

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



MATERIAŁ ĆWICZENIOWY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

STYCZEŃ 2014

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera zadania 1 . – 11.
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

**Czas pracy:
180 minut**

Życzymy powodzenia.

**Liczba punktów
do uzyskania: 50**

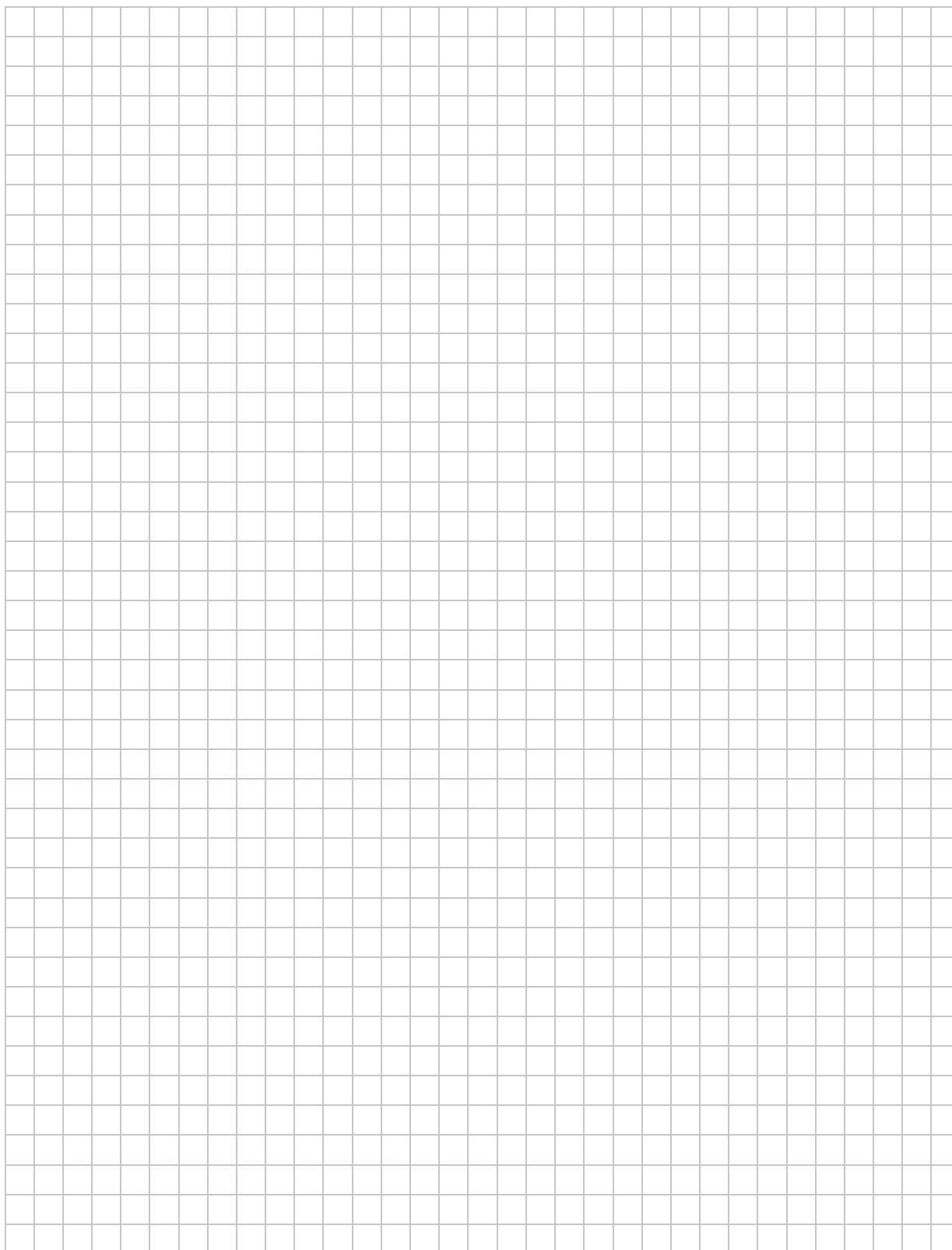
Zadanie 1. (5 pkt)

Udowodnij, że suma sześciąt trzech kolejnych liczb naturalnych jest podzielna przez 9.



Zadanie 2. (4 pkt)

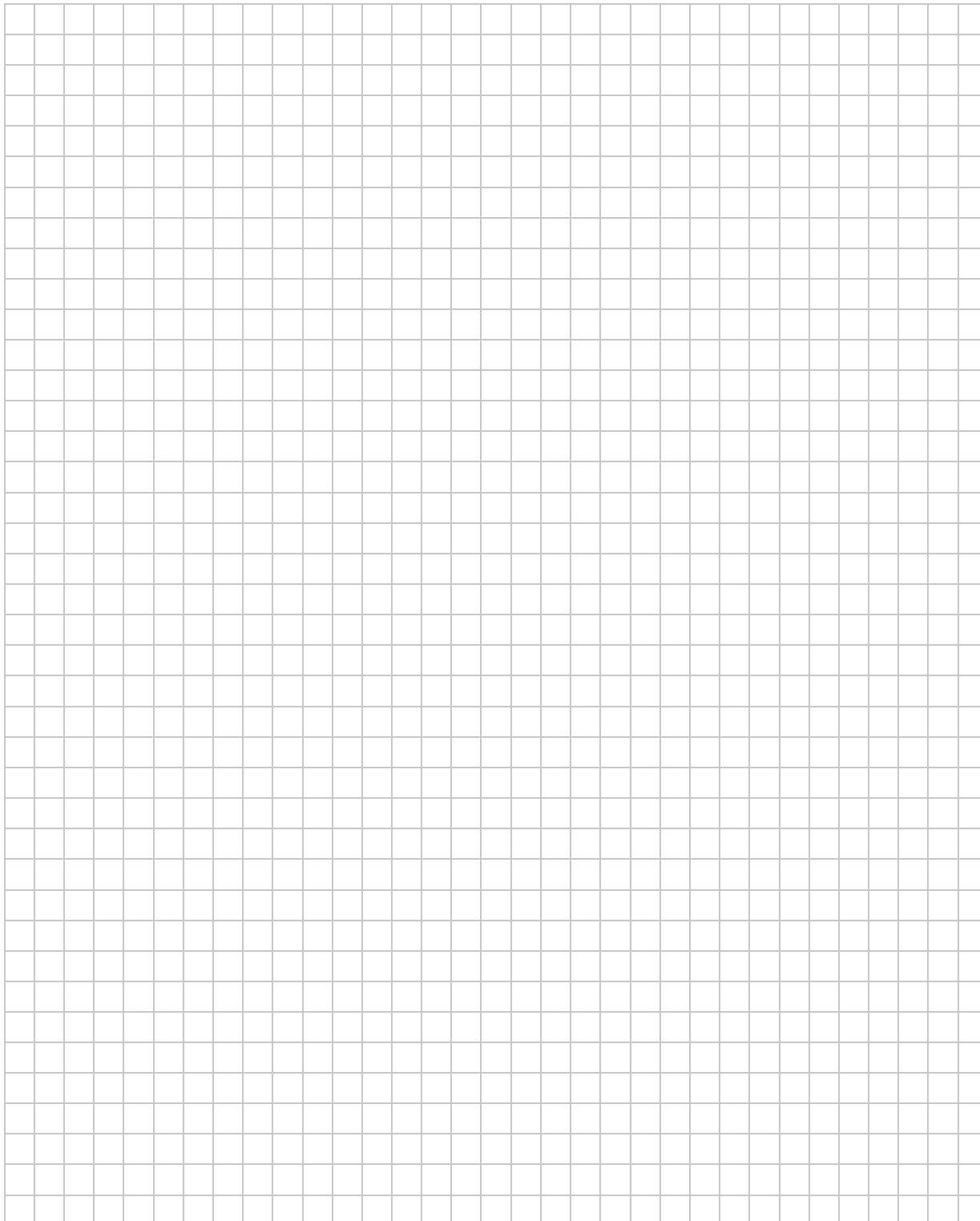
Rozwiąż równanie $||x - 1| - |3 - x|| = 2$.



Odpowiedź:

Zadanie 3. (4 pkt)

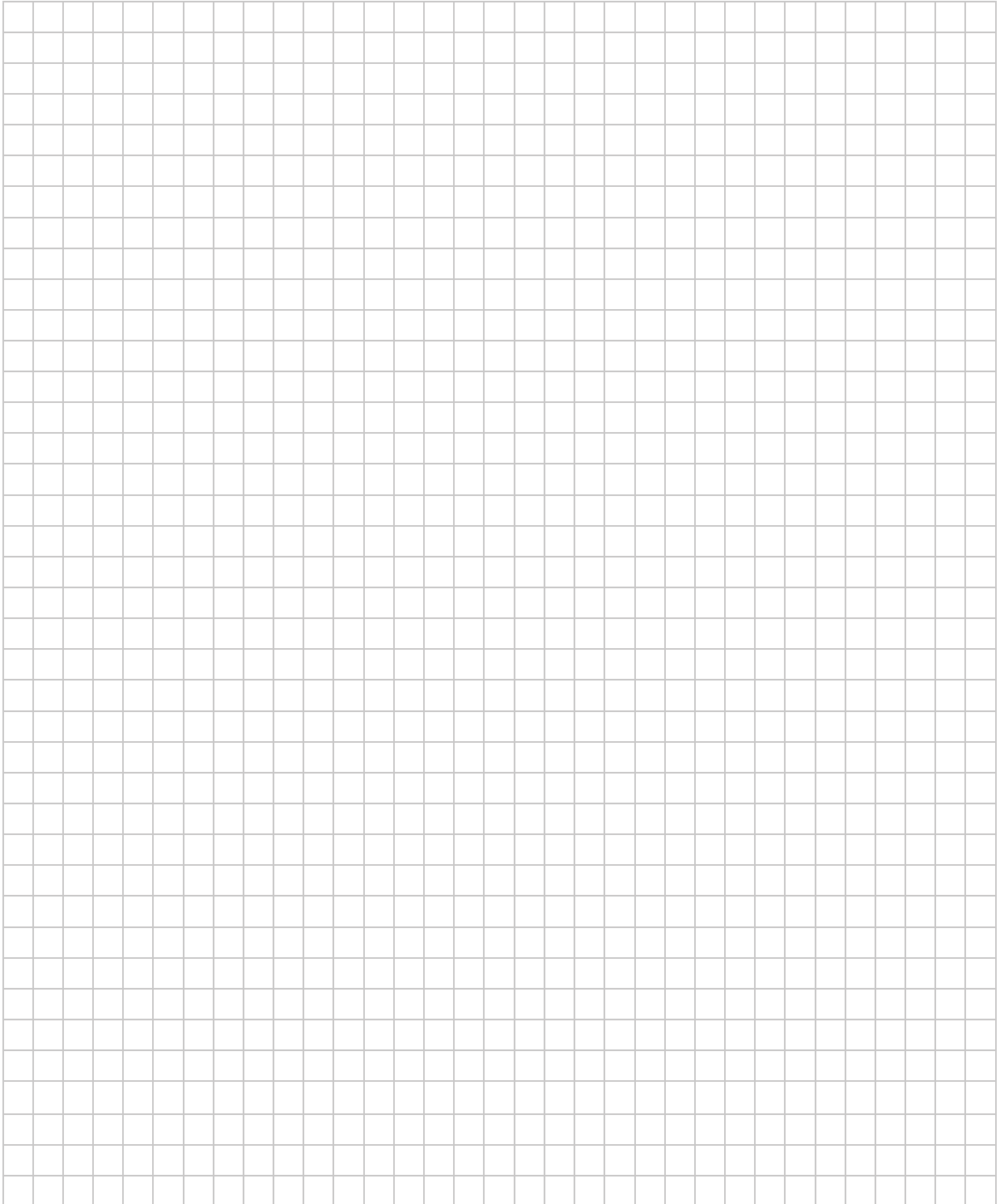
Jednym z pierwiastków wielomianu $W(x) = x^3 + mx^2 + nx + 2$ jest liczba 1. Reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez dwumian $x + 1$ jest równa 4. Oblicz współczynniki m i n .



Odpowiedź:

Zadanie 4. (4 pkt)

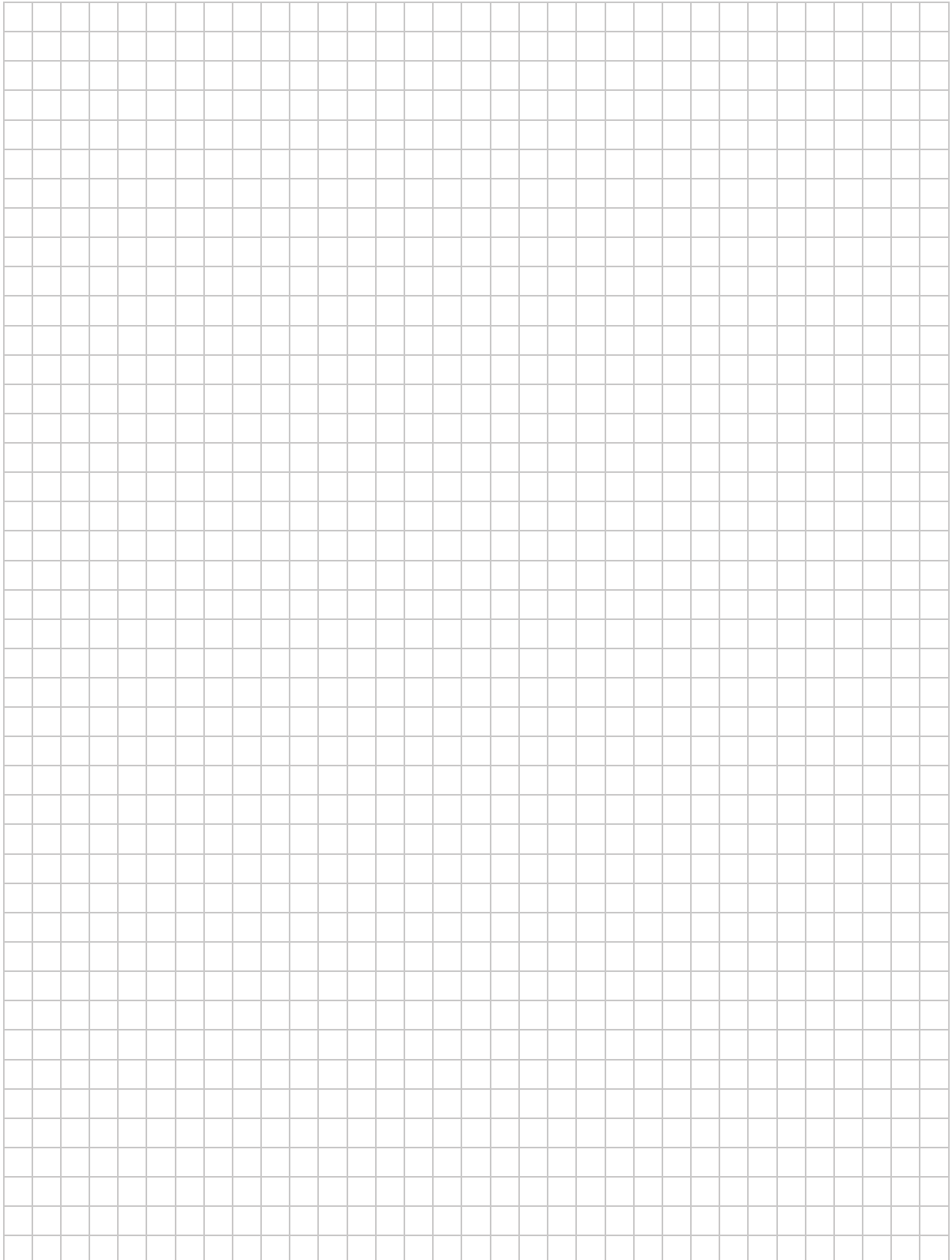
□any jest okrąg o równaniu $x^2 + y^2 - 10x + 4y + 25 = 0$. Napisz równania stycznych do tego okręgu, przechodzących przez początek układu współrzędnych.



Odpowiedź:

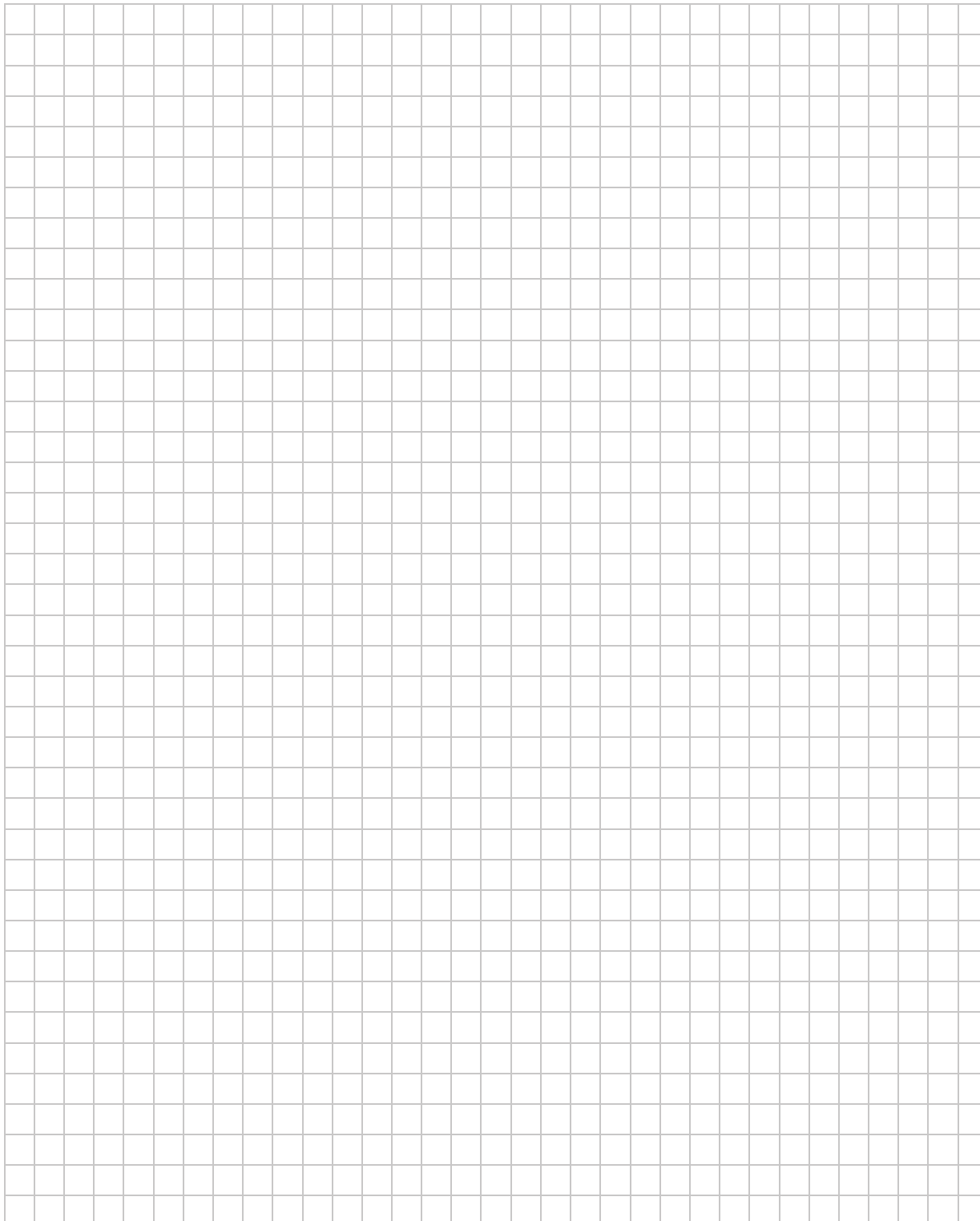
Zadanie 5. (4 pkt)

ykaż, że w trójkącie prostokątnym suma długości obu przyprostokątnych jest równa sumie długości średnic okręgu wpisanego i opisanego na tym trójkącie.



Zadanie 6. (4 pkt)

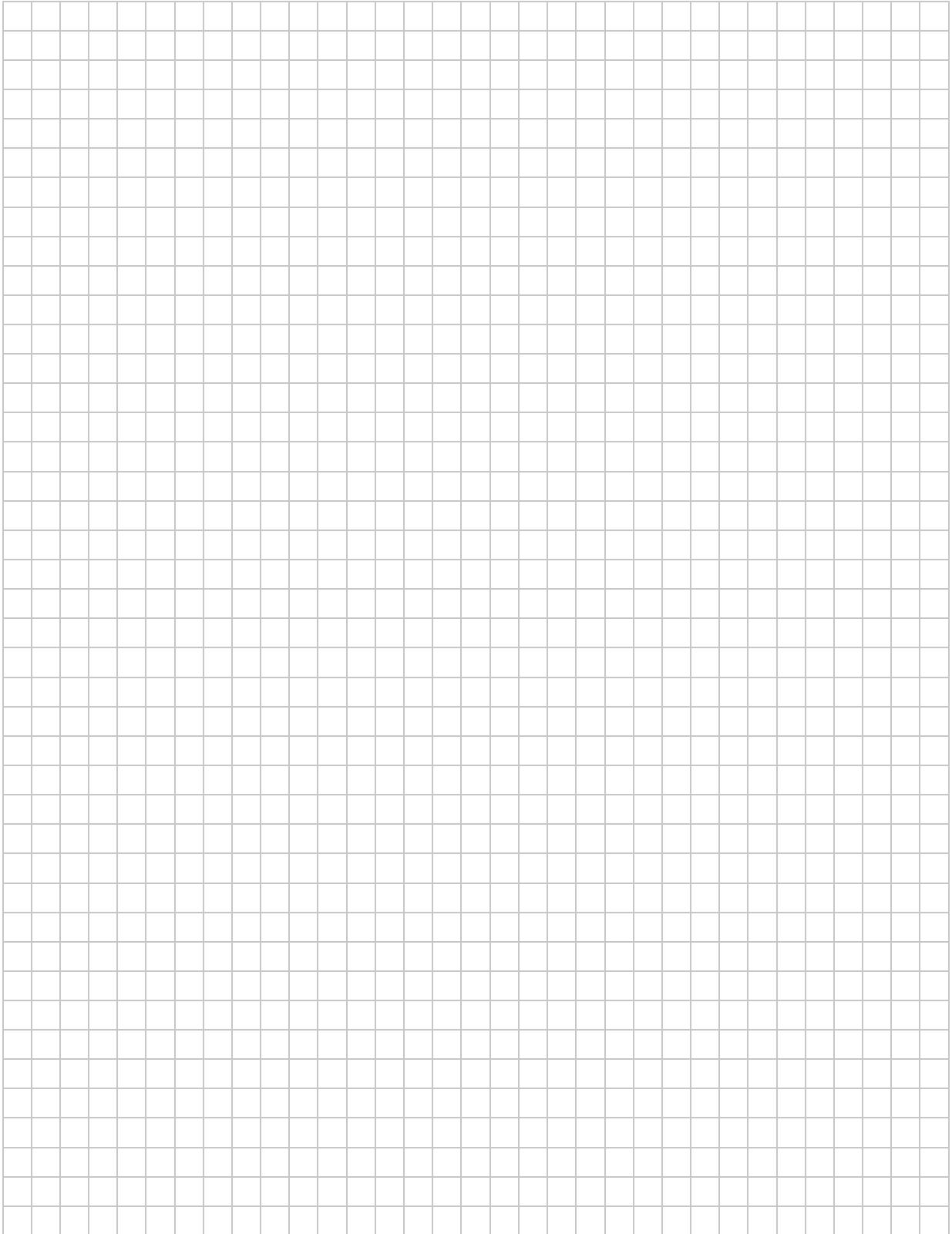
Rozwiąż równanie $\cos^2 x + \sin x \cos^2 x = \frac{1 + \sin x}{4}$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



Odpowiedź:

Zadanie 7. (5 pkt)

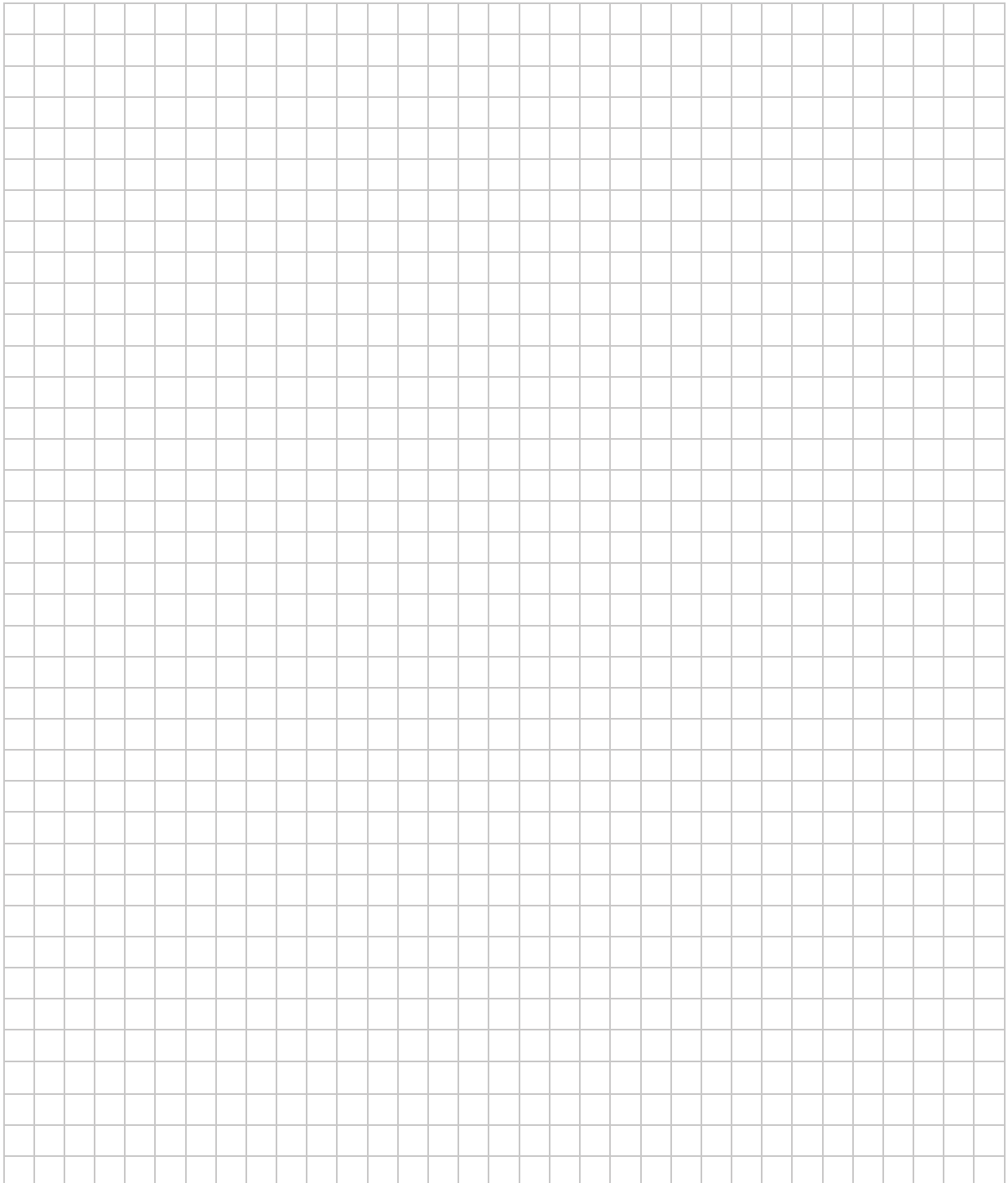
Ciąg liczbowy (a, b, c) jest arytmetyczny i $a + b + c = 36$, natomiast ciąg $(a-2, b+4, c+18)$ jest geometryczny. Oblicz a, b, c .



Odpowiedź:

Zadanie 8. (5 pkt)

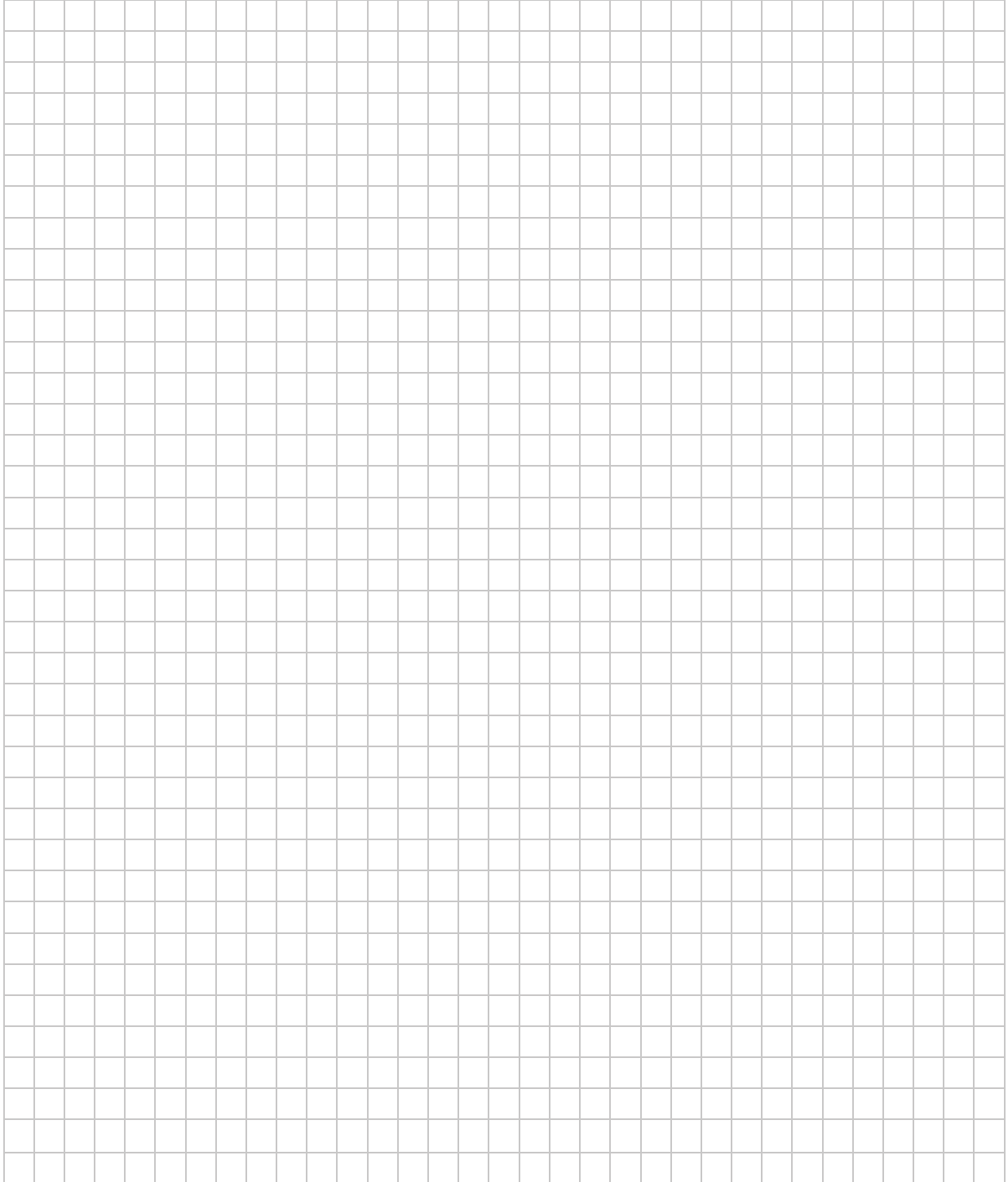
Obwód pewnego trójkąta jest równy 20 cm, a jeden z kątów ma miarę $\frac{\pi}{6}$. Promień okręgu opisanego na tym trójkącie ma długość 6 cm. Wyznacz długości boków trójkąta tak, aby jego pole było największe. Oblicz pole tego trójkąta.



Odpowiedź:

Zadanie 9. (6 pkt)

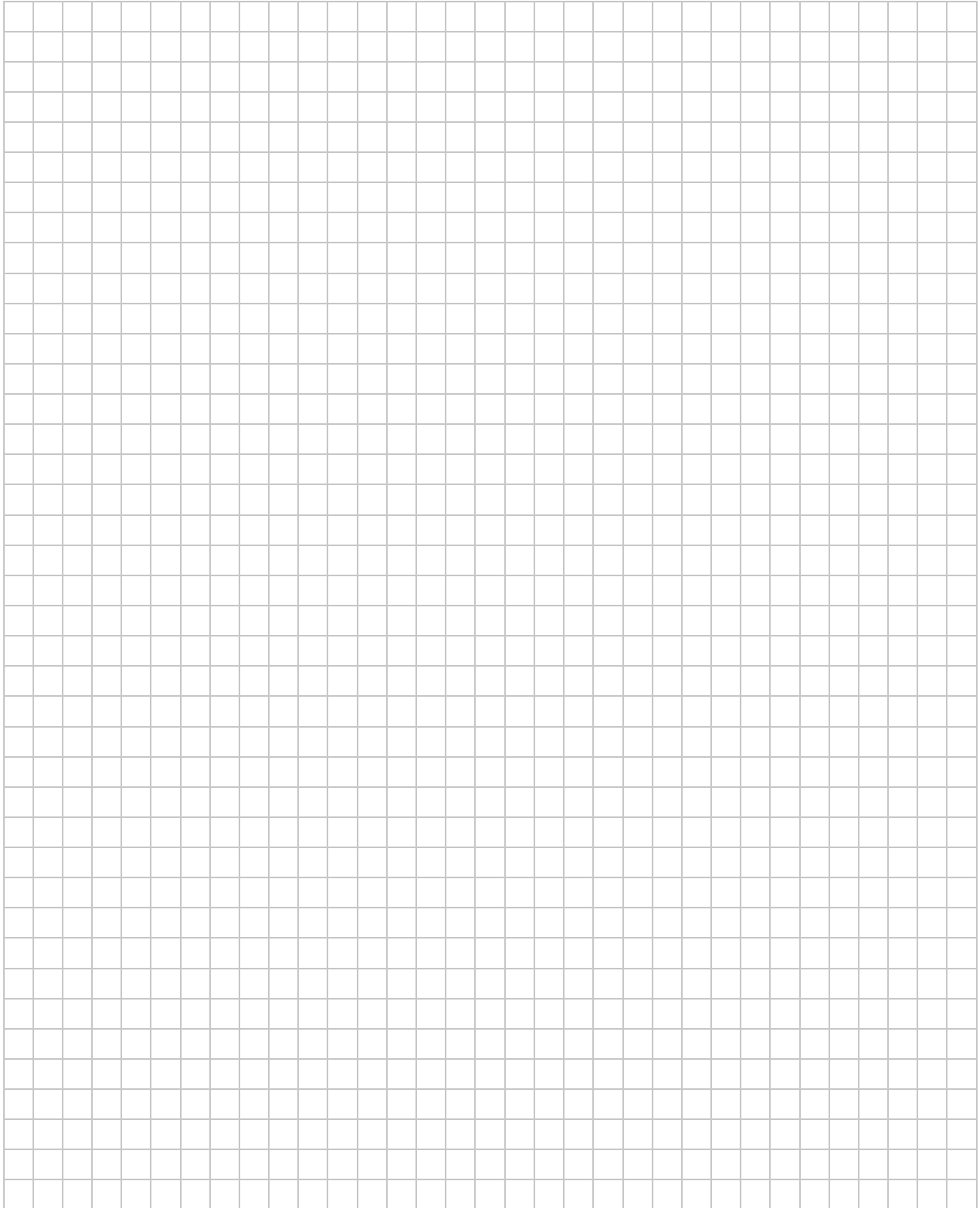
Oblicz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 - (m+2)x + m + 4 = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 takie, że $x_1^3 + x_2^3 = -m^4 + m^3 + 15m^2 - 6m + 12$.



Odpowiedź:

Zadanie 10. (4 pkt)

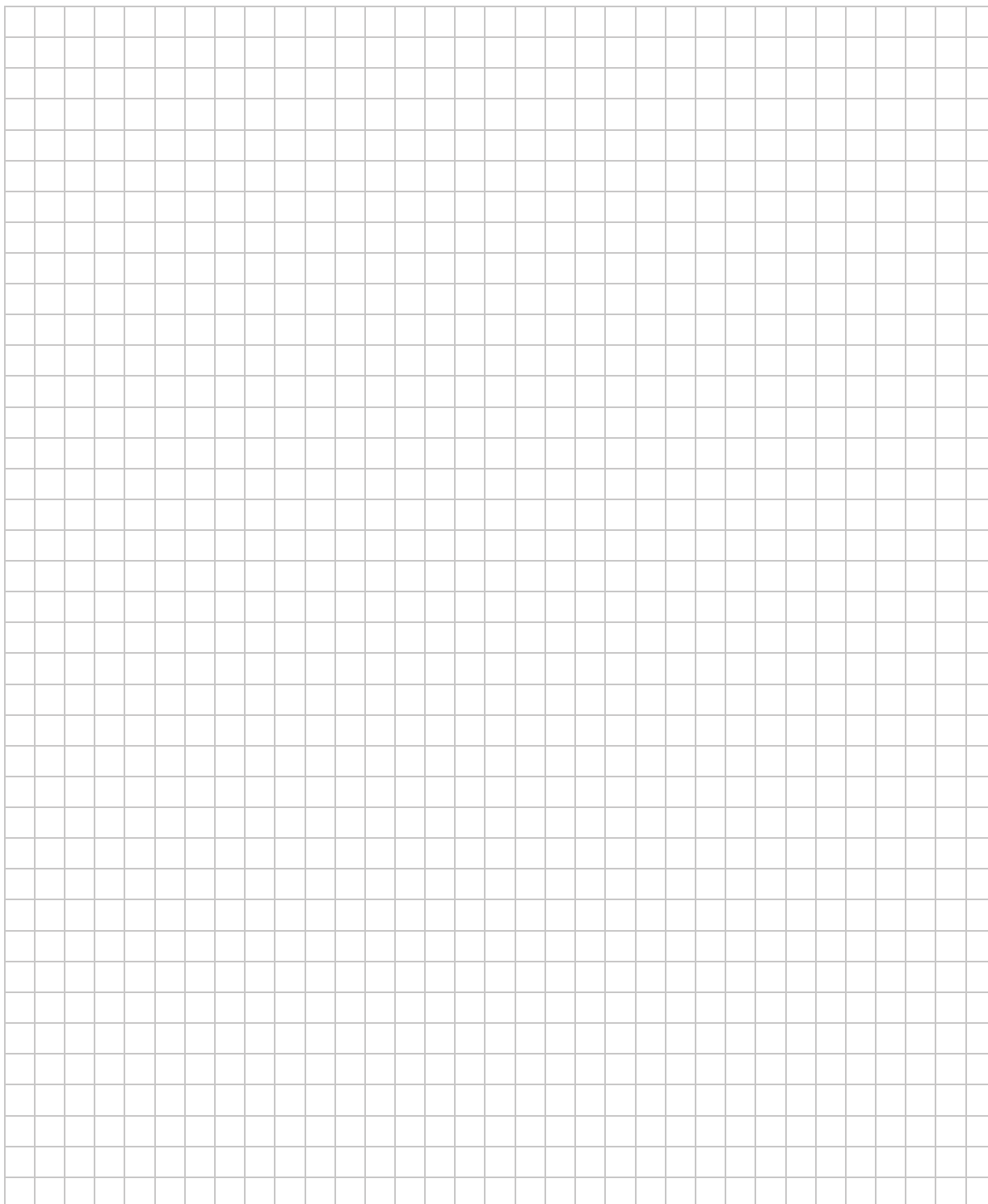
W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym przekątne ścian bocznych, wychodzące z tego samego wierzchołka, mają długość d i tworzą kąt o mierze α . Oblicz objętość tego graniastosłupa.



Odpowiedź:

Zadanie 11. (5 pkt)

Liczba uczniów w klasie jest 812 razy mniejsza od liczby utworzonych z nich uporządkowanych trójek. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania trzech osób, które są zapisane w dzienniku pod numerami pierwszym, drugim i trzecim.



Odpowiedź: