Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

poziom podstawowy

25 kwietnia 2020

Czas pracy: 170 minut

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba $\log_{\sqrt[3]{3}} 9$ jest równa

A) 4 B) 6 C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{1}{4}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Jeżeli 37% liczby a jest równe 148 i 25% liczby b jest równe 148, to

A) $a-b=192$ B) $a-b=168$ C) $b-a=192$ D) $b-a=168$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Jedną z liczb spełniających nierówność $\frac{(1-x)(5-x)}{17-x^2} > 0$ jest

A) -5 B) -3 C) -17 D) -9

ZADANIE 4 (1 PKT)

Liczba $\sqrt[3]{2}\sqrt{2\sqrt[3]{2}}$ jest równa

A) 2 B) $2^{\frac{1}{2}}$ C) $2^{\frac{3}{4}}$ D) 2^0

ZADANIE 5 (1 PKT)

Para liczb $x=\frac{1}{2}$ i $y=-\frac{1}{3}$ jest rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} 2a^3x+6ay=1 \\ 4x+3ay=3a^2 \\ 6a^3x+12y=7a^3 \end{cases}$ dla

A) $a=2$ B) $a=-2$ C) $a=-1$ D) $a=\frac{1}{2}$

ZADANIE 6 (1 PKT)

Równanie $\frac{(x+2)(x+4)}{(x+4)^2}=0$ ma dokładnie

A) jedno rozwiązanie: $x=2$ B) jedno rozwiązanie: $x=-2$

C) dwa rozwiązania: $x=-2,\ x=-4$ D) dwa rozwiązania: $x=2,\ x=4$

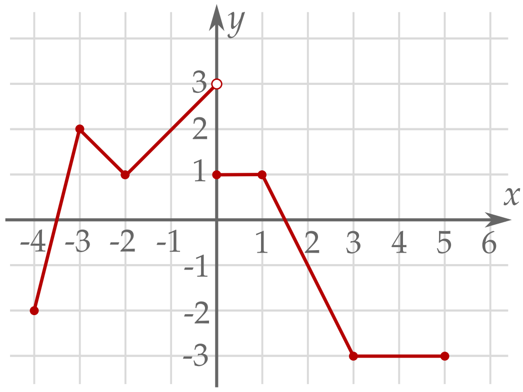
ZADANIE 7 (1 PKT)

Funkcja $f(x)=x^2-ax+1$ przyjmuje wartości mniejsze niż -3 dla

A) $a=4$ B) $a=-5$ C) $a=-4$ D) $a=2$

ZADANIE 8 (1 PKT)

Rysunek przedstawia wykres funkcji f zbudowany z 6 odcinków.



Równanie $f(x) + 1 = 0$ ma

A) dokładnie jedno rozwiązanie.
B) dokładnie dwa rozwiązania.
C) dokładnie trzy rozwiązania.
D) nieskończenie wiele rozwiązań.

ZADANIE 9 (1 PKT)

Najmniejszą wartość w przedziale $\langle -4, -3 \rangle$ funkcja kwadratowa $y = 2(x+2)^2 - 5$ przyjmuje dla argumentu

A) -4
B) -3
C) -2
D) -5

ZADANIE 10 (1 PKT)

Punkt $A = (a, 3)$ leży poniżej prostej określonej równaniem $y = \frac{3}{4}x + 6$. Stąd wynika, że

A) $a < 0$
B) $a > -4$
C) $a < \frac{33}{4}$
D) $a > 0$

ZADANIE 11 (1 PKT)

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n \geqslant 1$, dane są dwa wyrazy: $a_1 = 31$ oraz $a_{18} = -19$. Suma osiemnastu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa

A) 102
B) 108
C) $105\frac{1}{17}$
D) -171

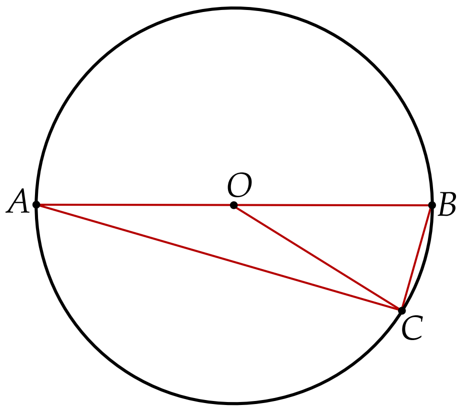
ZADANIE 12 (1 PKT)

Kąt α jest ostry oraz wiadomo, że $\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{1}{4}$. Wartość wyrażenia $\cos\alpha + \sin\alpha$ jest równa

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
B) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
C) $\frac{3}{4}$
D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

ZADANIE 13 (1 PKT)

Odcinek AB jest średnicą okręgu o środku O i promieniu r. Na tym okręgu wybrano punkt C, taki, że $|\measuredangle ABC| = 75^\circ$ (zobacz rysunek).



Pole trójkąta AOC jest równe

A) $\frac{r^2}{2}$ B) $\frac{r^2}{4}$ C) $\frac{r^2\sqrt{15}}{16}$ D) r^2

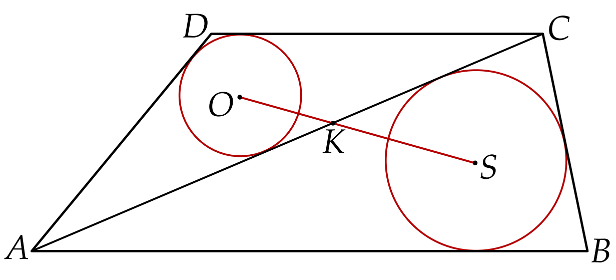
ZADANIE 14 (1 PKT)

Wyrażenie $\frac{(x^2-y^2)^2}{(x+y)^2}$, gdzie $x + y \neq 0$ jest równe wyrażeniu

A) $(x+y)^2$ B) $(x-y)^4$ C) $\frac{x-y}{x+y}$ D) $x^2 - 2xy + y^2$

ZADANIE 15 (1 PKT)

Trapez $ABCD$ podzielono przekątną AC na dwa trójkąty. Punkty O i S są środkami okręgów wpisanych w trójkąty ACD i ABC, a odcinek OS przecina przekątną AC w punkcie K (zobacz rysunek). Stosunek długości okręgów o środkach O i S jest równy $\frac{3}{5}$, a odcinek OS ma długość 24.

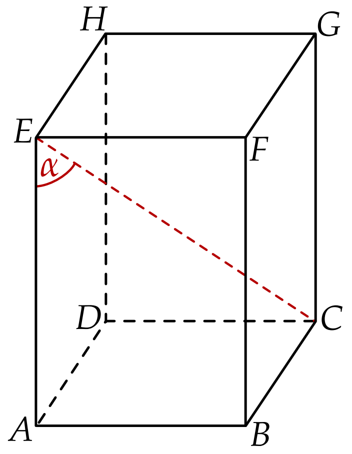


Wtedy

A) $|KS| = 18$ B) $|KS| = 12$ C) $|KS| = 16$ D) $|KS| = 15$

ZADANIE 16 (1 PKT)

Podstawą graniastosłupa prostego czworokątnego $ABCDEFGH$ jest kwadrat $ABCD$ o polu 4 (zobacz rysunek). Objętość graniastosłupa jest równa $8\sqrt{6}$. Miara kąta AEC jest równa



A) 75°   B) 60°   C) 30°   D) 45°

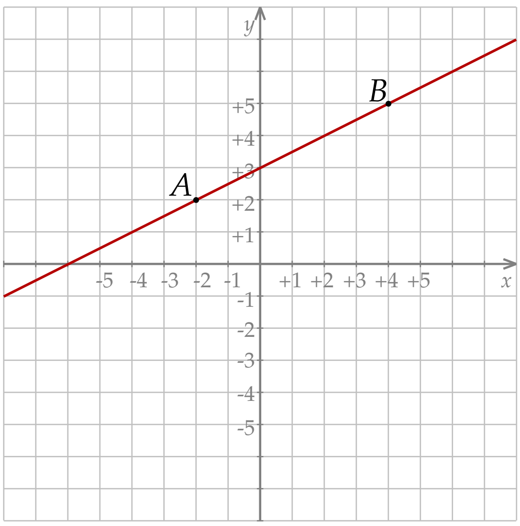
ZADANIE 17 (1 PKT)

Ciągiem geometrycznym o ilorazie $\left(-\frac{1}{2}\right)$ jest ciąg określony wzorem

A) $a_n = -\frac{1}{2} \cdot (-2)^{-n}$ B) $a_n = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-n}$ C) $a_n = -\frac{1}{2} \cdot 2^{-n}$ D) $a_n = -\frac{1}{2^n}$

ZADANIE 18 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiony jest fragment wykresu funkcji liniowej f. Na wykresie tej funkcji leżą punkty $A = (-2, 2)$ i $B = (4, 5)$.



Obrazem prostej AB w symetrii względem początku układu współrzędnych jest wykres funkcji g określonej wzorem

A) $g(x) = \frac{1}{2}x - 3$ B) $g(x) = -\frac{1}{2}x + 3$ C) $g(x) = \frac{1}{2}x + 3$ D) $g(x) = -\frac{1}{2}x - 3$

ZADANIE 19 (1 PKT)

Punkt $P = (-37,58)$, przekształcono najpierw w symetrii względem osi Ox, a potem w symetrii względem osi Oy. W wyniku tych przekształceń otrzymano punkt Q. Zatem

A) $Q = (37,-58)$ B) $Q = (-37,58)$ C) $Q = (58,-37)$ D) $Q = (-58,37)$

ZADANIE 20 (1 PKT)

Suma długości wszystkich krawędzi czworościanu foremnego jest równa 12 cm. Pole powierzchni całkowitej tego czworościanu jest równe

A) $\sqrt{3}$ B) $9\sqrt{3}$ C) $8\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{3}$

ZADANIE 21 (1 PKT)

Liczba różnych wartości parametru a, dla których prosta $ax+y+1=0$ jest prostopadła do prostej $x+ay+1=0$ jest

A) równa 0 B) równa 1 C) równa 2 D) większa od 2

ZADANIE 22 (1 PKT)

Punkt $A=(2,-4)$ jest wierzchołkiem sześciokąta foremnego $ABCDEF$ wpisanego w okrąg o środku $S=(-1,-1)$. Pole tego sześciokąta jest równe

A) $54\sqrt{3}$ B) $9\sqrt{6}$ C) $27\sqrt{3}$ D) $18\sqrt{6}$

ZADANIE 23 (1 PKT)

Dany jest zestaw danych: $12,8,19,x,16,25$, gdzie x jest pewną liczbą całkowitą. Mediana tego zestawu danych nie może być równa

A) 14 B) 17,5 C) 13,5 D) 16,5

ZADANIE 24 (1 PKT)

Liczba 99991 jest liczbą pierwszą. Liczba dzielników naturalnych liczby 99991^{991} jest równa

A) 1982 B) 990 C) 991 D) 992

ZADANIE 25 (1 PKT)

Ze zbioru kolejnych liczb naturalnych $\{21,22,23,\ldots,49,50\}$ losujemy jedną liczbę. Prawdopodobieństwo wylosowania liczby podzielnej przez 6 jest równe

A) $\frac{2}{15}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{5}{29}$ D) $\frac{1}{5}$

Zadanie 26 (2 pkt)

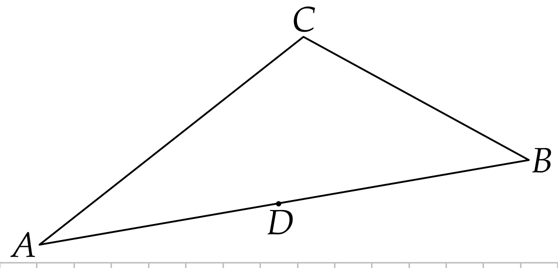
Funkcje $f(x) = 2x - m + 1$ i $g(x) = -9x^2 + 6xm - m^2$ mają wspólne miejsce zerowe. Oblicz m.

Zadanie 27 (2 pkt)

Rozwiąż nierówność $32x + 21 \geqslant 5x^2$.

ZADANIE 28 (2 PKT)

Na boku AB trójkąta ABC wybrano punkt D w ten sposób, że odległości punktów A i B od prostej CD są równe (zobacz rysunek). Wykaż, że trójkąty ADC i BDC mają równe pola.



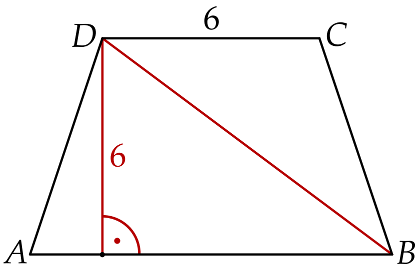
ZADANIE 29 (2 PKT)

Wykaż, że dla każdej liczby $a > 0$ i dla każdej liczby $b > 0$ prawdziwa jest nierówność

$$\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} \geqslant \frac{4}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}.$$

ZADANIE 30 (2 PKT)

W trapezie równoramiennym $ABCD$ krótsza podstawa CD ma długość równą 6 i jest równa wysokości trapezu. Długość dłuższej podstawy AB jest równa długości przekątnej trapezu. Oblicz pole tego trapezu.



ZADANIE 31 (2 PKT)

Punkty $A = (8, -11)$ i $B = (10, 3)$ są końcami cięciwy okręgu o środku S. Napisz równanie prostej prostopadłej do tej tej cięciwy i przechodzącej przez punkt S.

ZADANIE 32 (4 PKT)

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że wylosowana liczba jest podzielna przez 4 oraz ma dwie cyfry nieparzyste.

ZADANIE 33 (4 PKT)

W ciągu geometrycznym $\{a_1, a_2, \ldots, a_9, a_{10}\}$ iloczyn wyrazów o numerach parzystych jest równy -243, a iloczyn wyrazów o numerach nieparzystych jest równy 7776. Wyznacz ostatni wyraz tego ciągu geometrycznego.

ZADANIE 34 (5 PKT)

Długość krawędzi bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCDS$ jest równa 12 (zobacz rysunek). Krawędź boczna tworzy z wysokością tego ostrosłupa kąt α taki, że $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{\sqrt{7}}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.