

Arkusz II

Zadanie 10.

(4 pkt)

Wyznacz zbiór punktów x osi liczbowej takich, że suma ich odległości od punktów 1 i 3 jest mniejsza od 4.

Zadanie 11.

(6 pkt)

Wyznacz wszystkie wartości parametru $\alpha \in \langle 0; 2\pi \rangle$, dla których układ równań

$$\begin{cases} x \cos \alpha - y(\sin \alpha - 1) = 0 \\ x + y \cos \alpha = 1 \end{cases}$$

z niewiadomymi x i y , nie ma rozwiązania.

Zadanie 12.**(5 pkt)**

Odległość między dwiema stacjami kolejowymi jest równa 48 km. Pociąg ekspresowy przebywa tę trasę w czasie o 6 minut krótszym niż pociąg pospieszny. Średnia prędkość pociągu ekspresowego jest o 16 km/h większa od średniej prędkości pociągu pospiesznego. Oblicz średnie prędkości obu pociągów na tej trasie w km/h.

Zadanie 13.**(9 pkt)**

Punkt $A = (4,3)$ należy do okręgu o , który jest styczny do prostej l o równaniu $y - 1 = 0$ w punkcie $B = (2,1)$.

a) Napisz równanie okręgu o .

b) Napisz równania tych stycznych do okręgu o , do których należy punkt $C = (0,0)$.

Narysuj rysunek pomocniczy.

Zadanie 14.**(4 pkt)**

Dwa boki trójkąta mają długości 8 cm i 12 cm. Miara kąta między tymi bokami jest równa 120° . Oblicz promień okręgu opisanego na tym trójkącie.

Zadanie 15.**(6 pkt)**

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 + (3 - m^2)|x| + m^2 + m - 2 = 0$ ma dokładnie trzy rozwiązania.

Zadanie 16.**(5 pkt)**

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których wielomian $W(x) = x^3 - mx + m - 1$ ma trzy różne pierwiastki.

Zadanie 17.**(4 pkt)**

Wykaż, że jeżeli ciąg (a_n) jest nieskończonym ciągiem arytmetycznym, to ciąg (b_n) o wyrazie ogólnym określonym wzorem $b_n = a_n + 2a_{n+1} + 4a_{n+2}$ też jest ciągiem arytmetycznym.

Zadanie 18.**(7 pkt)**

a) Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$, dla których ciąg geometryczny

$1, \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \sin x\right), \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \sin x\right)^2, \dots$ jest zbieżny.

b) Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste $x \in \langle 0; 2\pi \rangle$ spełniające równanie

$1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \sin x + \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \sin x\right)^2 + \dots = \frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$, w którym lewa strona jest sumą szeregu geometrycznego.