Kujawsko-Pomorskie Centrum Edukacji Nauczycieli
w Bydgoszczy
PLACÓWKA AKREDYTOWANA

KOD **PESEL**

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

1. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
2. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie będziesz mógł dostać pełnej liczby punktów.
3. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
4. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
5. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
6. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Marzec 2017

we współpracy z

KZiU WŁOCŁAWEK

Czas pracy:
180 minut

Liczba punktów do uzyskania: 50

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

Zadanie 1. (0-1)

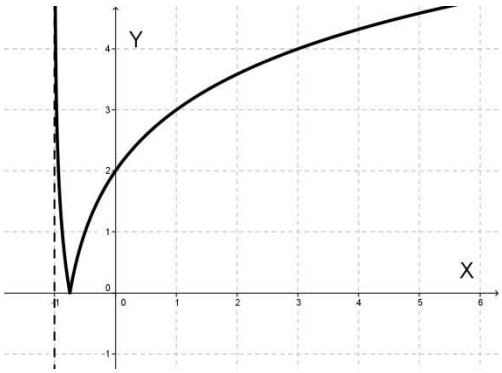
Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = (2m-4)^2x^4 + 4x^3 - x^2 + 6x + 2$ przez dwumian $(x-1)$ jest równa 11 dla:

A. $m = -4$ **B.** $m = -2$ **C.** $m = 2$ **D.** $m = 4$

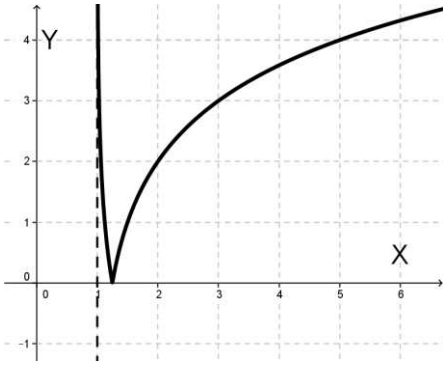
Zadanie 2. (0-1)

Dana jest funkcja $f(x) = |log_2(x+1) - 2|$. Wykres tej funkcji jest przedstawiony na rysunku:

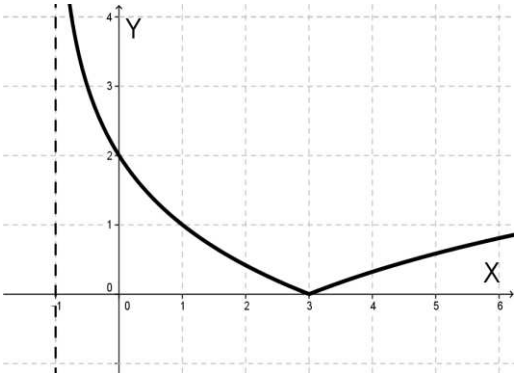
A.



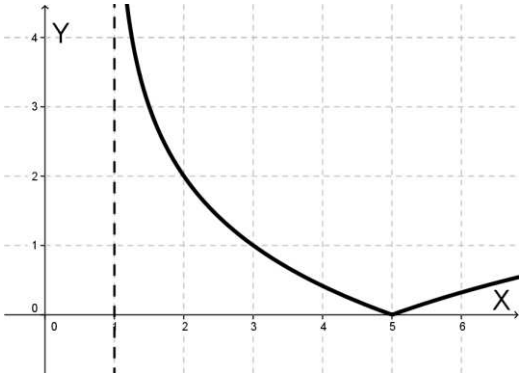
B.



C.



D.



Zadanie 3. (0-1)

Wierzchołek W paraboli, będącej wykresem funkcji $f(x) = 2x^2 + 8x + 5$ przesunięto o wektor $\overrightarrow{-3v}$, gdzie $\vec{v} = [-4; 5]$, otrzymując punkt W'. Współrzędne punktu W' są równe:

A. $W' = (-14; 12)$ **B.** $W' = (10; -18)$ **C.** $W' = (-6; 2)$ **D.** $W' = (2; -8)$

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

Zadanie 4.(0-1)

Szereg geometryczny:

$1 + (x^3 + 2x^2 - x - 1) + (x^3 + 2x^2 - x - 1)^2 + (x^3 + 2x^2 - x - 1)^3 + \cdots$

jest zbieżny dla:

A. $x \in \left(-1 - \sqrt{2}\,;\, -2\right) \cup \left(-1 + \sqrt{2}\,;\, 1\right)$

B. $x \in \left(-1 - \sqrt{2}\,;\, -2\right) \cup (-1;\, 0) \cup \left(-1 + \sqrt{2}\,;\, 1\right)$

C. $x \in \left(-1 - \sqrt{2}\,;\, 0\right) \cup \left(-1 + \sqrt{2};\, \infty\right)$

D.. $x \in (-\infty;\, -2) \cup (-1;\, 1)$

Zadanie 5. (0-1)

Styczna do wykresu funkcji $f(x) = \frac{2-x}{3x-2}$ w punkcie o współrzędnych $\left(x_0; -\frac{5}{3}\right)$ ma równanie:

A. $y = -\frac{4}{9}x - \frac{49}{27}$ **B.** $y = -\frac{4}{9}x - \frac{41}{27}$ **C.** $y = -4x - \frac{1}{3}$ **D.** $y = -4x - 3$

Zadanie 6. (0-2)

Oblicz odległość środka okręgu $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0$ od prostej $y = 2x + 3$. Zakoduj trzy pierwsze cyfry rozwinięcia dziesiętnego obliczonej odległości.

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

Zadanie 7. (0-3)

Na okręgu o promieniu r opisano trapez równoramienny, którego kąt ostry ma miarę α. Wykaż, że promień okręgu opisanego na tym czworokącie jest równy $R = \frac{r\sqrt{sin^2\alpha+1}}{sin^2\alpha}$.

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

Zadanie 8. (0-2)

Wiedząc, że $log_3 5 = a$ oraz $log_5 4 = b$ oblicz $log_{81} 1{,}6$.

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

Zadanie 9. (0-4)

W klasie III A jest 12 dziewcząt i 14 chłopców, natomiast w klasie III B jest 10 dziewcząt i 16 chłopców. Rzucamy cztery razy sześcienną kostką do gry. Jeśli suma wyrzuconych oczek jest liczbą parzystą i co najmniej na jednej kostce wypadła parzysta liczba oczek, to wybieramy trzyosobową delegację z klasy III A, w przeciwnym wypadku z klasy III B. Oblicz prawdopodobieństwo, że w skład delegacji wejdzie co najmniej jeden chłopiec.

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

Zadanie 10. (0-3)

Dla jakich wartości parametru m granica funkcji $\lim_{x\to\infty}\frac{(m^3+9m^2+9m+11)x^2-x+2}{(m^2+1)x^2+3}$ jest równa czwartemu wyrazowi ciągu określonego wzorem rekurencyjnym $\begin{cases} a_1=-2 \\ a_{n+1}=2a_n+3 \end{cases}$

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

Zadanie 11. (0-4)

Oblicz, ile jest wszystkich liczb dziewięciocyfrowych, w zapisie których dokładnie trzy razy występuje siódemka, dokładnie dwa razy czwórka, a pozostałe cyfry nie mogą się powtarzać i żadna cyfra nie jest zerem.

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

Zadanie 12. (0-2)

Wykaż, że dla dowolnych nieujemnych liczb rzeczywistych x, y spełniona jest nierówność: $4x^3 + y^3 \geq 3xy^2$.

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

Zadanie 13. (0-3)

Rozwiąż równanie: $sin3x + cos2x = 1 + 2sinxcos2x$ dla $x \in \langle 0,4\pi \rangle$.

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

Zadanie 14. (0-5)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym cosinus kąta między krawędziami bocznymi, które nie są sąsiednie jest równy $\frac{4}{7}$, a pole koła opisanego na podstawie ostrosłupa jest równe 6π. Oblicz cosinus kąta α między sąsiednimi ścianami bocznymi ostrosłupa.

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

Zadanie 15. (0-5)

Dany jest okrąg o_1 o równaniu $(x+1)^2+(y-3)^2=20$ oraz okrąg o_2 o promieniu długości $7\sqrt{2}$. Punkty wspólne okręgów o_1 i o_2 należą do prostej k o równaniu $3x+y-2=0$. Wyznacz równanie okręgu o_2 wiedząc, że środki obu okręgów leżą po różnych stronach danej prostej.

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

Zadanie 16. (0-7)

Tworząca stożka ma długość b. Wyznacz wysokość tego stożka, którego objętość jest największa. Oblicz objętość tego stożka.

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

Zadanie 17. (0-5)

Wyznacz te wartości parametru m, dla których równanie

$$(x-3)[x^2-2(2m+1)x+(m+2)^2]=0$$

ma trzy różne rozwiązania.

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

BRUDNOPIS

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info