PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

7 MARCA 2015

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba $\frac{6}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}}$ jest równa

A) $2\sqrt[3]{12}-2+\sqrt[3]{4}$ B) $\sqrt[3]{12}-2+\sqrt[3]{4}$ C) $2\sqrt[3]{2}-2+\sqrt[3]{4}$ D) $\sqrt[3]{2}-2+\sqrt[3]{4}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Okrąg o równaniu $(x+3)^2+(y-4)^2=16$ ma dwa punkty wspólne z prostą o równaniu

A) $x=0$ B) $y=0$ C) $y=-x-5$ D) $y=x$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Jeżeli $2^a=3$, $3^b=5$ i $5^c=2$, to iloczyn abc jest równy

A) $\log_2 5$ B) $\log_5 2$ C) 1 D) 2

ZADANIE 4 (1 PKT)

Największa wartość funkcji $f(x)=\sin x+\cos x$ to

A) 1 B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) 2

ZADANIE 5 (1 PKT)

Dane są dwie urny z kulami, w każdej jest 5 kul. W pierwszej urnie są dwie kule białe i 3 kule czarne. W drugiej urnie są 3 kule białe i 2 kule czarne. Rzucamy jeden raz symetryczną sześcienną kostką do gry. Jeśli wypadnie jedno lub dwa oczka, to losujemy jedną kulę z pierwszej urny, natomiast jeśli wypadną co najmniej trzy oczka, to losujemy jedną kulę z drugiej urny. Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe

A) $\frac{8}{15}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{7}{15}$ D) $\frac{3}{5}$

ZADANIE 6 (2 PKT)

Oblicz granicę ciągu $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{2n^2+3n-4}{(3n-2)(n+3)}$.

ZADANIE 7 (2 PKT)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = -x^3$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wyznacz równania prostych stycznych do wykresu funkcji f, które są równoległe do prostej $y = -3x - 5$.

ZADANIE 8 (2 PKT)

Na płaszczyźnie dany jest nieskończony ciąg (T_n), dla $n \geqslant 1$, równoramiennych trójkątów prostokątnych. Pole trójkąta T_{n+2} jest dwa razy mniejsze od pola trójkąta T_n dla $n \geqslant 1$. Uzasadnij, że suma pól trójkątów T_1 i T_2 jest równa sumie pól wszystkich pozostałych trójkątów.

ZADANIE 9 (2 PKT)

Wykres funkcji $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ przesunięto najpierw o wektor $\vec{v}_1 = [2,-6]$, potem o wektor $\vec{v}_2 = [-3,7]$, a na koniec o wektor $\vec{v}_3$. W wyniku tej operacji otrzymano wykres funkcji $g(x) = 5^{4-x} - 3$. Wyznacz współrzędne wektora $\vec{v}_3$.

ZADANIE 10 (3 PKT)

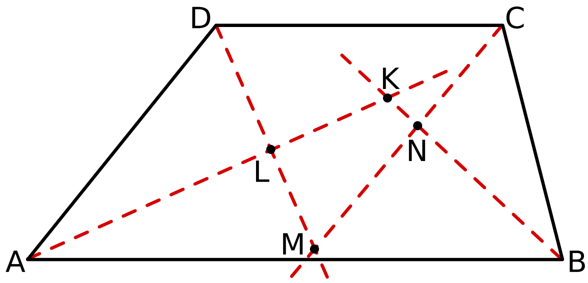
Oblicz sumę szóstych potęg pierwiastków równania $x^2 + x - 1 = 0$.

ZADANIE 11 (3 PKT)

Podstawa trójkąta równoramiennego ma długość 10, a cosinus jednego z jego kątów jest równy $-\frac{1}{49}$. Oblicz pole tego trójkąta.

ZADANIE 12 (3 PKT)

Dwusieczne kątów wewnętrznych trapezu $ABCD$ przecinają się w punktach K, L, M, N (patrz rysunek). Wykaż, że $|MN|^2 - |KL|^2 = |ML|^2 - |KN|^2$.



ZADANIE 13 (3 PKT)

Funkcje f i g są określone wzorami: $f(x) = \frac{4x^8+9x^4+1}{x^4+2}$ i $g(x) = \frac{4x^8+8x^4-1}{x^4+2}$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wykaż, że $f'(x) = g'(x)$.

ZADANIE 14 (4 PKT)

Wyznacz równania prostych stycznych do okręgu o równaniu $(x+5)^2+(y-3)^2 = 25$ równoległych do prostej o równaniu $3x+4y-12=0$.

ZADANIE 15 (4 PKT)

Wykaż, że dla dowolnej liczby rzeczywistej x spełniona jest nierówność

$$\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 > 3x^2 - 16.$$

ZADANIE 16 (5 PKT)

Wykaż, że $\cos\frac{\pi}{9}\cos\frac{2\pi}{9}\cos\frac{4\pi}{9}=\frac{1}{8}$.

ZADANIE 17 (5 PKT)

Środki ścian czworościanu foremnego T_1 są wierzchołkami czworościanu T_2. Oblicz stosunek objętości czworościanów T_1 i T_2.

ZADANIE 18 (7 PKT)

Oblicz prawdopodobieństwo warunkowe, że w czterokrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry otrzymamy co najmniej dwie „dwójki”, pod warunkiem że otrzymamy co najmniej jedną „piątkę”.