

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

ZADANIA.INFO

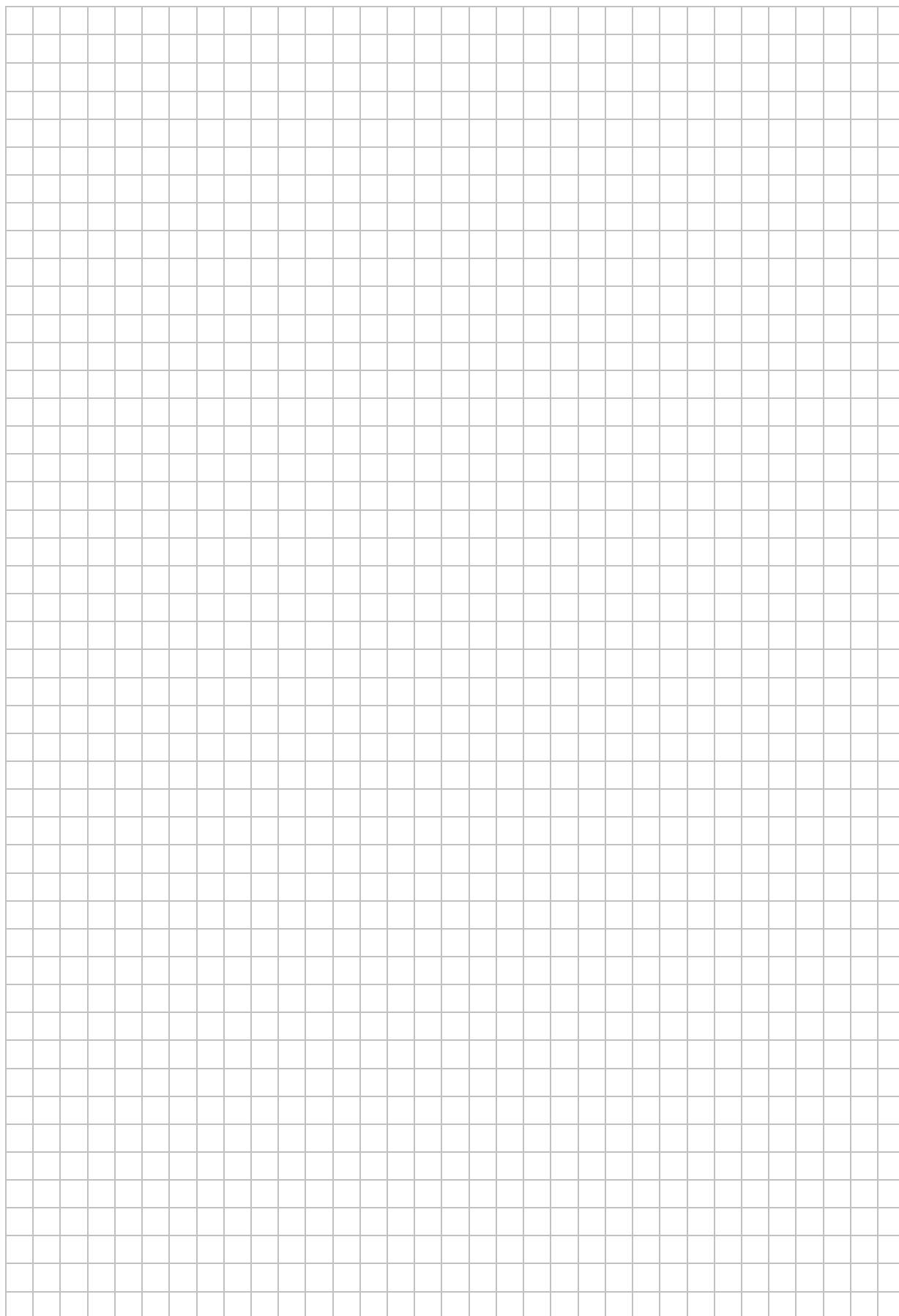
POZIOM ROZSZERZONY

22 KWIETNIA 2023

CZAS PRACY: 180 MINUT

ZADANIE 1 (3 PKT)

Rozwiąż równanie $|5 - x| - |3x| + 13 = 0$.

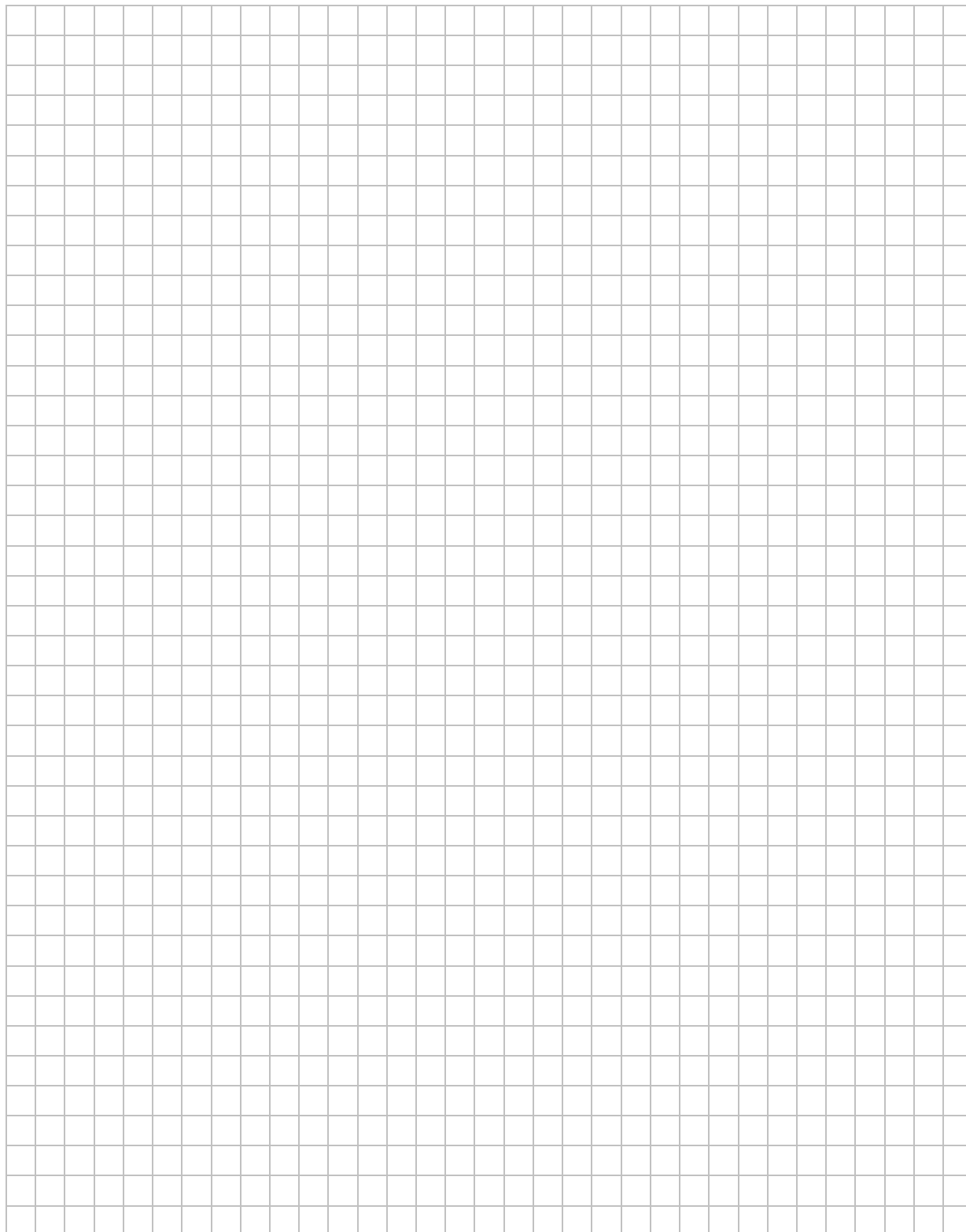


ZADANIE 2 (4 PKT)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n) , określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma trzech początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa 26, a suma S wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 27. Wyznacz wszystkie wartości n , dla których spełniona jest nierówność

$$\left| \frac{S - S_n}{S_n} \right| < 0,0001,$$

gdzie S_n oznacza sumę n początkowych wyrazów ciągu (a_n) .

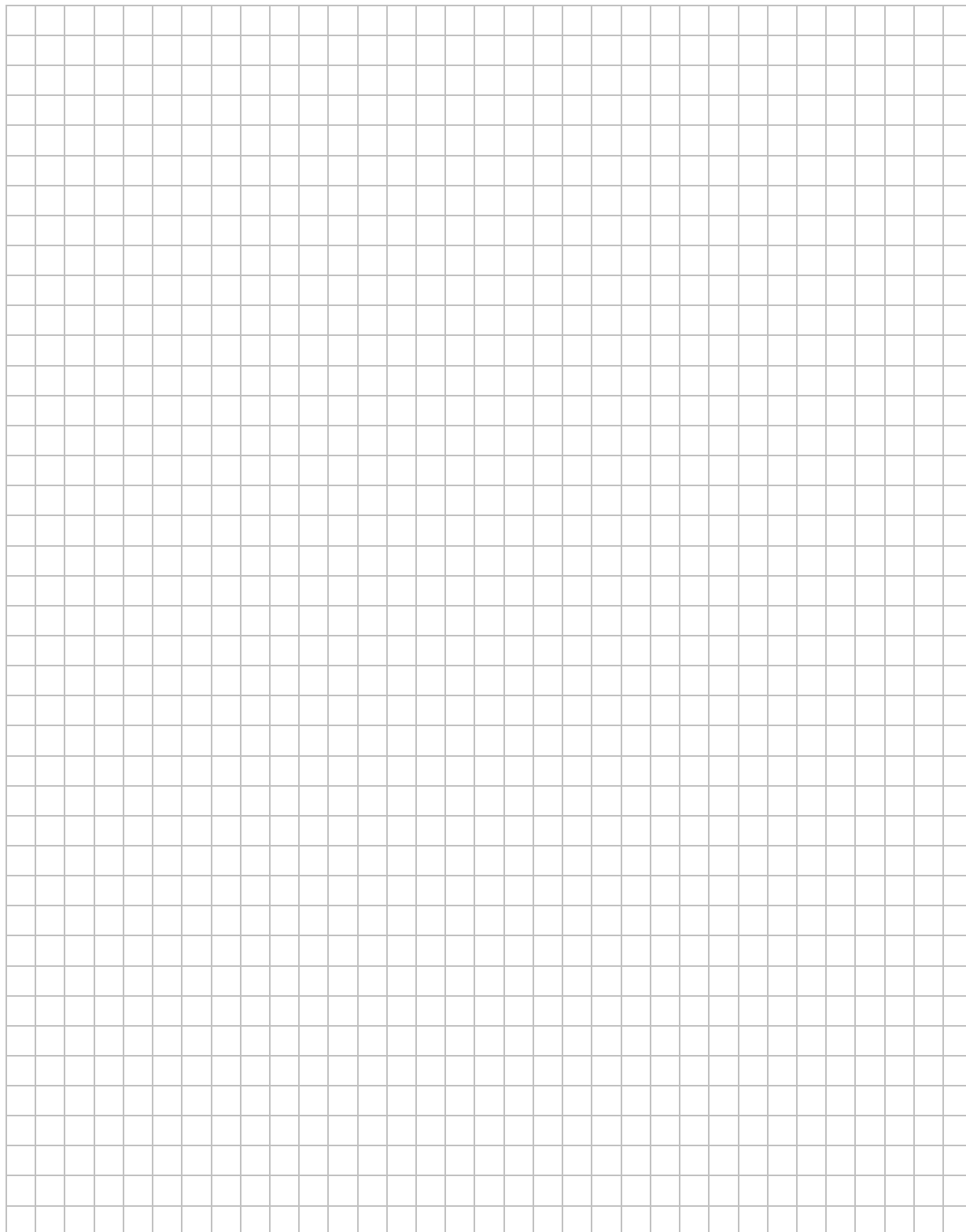


Informacja do zadań 3.1 i 3.2

Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = x^2 - 2(k+7)x - k - 7$ określona dla dowolnego $x \in \mathbb{R}$.

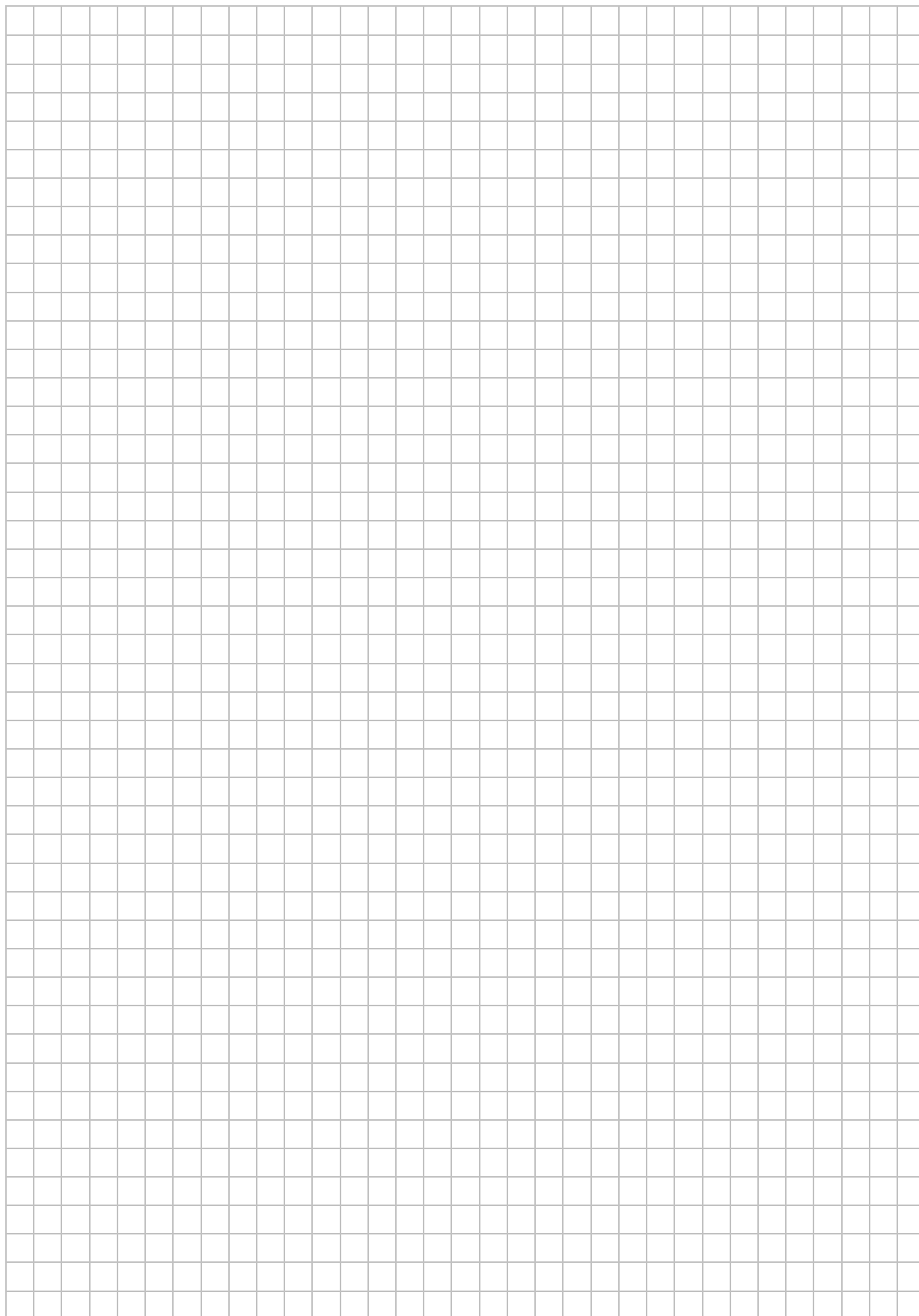
ZADANIE 3.1 (2 PKT)

Wykaż, że jeżeli funkcja f ma dwa różne miejsca zerowe: x_1 i x_2 , to miejscami zerowymi funkcji $g(x) = x^2 + 2x - \frac{1}{k+7}$, określonej dla $x \in \mathbb{R}$, są liczby $\frac{1}{x_1}$ i $\frac{1}{x_2}$.



ZADANIE 3.2 (5 PKT)

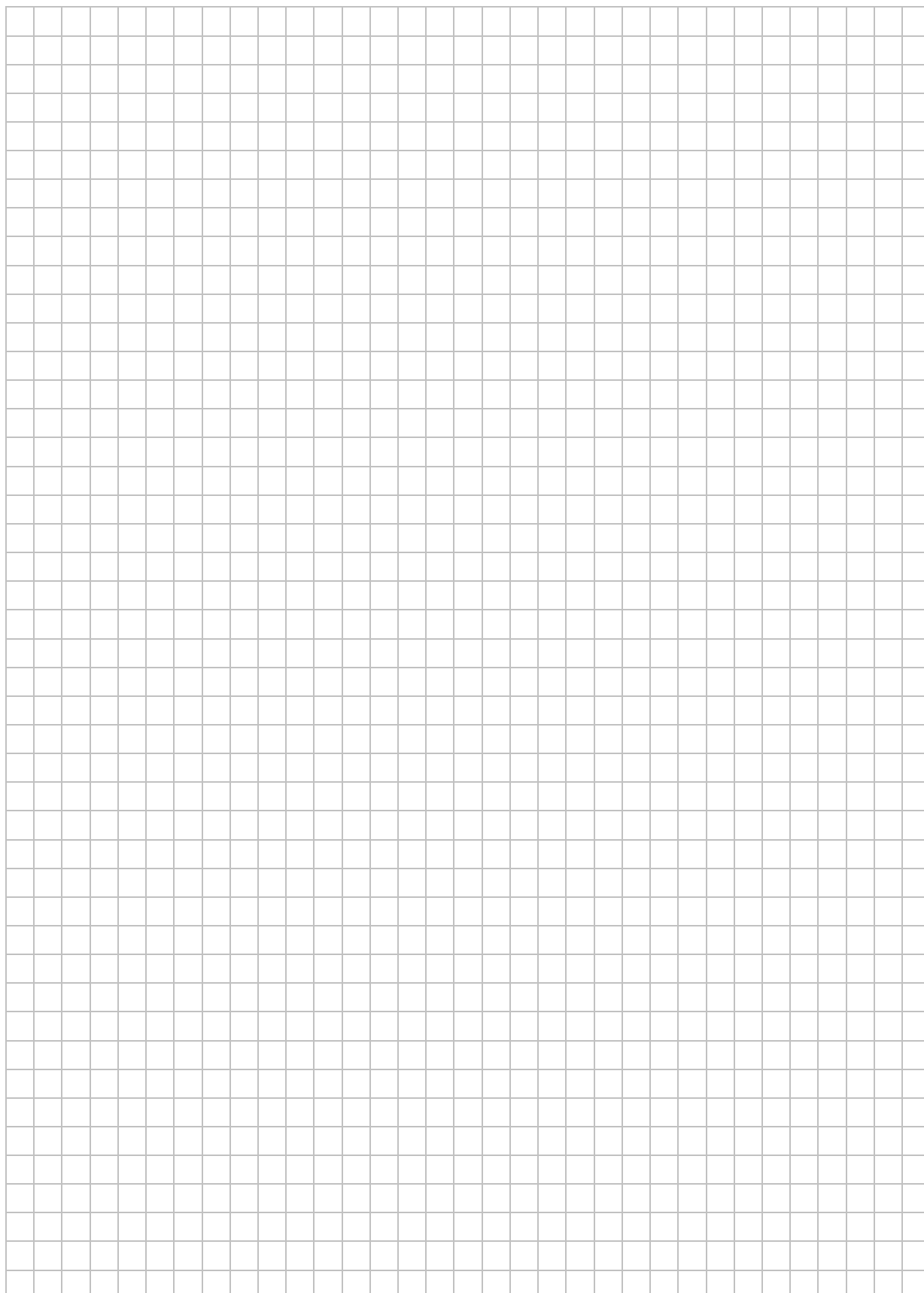
Wyznacz wszystkie wartości parametru k , dla których funkcja $y = f(x)$ ma dwa różne miejsca zerowe należące do przedziału $(-3, 1)$.



ZADANIE 4 (3 PKT)

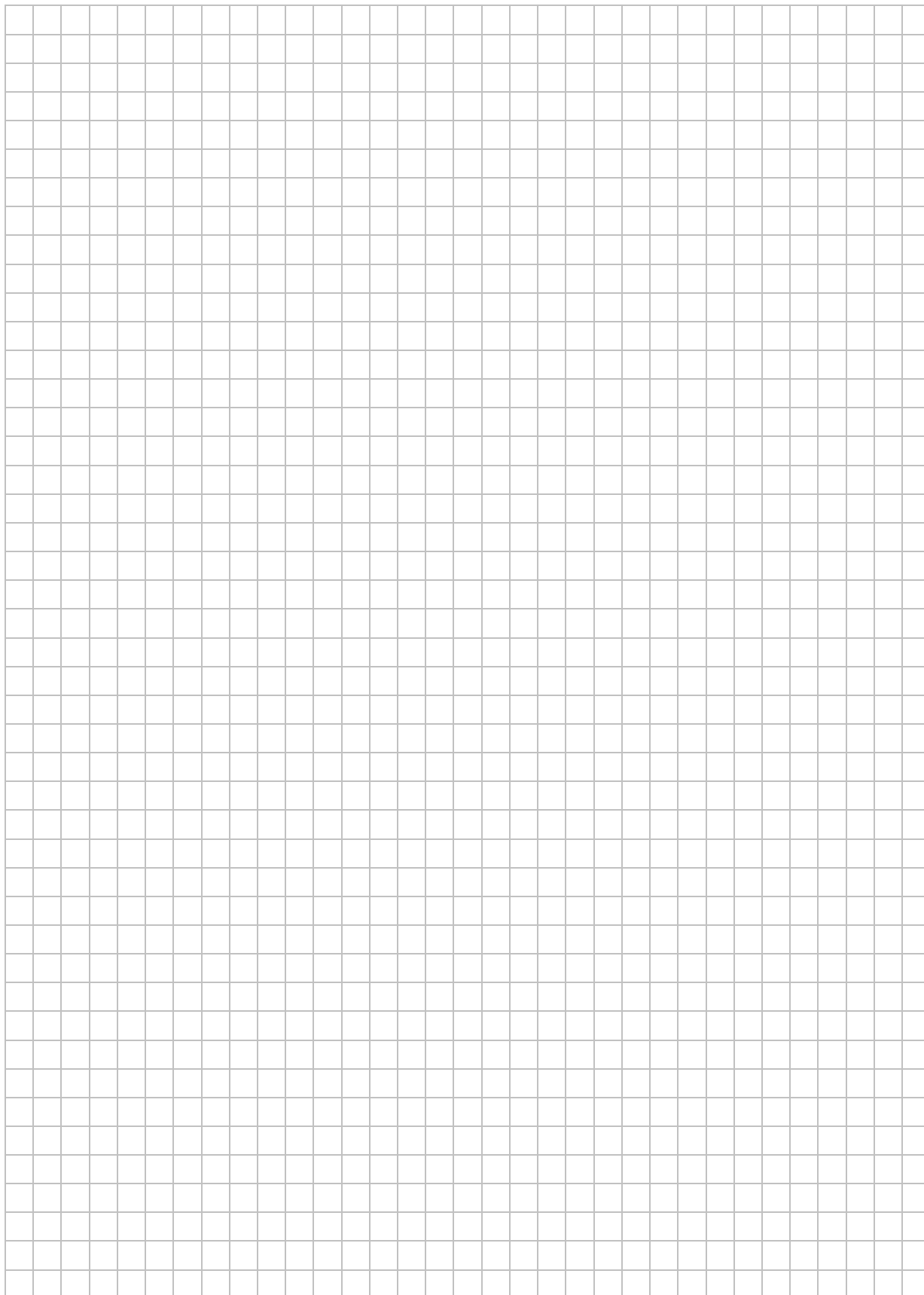
Oblicz granicę

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{9x^3 + 6x^2 + 6x + 4}{18x^3 + 12x^2 - 3x - 2}$$



ZADANIE 5 (5 PKT)

Dany jest wielomian $W(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$. Rozwiązaniem nierówności $W(x) > 0$ jest zbiór $(-1, -\frac{1}{2}) \cup (3, +\infty)$. Wyznacz resztę z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez dwumian $3 - 2x$.

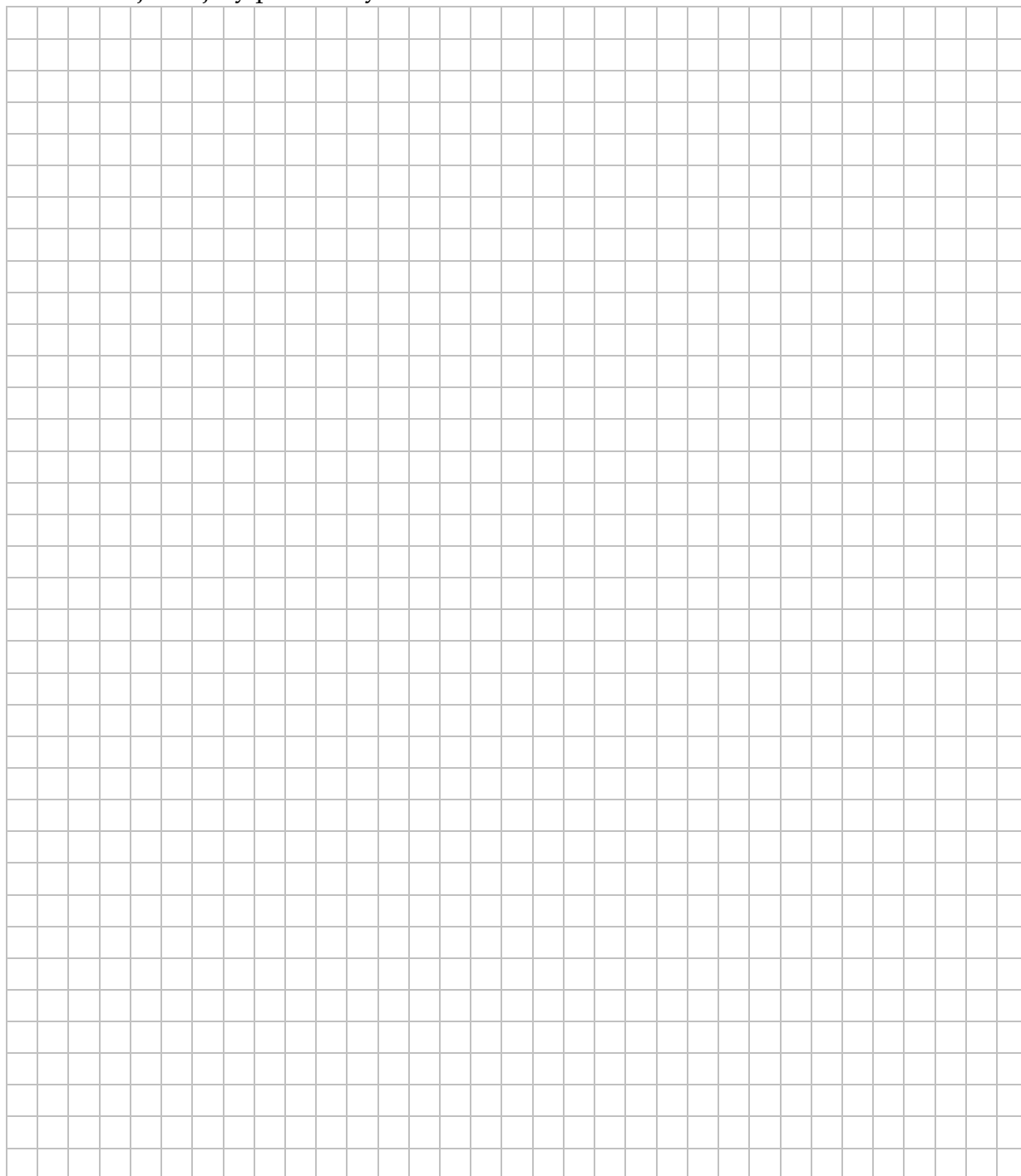


ZADANIE 6 (5 PKT)

Linia produkcyjna w fabryce elektroniki wytwarza jeden rodzaj kart graficznych. Aby produkcja była opłacalna, dzienna wielkość produkcji musi wynosić co najmniej 576 kart i nie może przekroczyć 620 kart (ze względu na ograniczone moce produkcyjne). Przy poziomie produkcji $(576 + x)$ kart graficznych dziennie przeciętny koszt K (w złotych) wytworzenia jednej karty jest równy

$$K(x) = \frac{23x^2 - 103,5x + 424764}{576 + x}, \quad \text{gdzie } x \in [0, 44]$$

Oblicz, ile kart graficznych powinna wytwarzać dziennie ta linia produkcyjna, aby przeciętny koszt produkcji jednej karty był najmniejszy (z zachowaniem opłacalności produkcji). Oblicz ten najmniejszy przeciętny koszt.

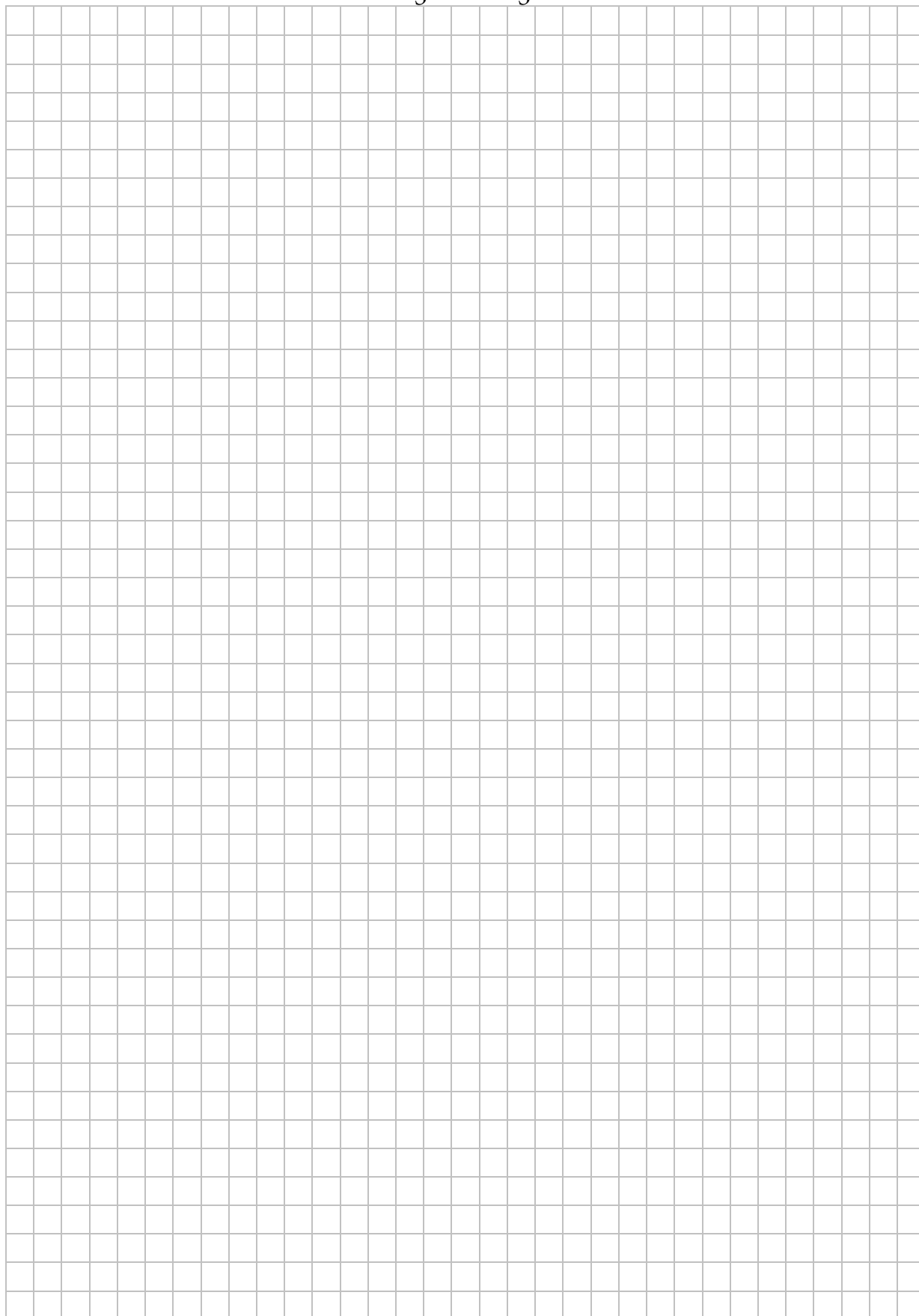




ZADANIE 7 (4 PKT)

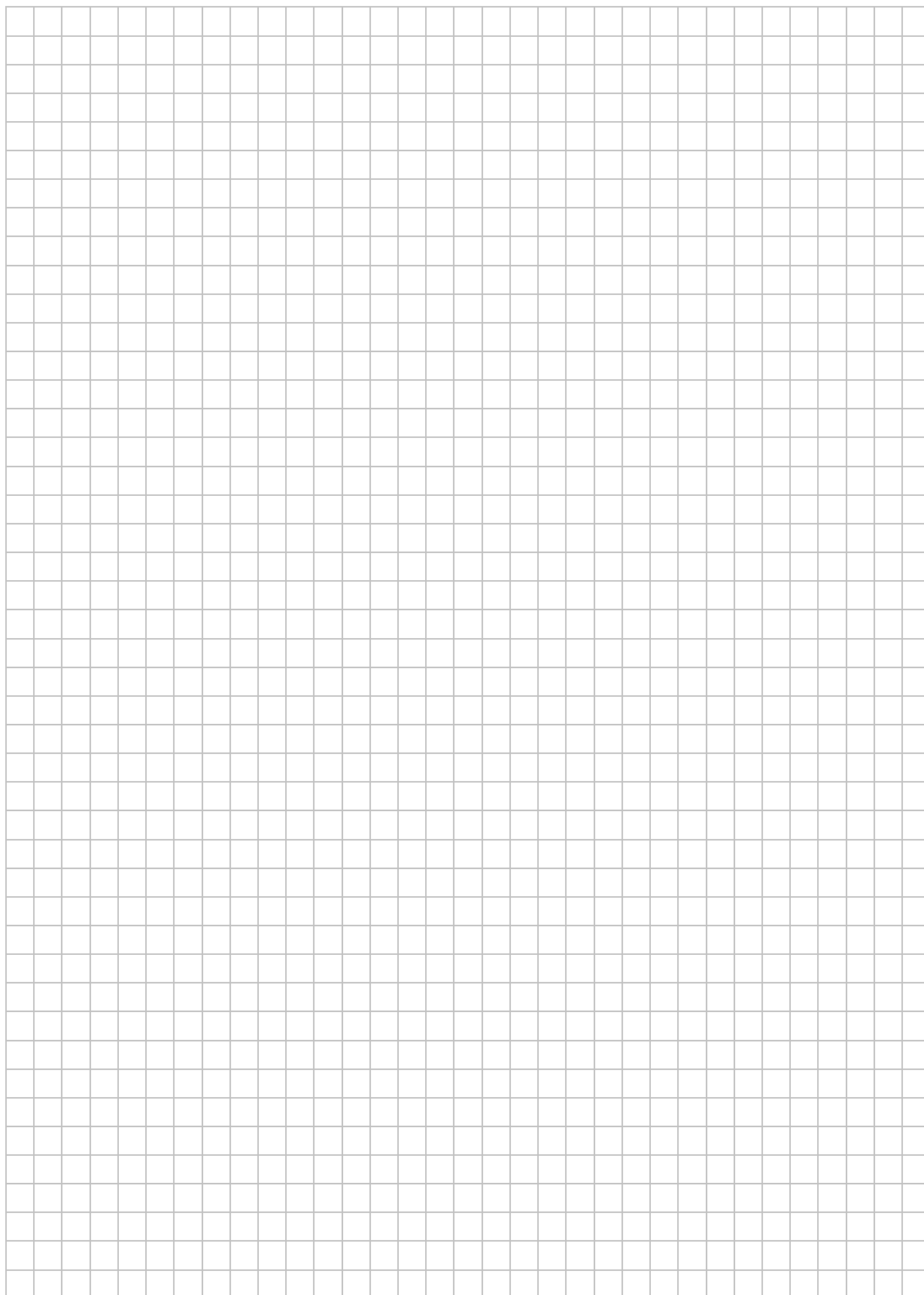
Rozwiąż równanie

$$\frac{\sin x}{3} = \sin \frac{x}{3}.$$



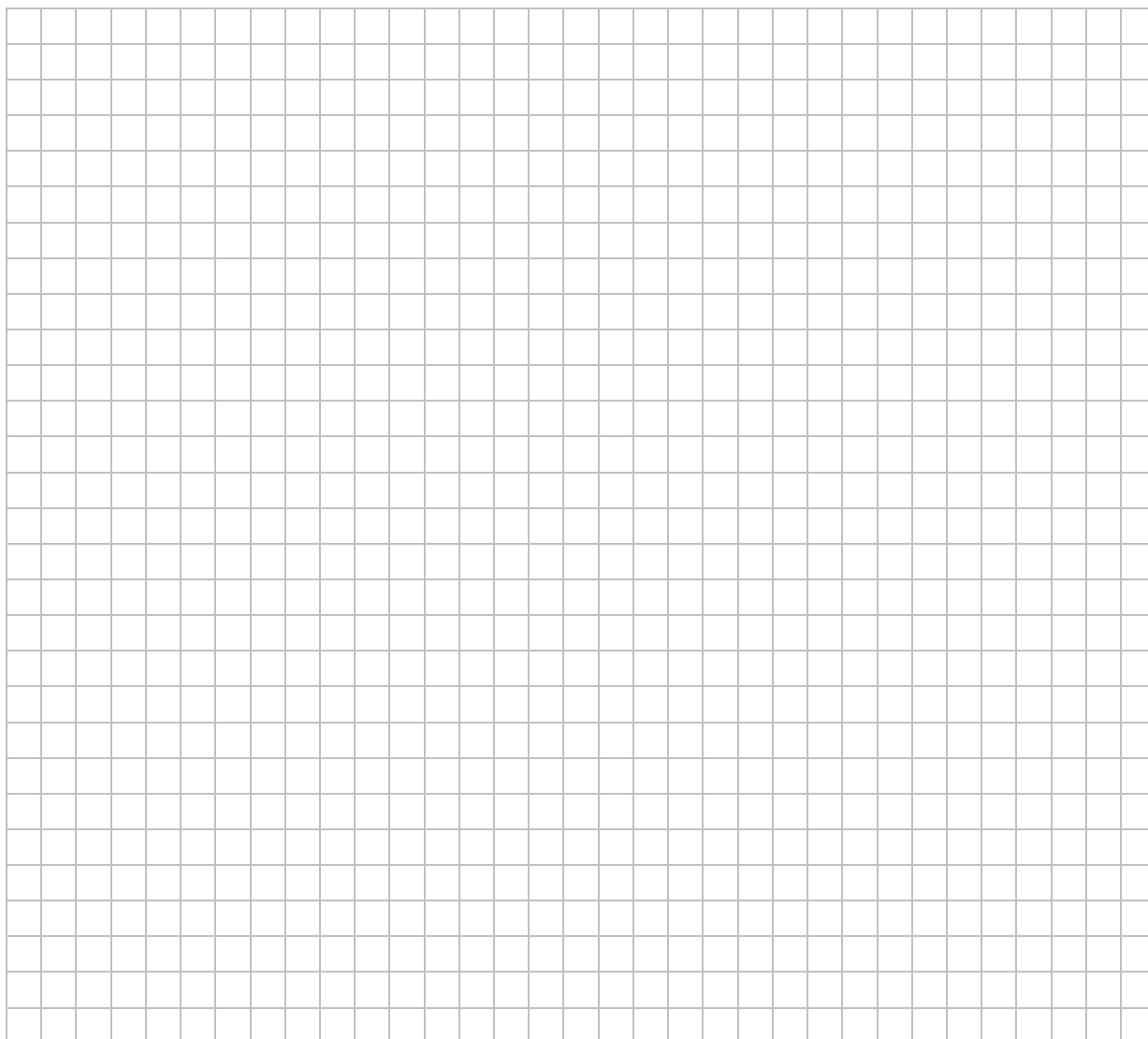
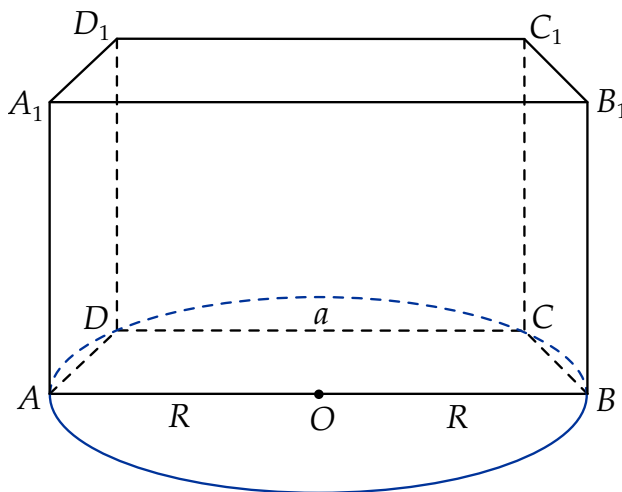
ZADANIE 8 (4 PKT)

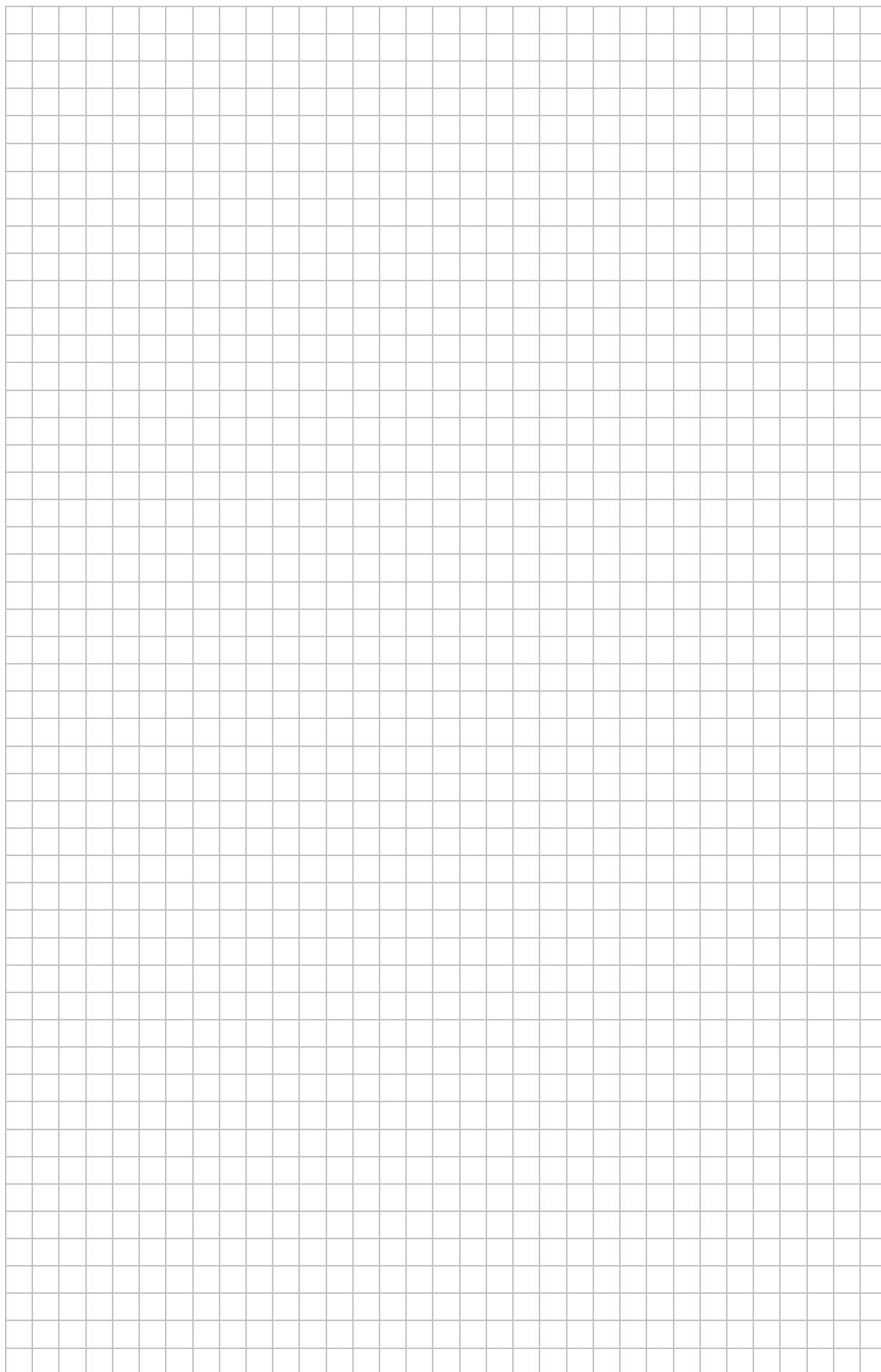
Proste zawierające wysokości trójkąta ostrokątnego ABC przecinają boki BC , AC i AB tego trójkąta odpowiednio w punktach K , L i M . Wykaż, że jeżeli trójkąt MLK jest podobny do trójkąta ABC , to trójkąt ABC jest równoboczny.



ZADANIE 9 (5 PKT)

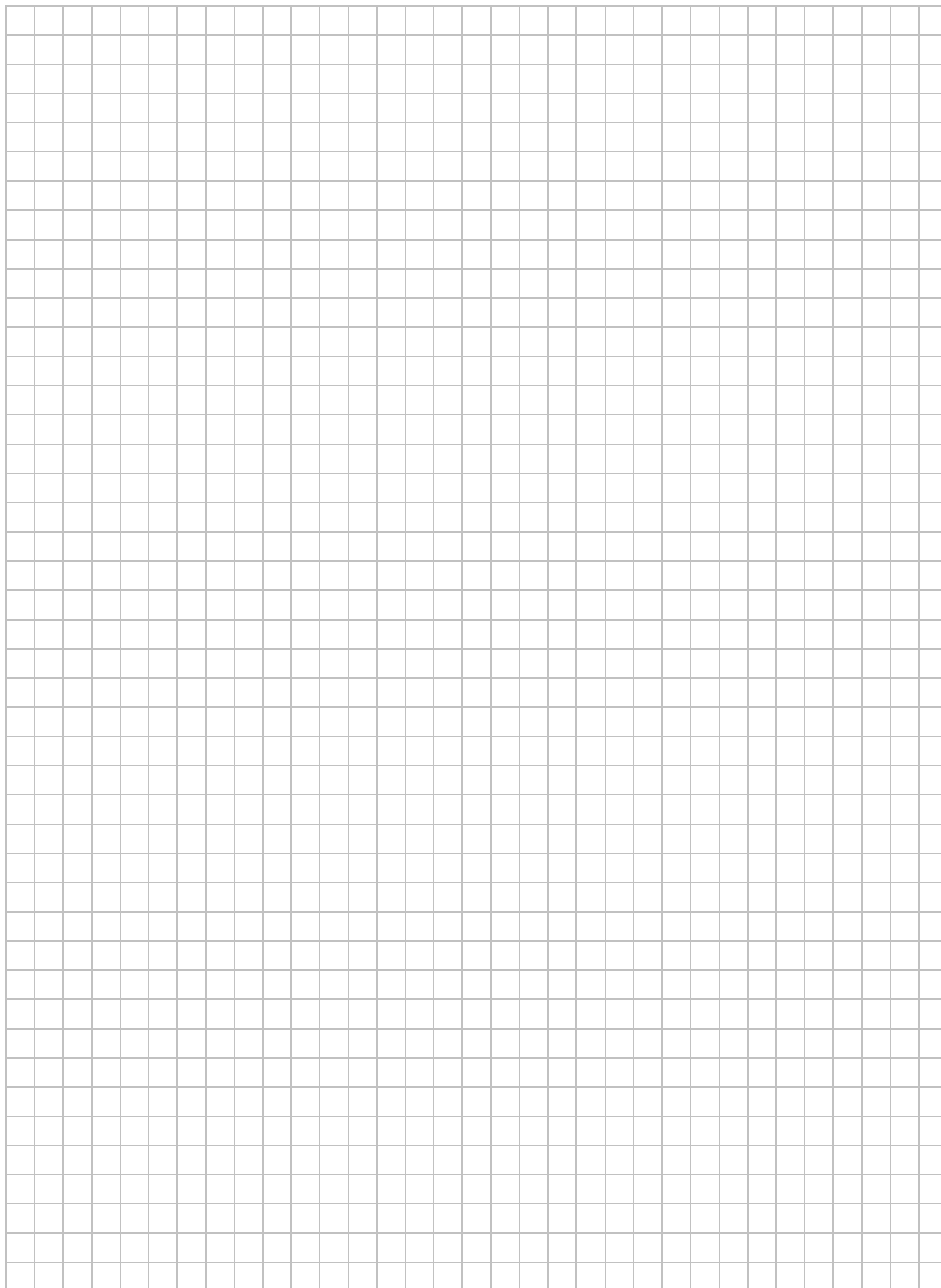
Podstawą graniastoslupa prostego $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ jest trapez równoramienny $ABCD$ wpisany w okrąg o środku O i promieniu R . Dłuższa podstawa AB trapezu jest średnicą tego okręgu, a krótsza ma długość a (zobacz rysunek). Przekątna graniastoslupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem o mierze α . Wyznacz objętość tego graniastoslupa jako funkcję promienia R , długości podstawy a i miary kąta α .

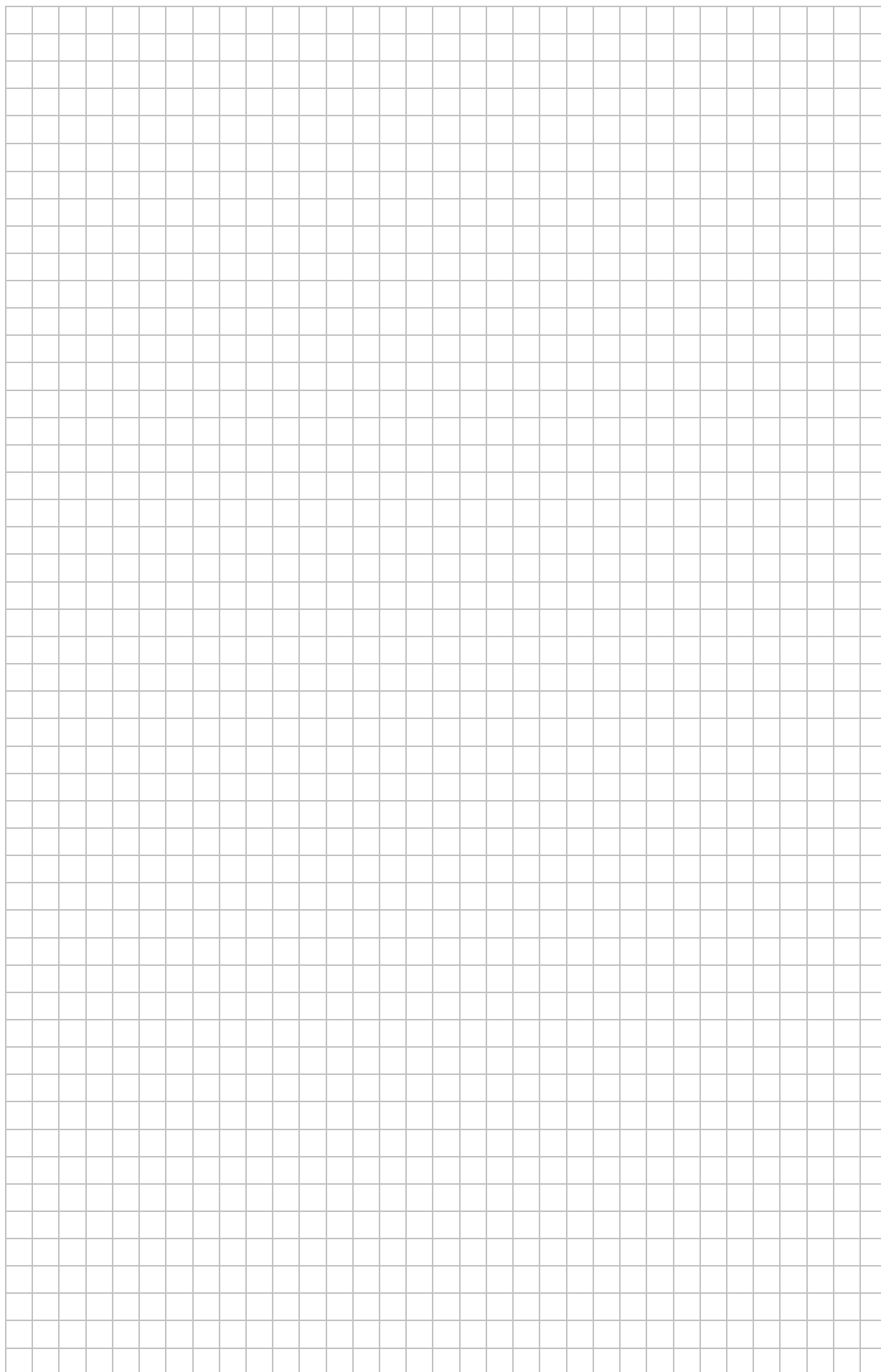




ZADANIE 10 (6 PKT)

Punkt $A = (-3, 4)$ jest wierzchołkiem rozwartokątnego trójkąta równoramiennego ABC , w którym $|AC| = |BC|$. Pole tego trójkąta jest równe $17,5$ i wszystkie jego wierzchołki mają współrzędne całkowite. Bok BC zawarty jest w prostej o równaniu $6y - x + 8 = 0$. Oblicz obwód trójkąta ABC .





ZADANIE 11 (4 PKT)

Pracownik parkingu zanotował numery rejestracyjne piętnastu kolejnych samochodów, które wjechały na parking. Oblicz prawdopodobieństwo, że wśród tych piętnastu numerów rejestracyjnych co najwyżej 3 nie kończyły się cyfrą 7. Przyjmij, że każdy z numerów rejestracyjnych był zakończony cyfrą, i że wystąpienie każdej z dziesięciu cyfr na końcu numeru rejestracyjnego jest jednakowo prawdopodobne.

