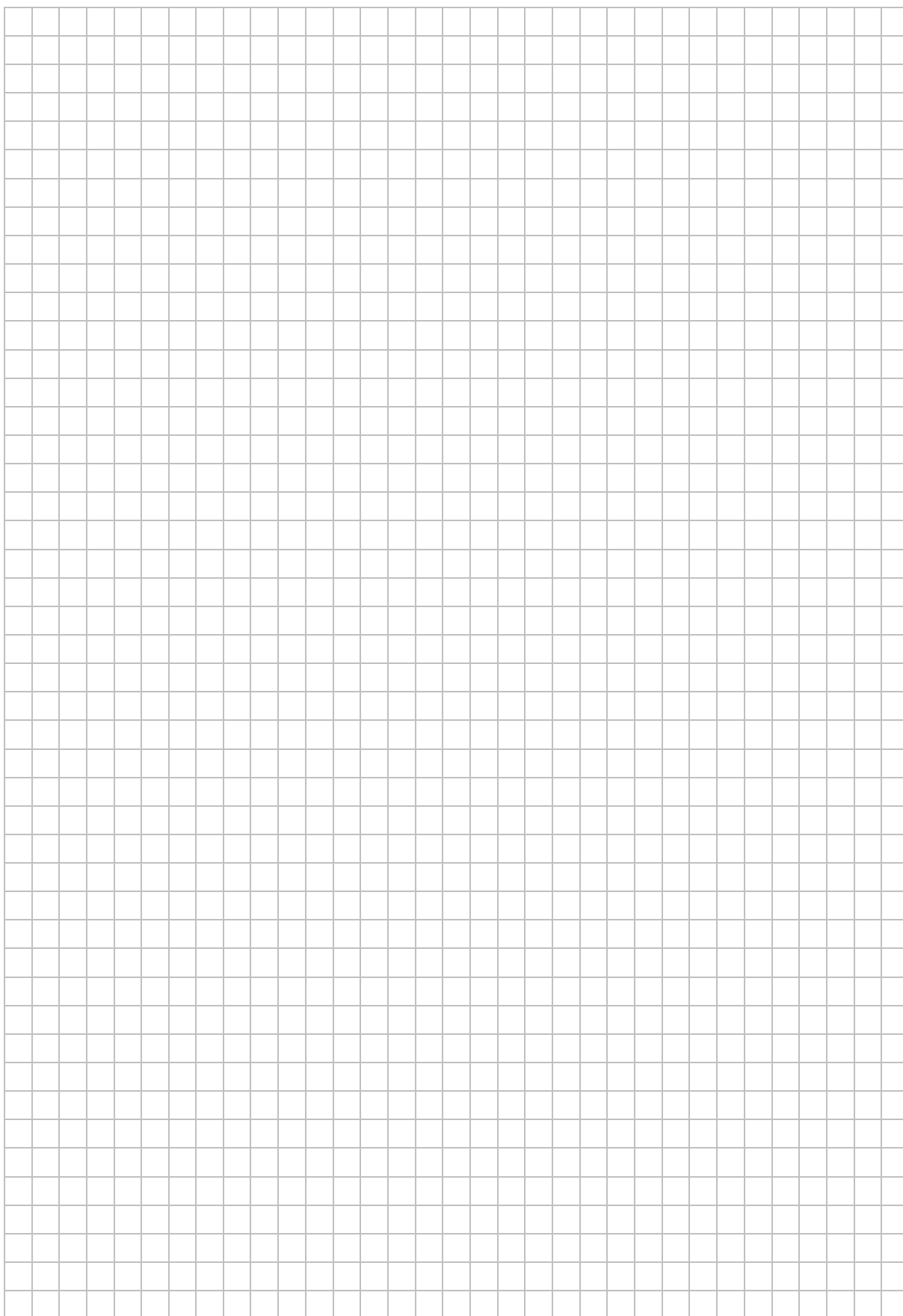
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	4.	5.
	Maks. liczba pkt	4	4
	Uzyskana liczba pkt		

**Zadanie 6. (4 pkt)**

Podstawa  $AB$  trójkąta równoramiennego  $ABC$  ma długość 8 oraz  $|\sphericalangle BAC| = 30^\circ$ . Oblicz długość środkowej  $AD$  tego trójkąta.





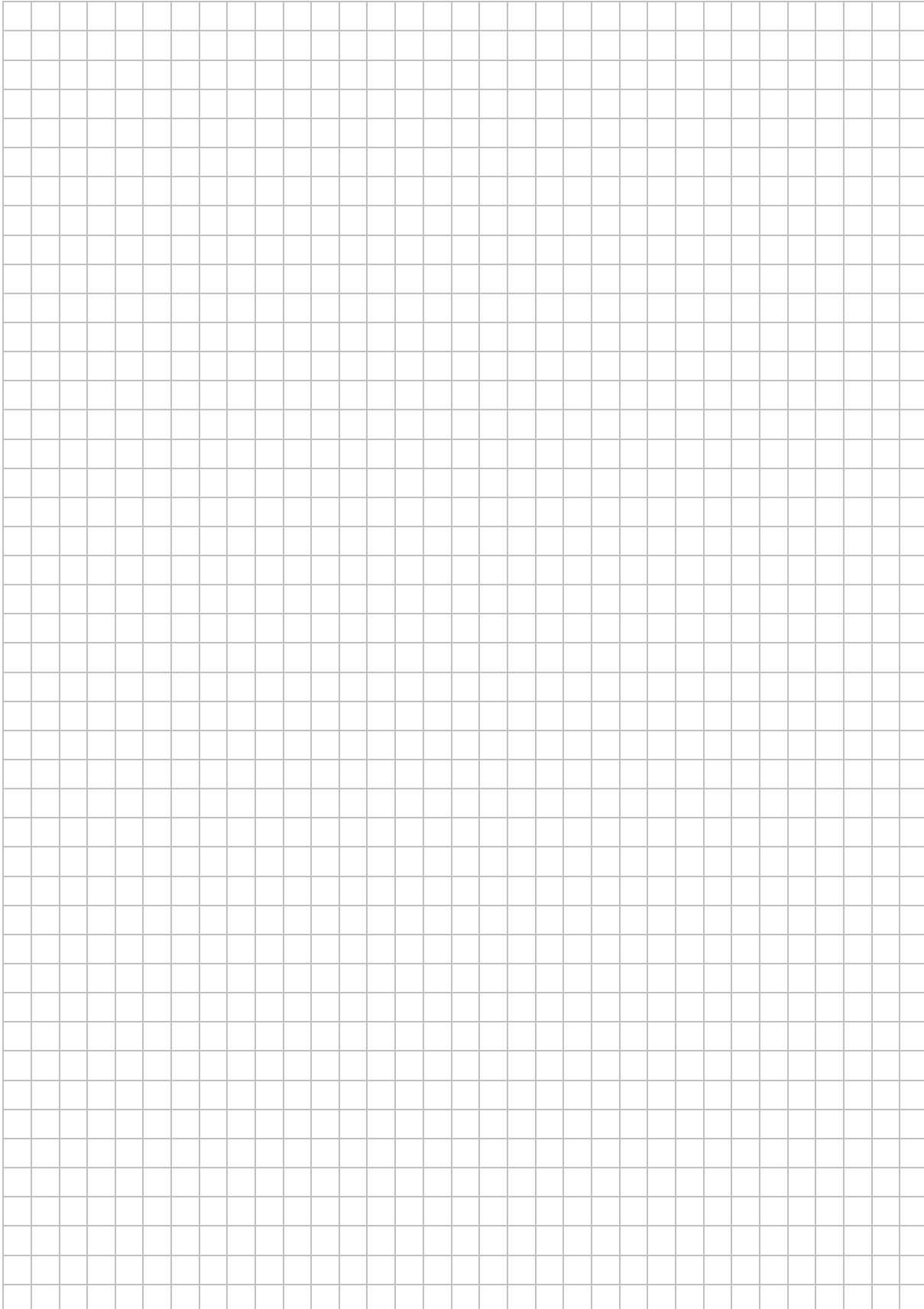


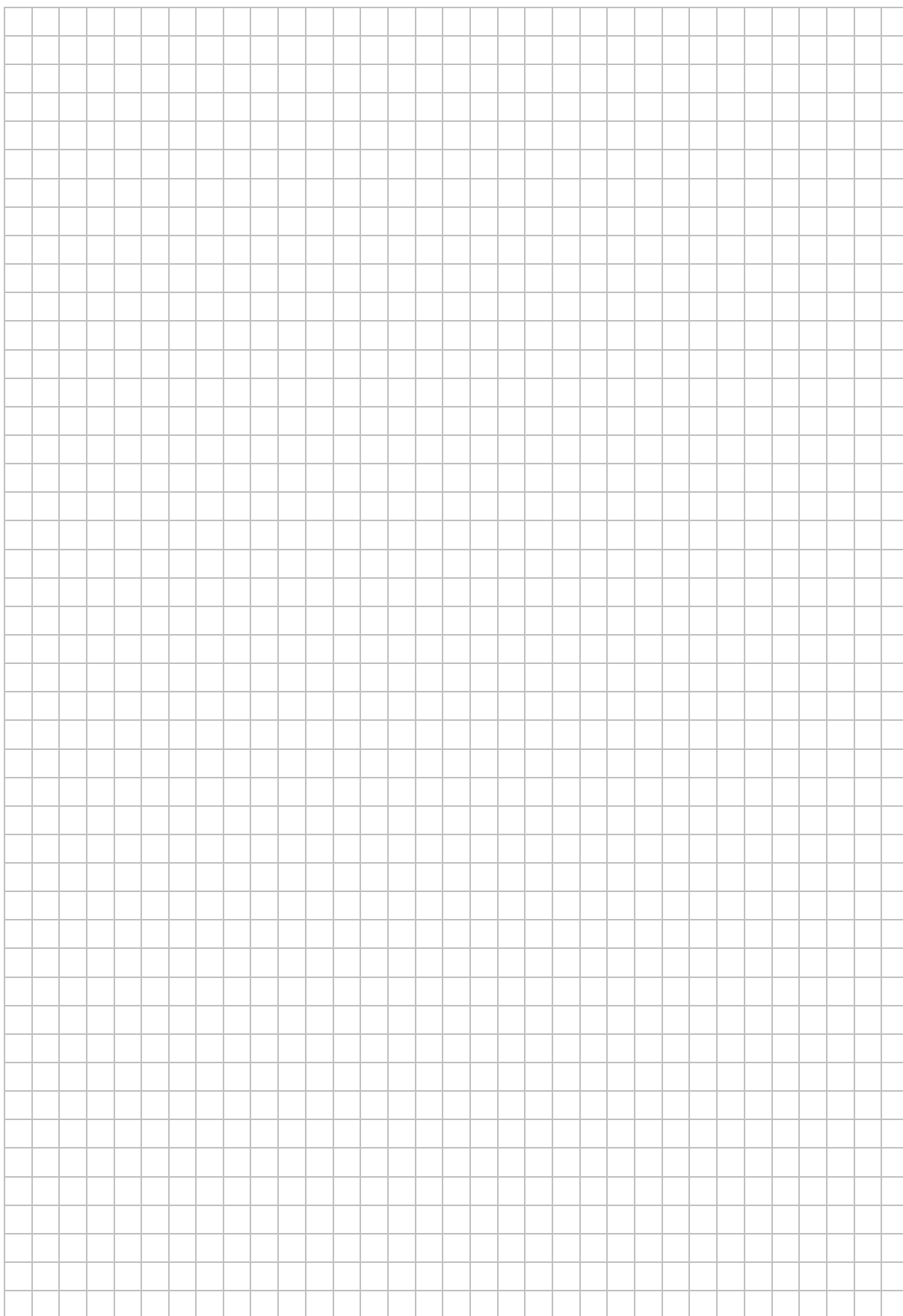
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>6.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 7. (4 pkt)**

Oblicz miarę kąta między stycznymi do okręgu  $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 3 = 0$  poprowadzonymi przez punkt  $A = (2, 0)$ .



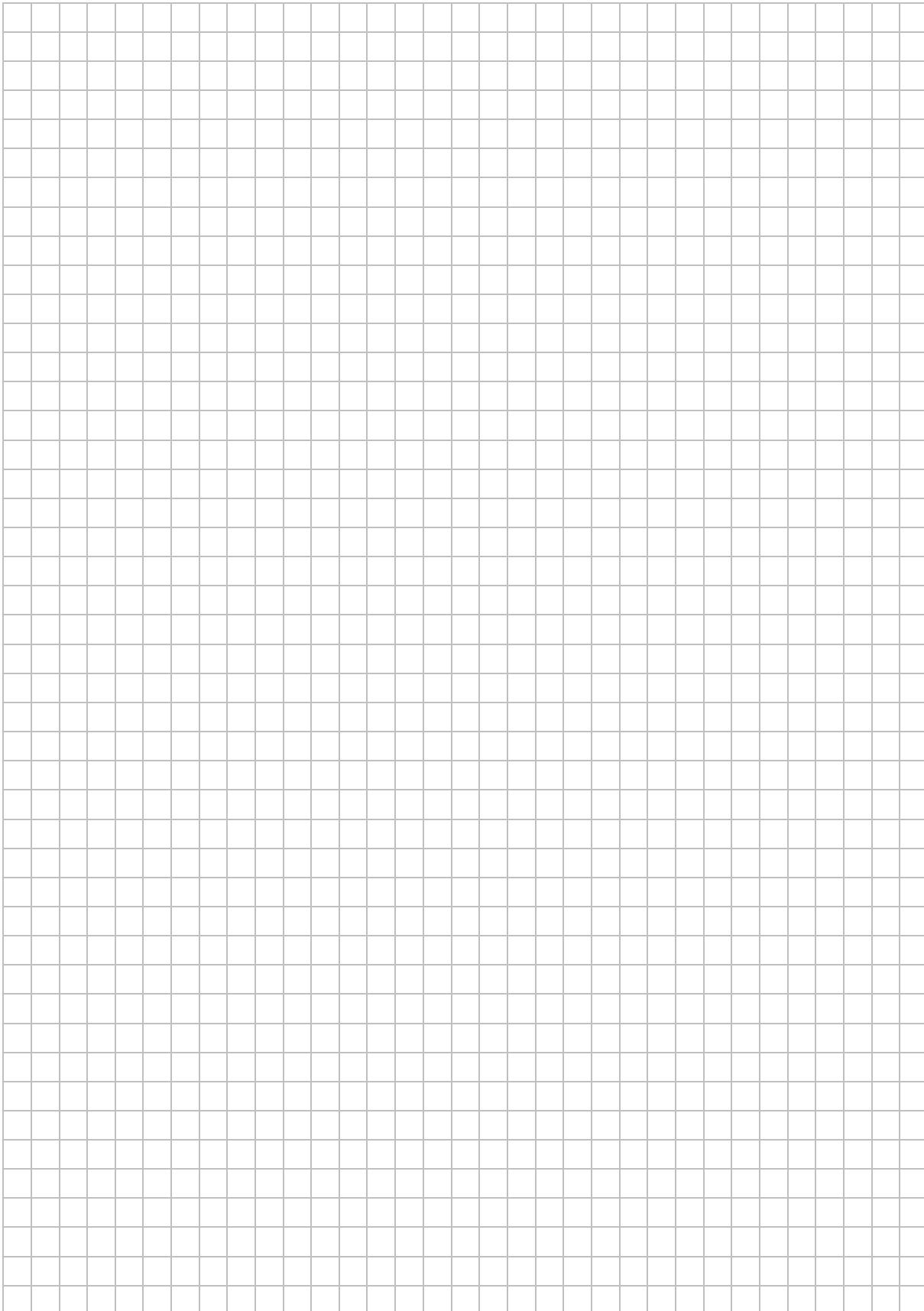


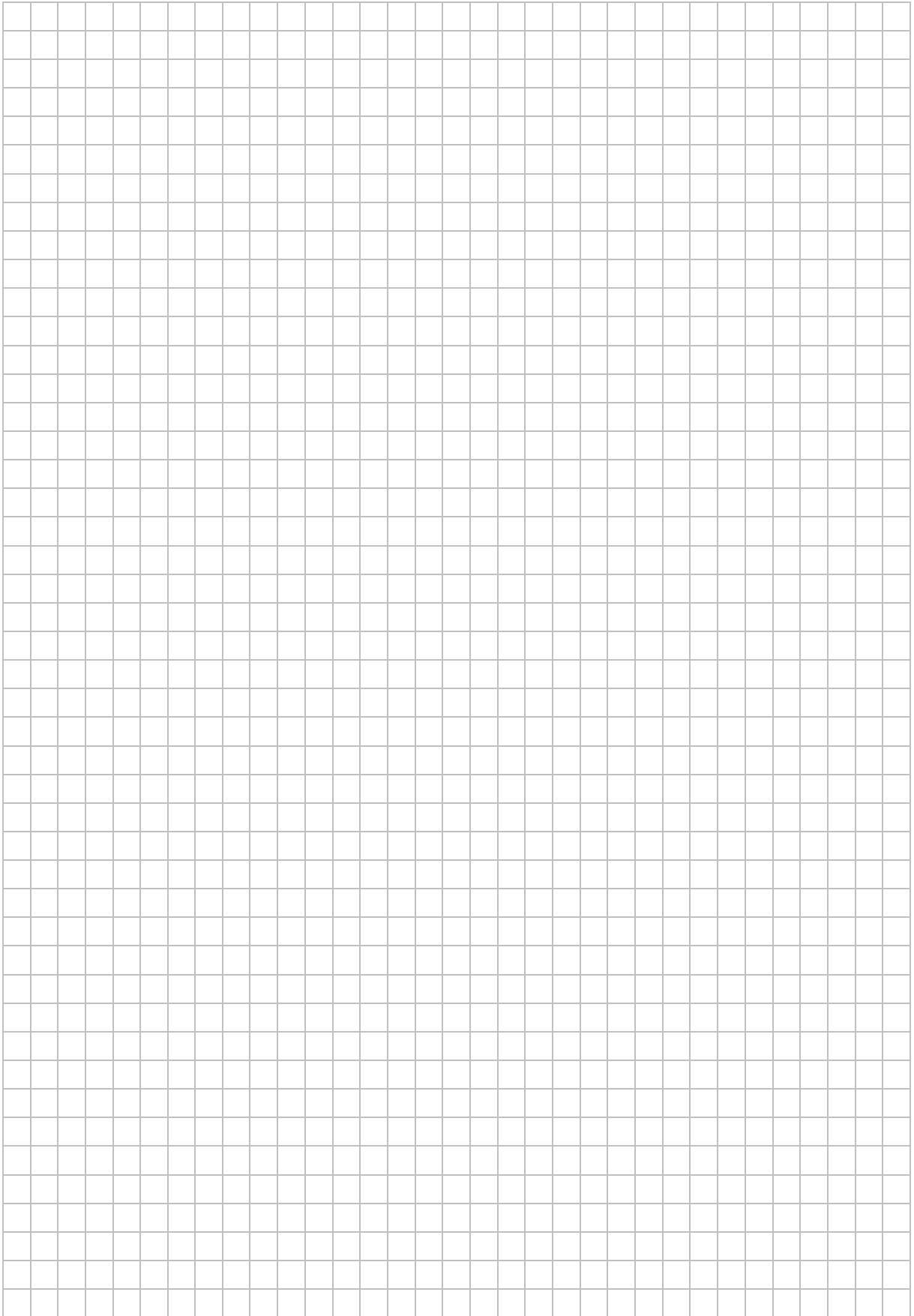
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>7.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 8. (4 pkt)**

Wśród wszystkich graniastosłupów prawidłowych sześciokątnych, w których suma długości wszystkich krawędzi jest równa 24, jest taki, który ma największe pole powierzchni bocznej. Oblicz długość krawędzi podstawy tego graniastosłupa.



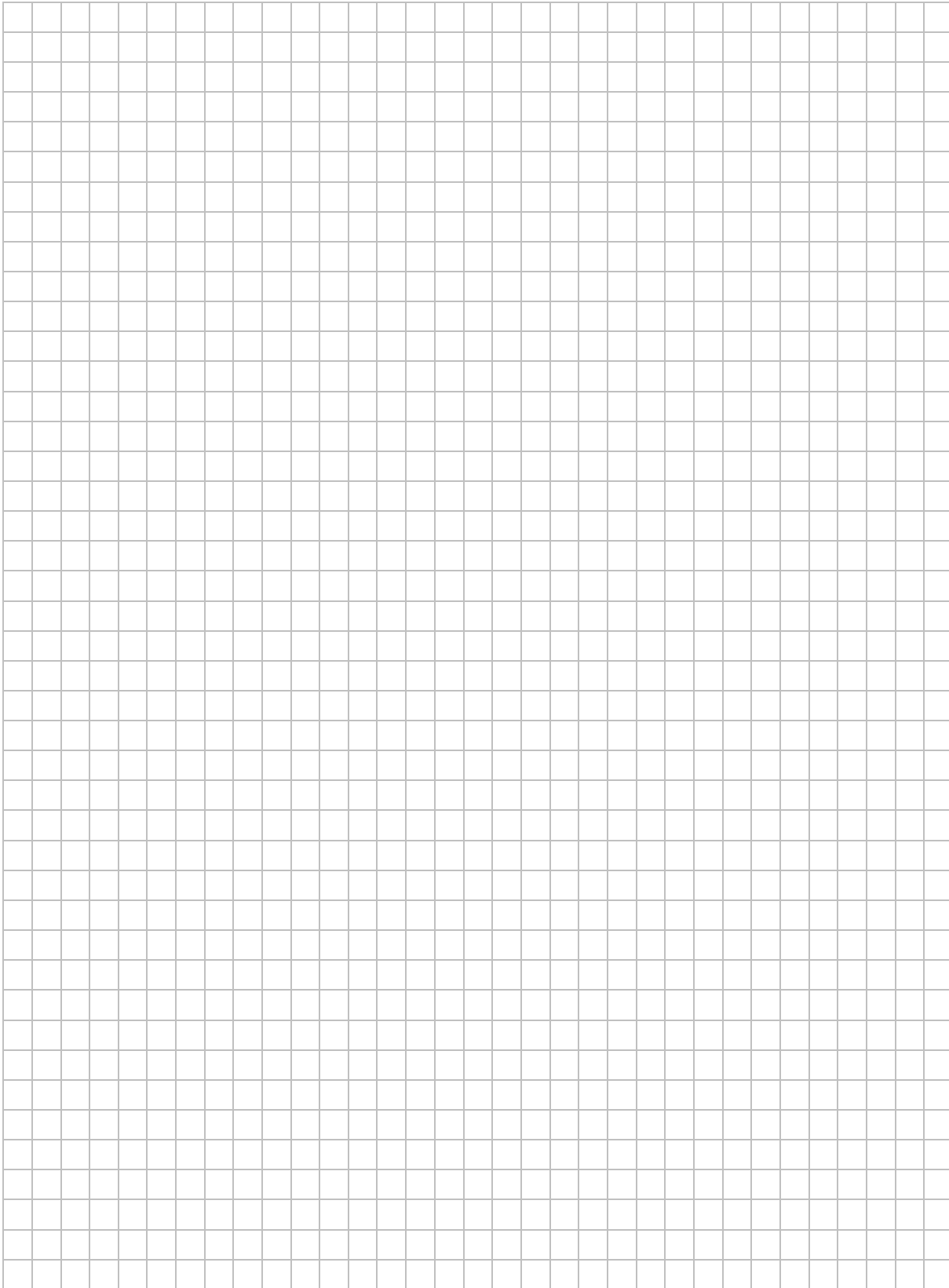


Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>8.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 9. (4 pkt)**

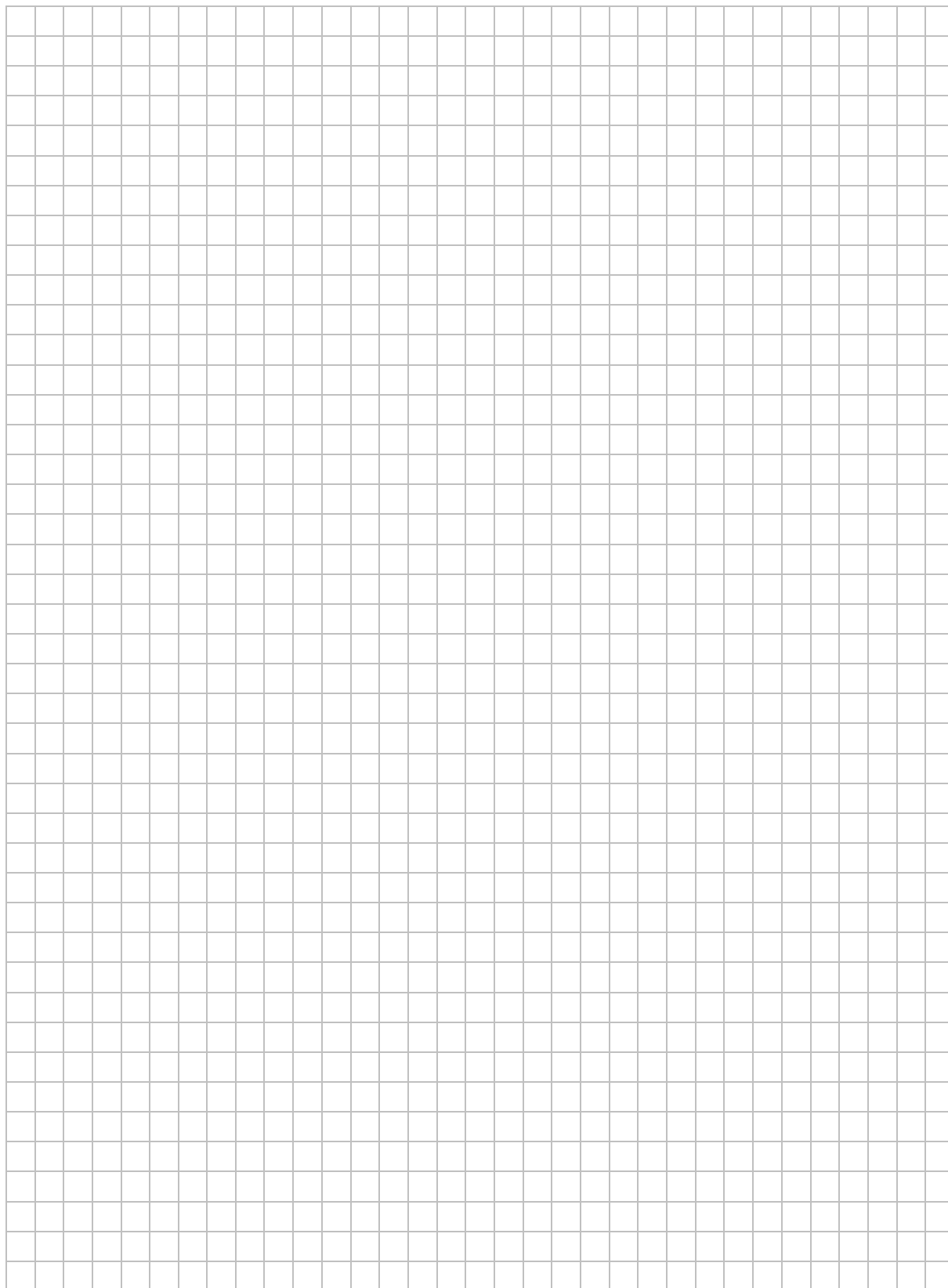
Oblicz, ile jest liczb ośmiocyfrowych, w zapisie których nie występuje zero, natomiast występują dwie dwójki i występują trzy trójki.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 10. (3 pkt)**

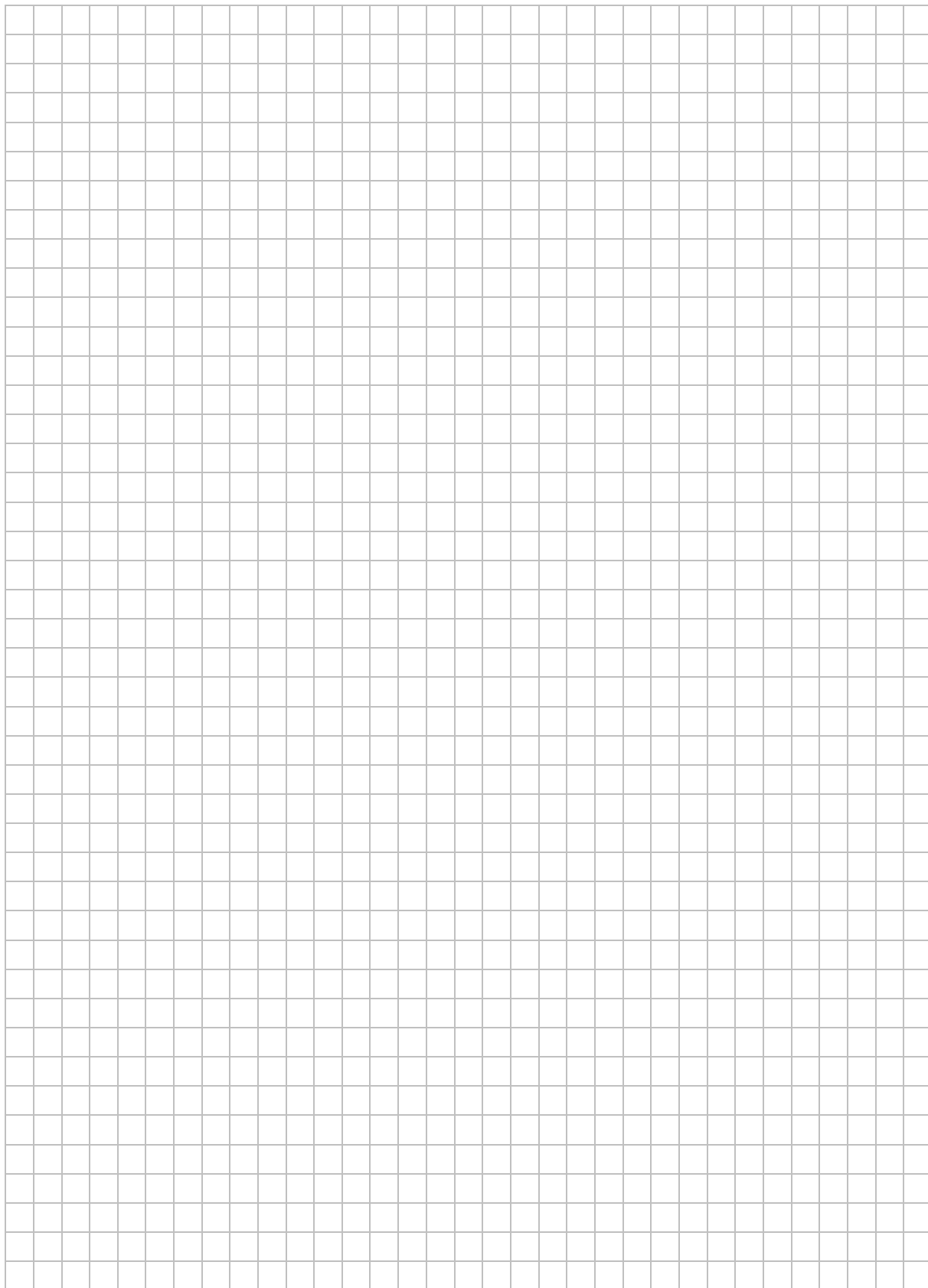
Dany jest czworokąt wypukły  $ABCD$  niebędący równoległobokiem. Punkty  $M$ ,  $N$  są odpowiednio środkami boków  $AB$  i  $CD$ . Punkty  $P$ ,  $Q$  są odpowiednio środkami przekątnych  $AC$  i  $BD$ . Uzasadnij, że  $MQ \parallel PN$ .



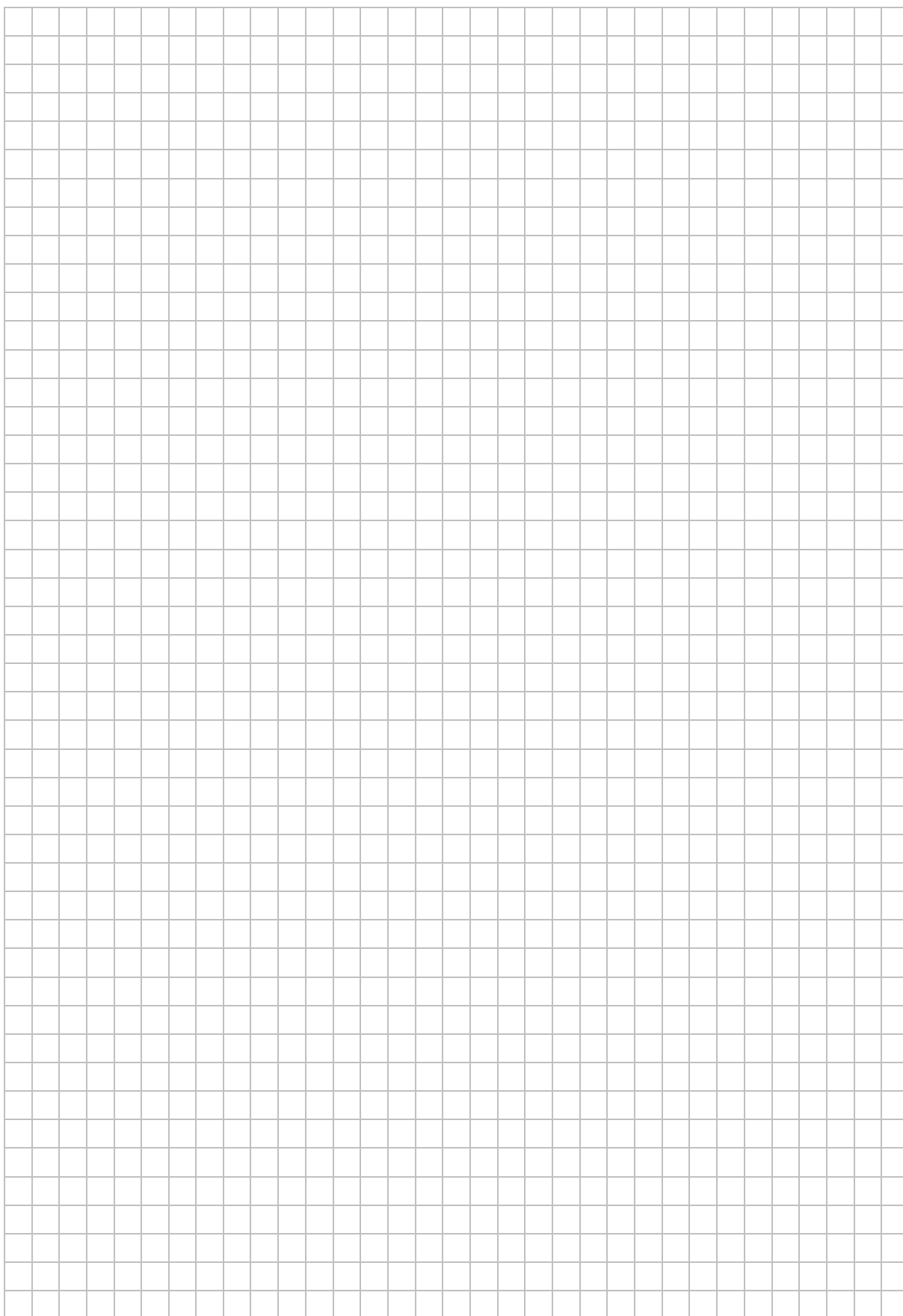
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	9.	10.
	Maks. liczba pkt	4	3
	Uzyskana liczba pkt		

**Zadanie 11. (6 pkt)**

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny  $ABCDS$  o podstawie  $ABCD$ . W trójkącie równoramiennym  $ASC$  stosunek długości podstawy do długości ramienia jest równy  $|AC| : |AS| = 6 : 5$ . Oblicz sinus kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy.





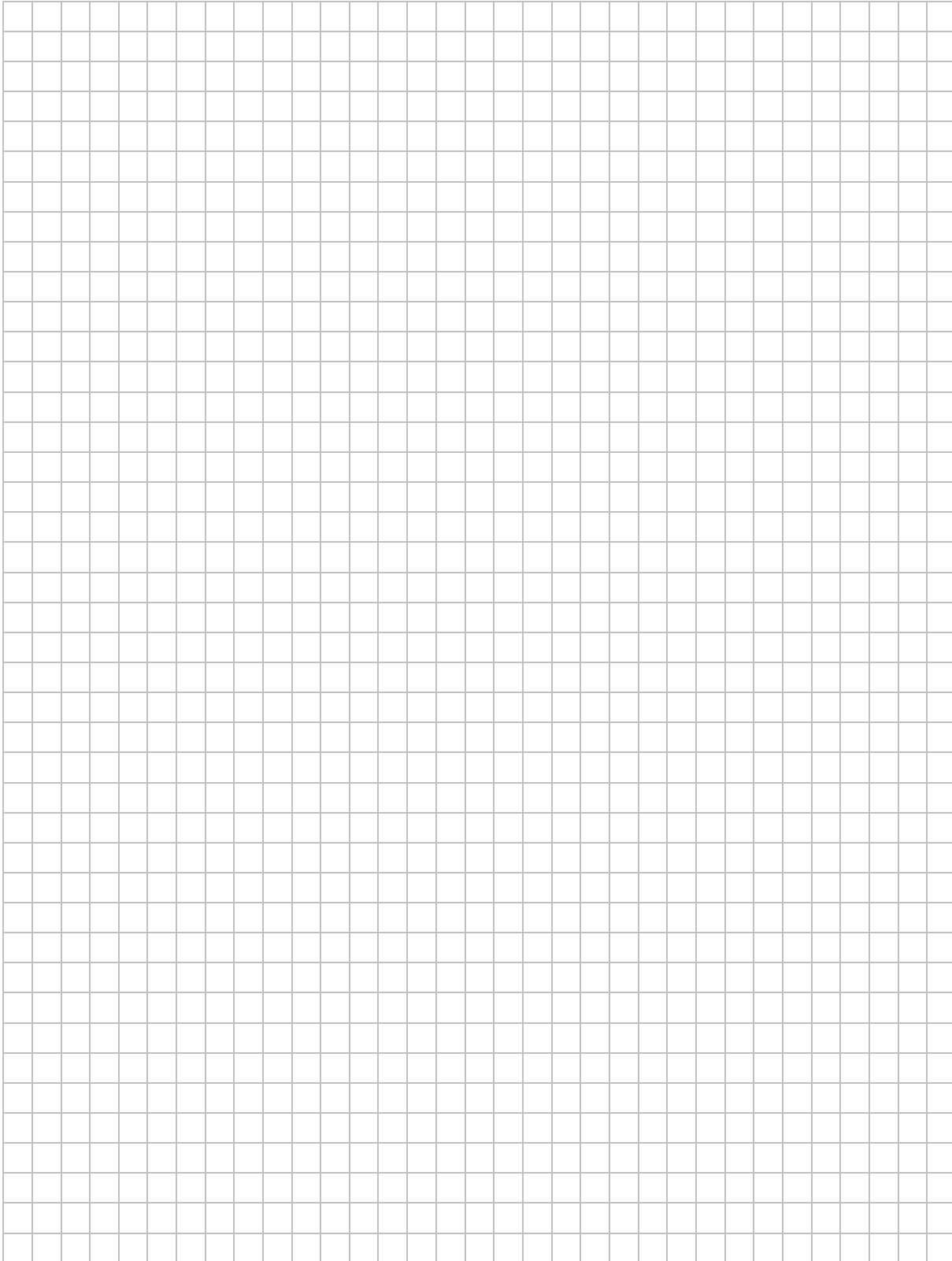


Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>11.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>6</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 12. (3 pkt)**

$A, B$  są zdarzeniami losowymi zawartymi w  $\Omega$ . Wykaż, że jeżeli  $P(A) = 0,9$  i  $P(B) = 0,7$ , to  $P(A \cap B') \leq 0,3$  ( $B'$  oznacza zdarzenie przeciwne do zdarzenia  $B$ ).



Odpowiedź: .....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

## **BRUDNOPIS**





PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

MMA-R1\_1P-112

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

Miejsce na naklejkę  
z nr PESEL

WYPEŁNIA EGZAMINATOR

Nr zad.	Punkty						
	0	1	2	3	4	5	6
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>		
10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			
11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			

SUMA  
PUNKTÓW

--	--

D	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
J	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

--	--	--	--	--	--	--	--	--

**KOD EGZAMINATORA**

.....  
Czytelny podpis egzaminatora

--	--	--

**KOD ZDAJĄCEGO**