PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

2 MARCA 2019

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Dane są liczby $a = \frac{\sqrt[4]{b}}{b^3}$, $b = \frac{\sqrt[3]{d}}{c}$, $b = \left(\sqrt{\frac{2}{\sqrt[3]{2}}}\right)^{-\frac{1}{3}}$, $d = \frac{1}{\sqrt[3]{c}}$. Zatem

A) $d = 2^{-\frac{10}{27}}$ B) $d = 2^{-\frac{1}{30}}$ C) $d = 2^{-\frac{1}{27}}$ D) $d = 2^{\frac{10}{9}}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Okrąg o równaniu $(x+5)^2 + (y-4)^2 = 576$ jest styczny do okręgu o środku $S = (4,16)$ i promieniu r. Wynika stąd, że

A) $r = 5$ B) $r = 9$ C) $r = 10$ D) $r = 12$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Liczba $|4 - \log_3 140| + |4 - \log_3 70|$ jest równa

A) $\log_3 70$ B) $\log_3 \frac{1}{2}$ C) $\log_3 2$ D) $8 - \log_3 9800$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Rozwiązaniem nierówności $\frac{1}{x^2} > 1$ jest zbiór

A) $(-1,1)$ B) $(-\infty,-1) \cup (1,+\infty)$ C) $(-1,0) \cup (0,1)$ D) $(-\infty,0) \cup (1,+\infty)$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Granica $\lim\limits_{x\to 0} \frac{(x^2-1)^3}{(3x-x^3)^2}$

A) jest równa $+\infty$ B) nie istnieje C) jest liczbą rzeczywistą D) jest równa $-\infty$

ZADANIE 6 (2 PKT)

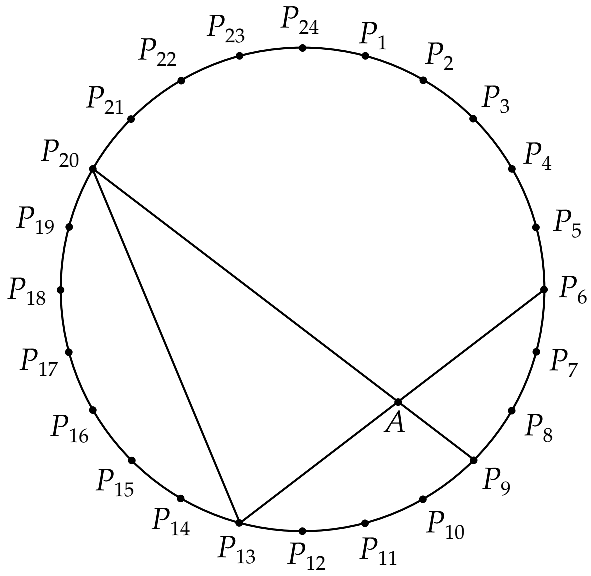
Punkt $A = (6, -4)$ jest środkiem symetrii wykresu funkcji homograficznej określonej wzorem $f(x) = \frac{ax+3}{x+d}$, gdy $x \neq -d$. Oblicz iloraz $\frac{d}{a}$.

ZADANIE 7 (2 PKT)

Napisz równanie stycznej do wykresu funkcji $y = \frac{3-2x^3}{(2-3x)^2}$ w punkcie $x_0 = 1$.

Zadanie 8 (3 pkt)

Punkty $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{23}, P_{24}$ dzielą okrąg na 24 równe łuki (zobacz rysunek). Punkt A jest punktem przecięcia cięciw P_9P_{20} i P_6P_{13}.



Udowodnij, że trójkąt $AP_{20}P_{13}$ jest równoramienny.

ZADANIE 9 (3 PKT)

O zdarzeniach losowych A, B wiadomo, że: $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B') = \frac{2}{5}$ i $P(A \cap B') = \frac{1}{4}$. Oblicz prawdopodobieństwo warunkowe $P(A|B)$.

ZADANIE 10 (3 PKT)

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = 4 - 3\cos^2 2x + 2\sin^2 2x$ dla $x \in \mathbb{R}$.

ZADANIE 11 (3 PKT)

Punkty $P=(-3,-9)$, $Q=(8,4)$ i $R=(-12,-4)$ są środkami odpowiednio boków AB, BC i DA równoległoboku $ABCD$. Wyznacz współrzędne wierzchołka A tego równoległoboku.

ZADANIE 12 (4 PKT)

Czterdzieści osób usadzono w sposób losowy przy czterech dziesięcioosobowych okrągłych stołach. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że trzy ustalone wcześniej osoby siedzą na trzech sąsiednich miejscach.

ZADANIE 13 (4 PKT)

Wyrazy ciągu geometrycznego (a_n), określonego dla $n \geqslant 1$, spełniają układ równań

$$\begin{cases} a_2 + a_7 = 2904 \\ a_3 + a_8 = -8712 \end{cases}$$

Wyznacz liczbę n początkowych wyrazów tego ciągu, których suma S_n jest równa 177148.

ZADANIE 14 (4 PKT)

Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność

$$x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 8 \geqslant 0.$$

ZADANIE 15 (4 PKT)

Punkt D jest środkiem boku AB trójkąta ABC oraz $|CD| = |BC| = a$, $|\measuredangle BAC| = \frac{\pi}{3}$. Oblicz długości boków AB i AC trójkąta ABC.

ZADANIE 16 (6 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie

$$x^2 + 6mx + (2m-1)(4m+1) = 0$$

ma dwa różne rozwiązania x_1, x_2 spełniające warunki: $x_1 \cdot x_2 \neq 0$ oraz $0 > \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \geqslant -\frac{6}{5}$.

ZADANIE 17 (7 PKT)

Spodek wysokości ostrosłupa $ABCDS$ pokrywa się ze środkiem rombu $ABCD$ w jego podstawie oraz $|BD| = 2|AC|$, $|AS|^2 + |AD|^2 = 4$. Oblicz objętość ostrosłupa $ABCDS$ jeżeli wiadomo, że pole trójkąta BDS jest największe możliwe.