PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

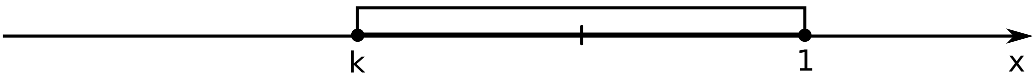
23 KWIETNIA 2016

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiony jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających nierówność $|3x+6| \leqslant 9$.



Stąd wynika, że

A) $k=-10$ B) $k=-5$ C) $k=-6$ D) $k=-4$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Liczba rzeczywistych pierwiastków równania $(9x^2-12x+4)^3 = (1-3x+3x^2-x^3)^2$ jest równa

A) 4 B) 2 C) 1 D) 0

ZADANIE 3 (1 PKT)

Wielomian $W(x) = (x-2)^5-(x+2)^5$ zapisano w postaci $W(x) = a_5x^5+a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$. Suma $a_5+a_4+a_3+a_2+a_1$ jest równa

A) -244 B) -180 C) -242 D) -212

ZADANIE 4 (1 PKT)

Dla dowolnego kąta α wartość wyrażenia $\cos\alpha+\cos(180^\circ-\alpha)$ jest równa wartości wyrażenia

A) $\cos 2\alpha$ B) $-\cos\alpha$ C) $2\cos\alpha$ D) 0

ZADANIE 5 (1 PKT)

Punkt $S=(3,-2)$ jest środkiem okręgu wpisanego w trójkąt ABC. Prosta zawierająca bok AB tego trójkąta ma równanie $2x+3y+4=0$. Prosta zawierająca bok BC może mieć równanie

A) $3x-2y-9=0$ B) $3x-2y-8=0$ C) $3x+2y-2=0$ D) $2y-3x+10=0$

ZADANIE 6 (2 PKT)

Wyznacz najmniejszą liczbę całkowitą spełniającą nierówność $|x| > |x - 2017|$.

ZADANIE 7 (2 PKT)

Oblicz $2^{\log_3 5} - 5^{\log_3 2}$.

ZADANIE 8 (2 PKT)

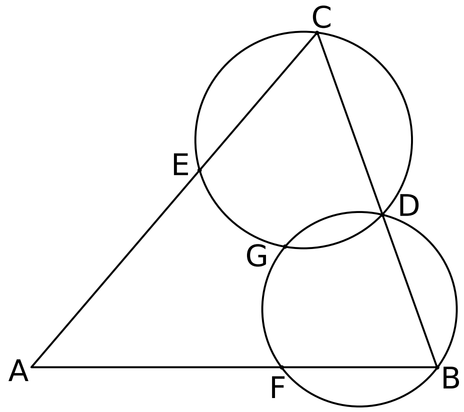
Oblicz granicę funkcji $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{(9-2x^3)(8+3x^2)}{x(1-3x^2+2x)^2}$.

ZADANIE 9 (2 PKT)

Średnia arytmetyczna n początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa $\frac{3}{2}-\frac{7}{2}n$. Wyznacz wzór ogólny ciągu (a_n).

ZADANIE 10 (3 PKT)

Okrąg o_1 przechodzi przez wierzchołek B trójkąta ABC i przecina jego boki AB i BC odpowiednio w punktach F i D. Okrąg o_2 przechodzi przez wierzchołek C, przecina okrąg o_1 w punkcie D oraz w punkcie G leżącym wewnątrz trójkąta ABC. Ponadto okrąg o_2 przecina bok AC trójkąta w punkcie E.



Udowodnij, że punkt G leży na okręgu opisanym na trójkącie AFE.

ZADANIE 11 (3 PKT)

W fabryce obuwia pracuje pięć linii produkcyjnych produkujących ten sam model butów. W poniższej tabeli zawarto informacje o wydajności tych linii oraz o odsetku wadliwych par obuwia produkowanych przez każdą z nich.

Linia produkcyjna	Wydajność	Odsetek wadliwych par
I	60 par/godzinę	2%
II	50 par/godzinę	3%
III	40 par/godzinę	1%
IV	80 par/godzinę	3%
V	70 par/godzinę	2%

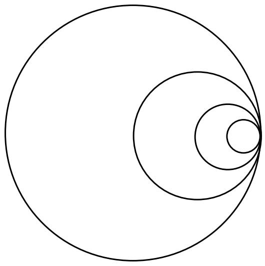
Wybieramy losowo jedną parę obuwia wyprodukowaną przez te linie produkcyjne. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wybrana para nie okaże się wadliwa?

ZADANIE 12 (3 PKT)

Wykaż, że istnieje liczba dodatnia a, dla której $a^2 + \frac{1}{a} < \frac{31\sqrt[3]{2}}{20}$.

ZADANIE 13 (3 PKT)

Dany jest okrąg o_1 o promieniu r. Wewnątrz tego okręgu narysowano okrąg o_2 styczny wewnętrznie o średnicy r, wewnątrz okręgu o_2 znów narysowano okrąg styczny wewnętrznie o średnicy $\frac{1}{2}r$ itd. Czynność tę powtórzono nieskończenie wiele razy. Wykaż, że suma długości okręgów $o_{2017}, o_{2018}, \ldots, o_{20160}$ jest mniejsza od długości okręgu o_{2016}.



ZADANIE 14 (4 PKT)

W trójkąt prostokątny ABC o przyprostokątnych długości $|BC| = 5$ i $|AC| = 12$ wpisano okrąg. Oblicz długość odcinka łączącego punkty wspólne okręgu wpisanego z bokami AB i AC.

ZADANIE 15 (4 PKT)

Do windy na parterze budynku wsiadło 6 osób, po czym każda z nich w sposób losowy wysiadła na jednym z trzech pięter budynku. Jakie jest prawdopodobieństwo, że na jednym z pięter wysiadły dokładnie 4 osoby?

ZADANIE 16 (4 PKT)

Oblicz pole trójkąta ograniczonego osią Ox oraz stycznymi do wykresu funkcji $f(x) = x^3 + 3x^2 - 5x - 9$ poprowadzonymi w punktach $x = -3$ i $x = -2$.

ZADANIE 17 (6 PKT)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{k^2+9k+14}{k-1}x^2 + (k+2)x + k - 1$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wyznacz całkowite wartości parametru k, dla których funkcja f przyjmuje wartość największą i ma dwa różne miejsca zerowe o jednakowych znakach.

ZADANIE 18 (7 PKT)

Romb o boku długości a obraca się dokoła jednej z przekątnych. Wyznacz pole tego spośród takich rombów, dla którego objętość otrzymanej bryły jest największa.