PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

13 KWIETNIA 2019

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Wartość wyrażenia $\frac{1}{1+\log_2 3} + \frac{1}{1+\log_3 2}$ jest równa

A) -1 B) 0 C) 1 D) 2

ZADANIE 2 (1 PKT)

Wektor $\overrightarrow{A'B'}$ jest obrazem wektora $\overrightarrow{AB}$ w jednokładności o środku S i skali $k = -\frac{1}{2}$. Zatem

A) $\overrightarrow{A'B'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ B) $\overrightarrow{A'B'} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ C) $\overrightarrow{A'B'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ D) $\overrightarrow{A'B'} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Największa wartość funkcji $f(x) = 1 + \sin^4 x - \cos^4 x$ określonej dla $x \in \mathbb{R}$ to

A) 1 B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) 2

ZADANIE 4 (1 PKT)

Spośród poniższych nierówności wskaż tę, którą spełniają wszystkie liczby całkowite.

A) $|2x - 15| > 1$ B) $|4x + 34| > 3$ C) $|4x + 38| > 1$ D) $|2x - 13| > 3$

ZADANIE 5 (1 PKT)

W rozwinięciu wyrażenia $(x + y + z)^{10}$ współczynnik przy iloczynie $x^3y^2z^5$ jest równy

A) $\binom{10}{3} \cdot \binom{10}{2} \cdot \binom{10}{5}$ B) $\binom{10}{3} \cdot \binom{10}{2}$ C) $\binom{10}{3} \cdot \binom{7}{5}$ D) $\binom{10}{3} \cdot \binom{8}{2}$

ZADANIE 6 (2 PKT)

Oblicz granicę jednostronną $\lim\limits_{x\to -2^-} \frac{x+1}{\log_{0,4}(3+x)}$.

ZADANIE 7 (2 PKT)

Oblicz sumę kwadratów pierwiastków równania $3x^4 - 12x^2 + 5 = 0$.

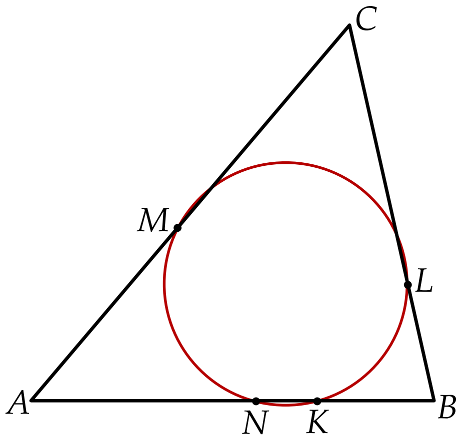
ZADANIE 8 (2 PKT)

Wykaż, że

$$\sin(\beta+\alpha)\sin(\beta-\alpha) = \sin^2\beta - \sin^2\alpha.$$

ZADANIE 9 (3 PKT)

Na bokach AB, BC i CA trójkąta ABC wybrano odpowiednio punkty K, L i M w ten sposób, że $|BK| = |BL|$ i $|CL| = |CM|$. Okrąg opisany na trójkącie KLM przecina bok AB tego trójkąta w punkcie N takim, że $|AN| < |AK|$ (zobacz rysunek).



Udowodnij, że $|AN| = |AM|$.

ZADANIE 10 (3 PKT)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n) określony dla $n \geqslant 1$, którego wyrazy są niezerowe i iloraz q spełnia warunek: $q \in (-1,1)$. Suma S wszystkich wyrazów ciągu (a_n), suma S_1 wszystkich wyrazów ciągu (a_n) o numerach nieparzystych oraz suma S_2 wszystkich wyrazów ciągu (a_n) o numerach parzystych są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Oblicz q.

ZADANIE 11 (3 PKT)

Na osi liczbowej każde dwie spośród 1000 kolejnych liczb naturalnych $\{1, 2, 3, \ldots, 999, 1000\}$ połączono odcinkiem. Następnie wybrano losowo jeden z tych odcinków. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że do wylosowanego odcinka należy liczba 307 (może też być jednym z jego końców). Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

ZADANIE 12 (4 PKT)

Obwód równoległoboku $ABCD$ jest równy 26, miara jego kąta rozwartego ABC jest równa 120°, a promień okręgu wpisanego w trójkąt ABD jest równy $\sqrt{3}$. Oblicz długości boków równoległoboku $ABCD$.

ZADANIE 13 (4 PKT)

Prosta $y = ax + b$ jest styczna do wykresu funkcji $y = x^5 + 10x^2 - 7$. Wykaż, że $a \geqslant -15$.

ZADANIE 14 (4 PKT)

W sześcian o krawędzi 4 wpisano kulę styczną do trzech ścian sześcianu oraz przechodzącą przez środek sześcianu. Oblicz promień tej kuli.

ZADANIE 15 (5 PKT)

W trójkącie ABC o polu 20 dane sa współrzędne dwóch wierzchołków: $A = (-7, -1)$, $B = (1, 3)$ oraz środek $S = (-2, -1)$ okręgu opisanego na tym trójkącie. Wyznacz współrzędne wierzchołka C.

ZADANIE 16 (6 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2 + (m-1)x - m^2 + 2 = 0$ ma dwa rozwiązania rzeczywiste x_1 i x_2 $(x_1 \neq x_2)$, spełniające warunek $\frac{x_1^3+x_2^3}{x_1x_2} < 2$.

ZADANIE 17 (7 PKT)

Rozpatrujemy wszystkie trapezy równoramienne, w które można wpisać okrąg, i w których suma długości dłuższej podstawy i średnicy okręgu wpisanego jest równa 6. Wyznacz wymiary tego spośród tych trapezów, który ma najmniejszy obwód. Oblicz ten obwód.