

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

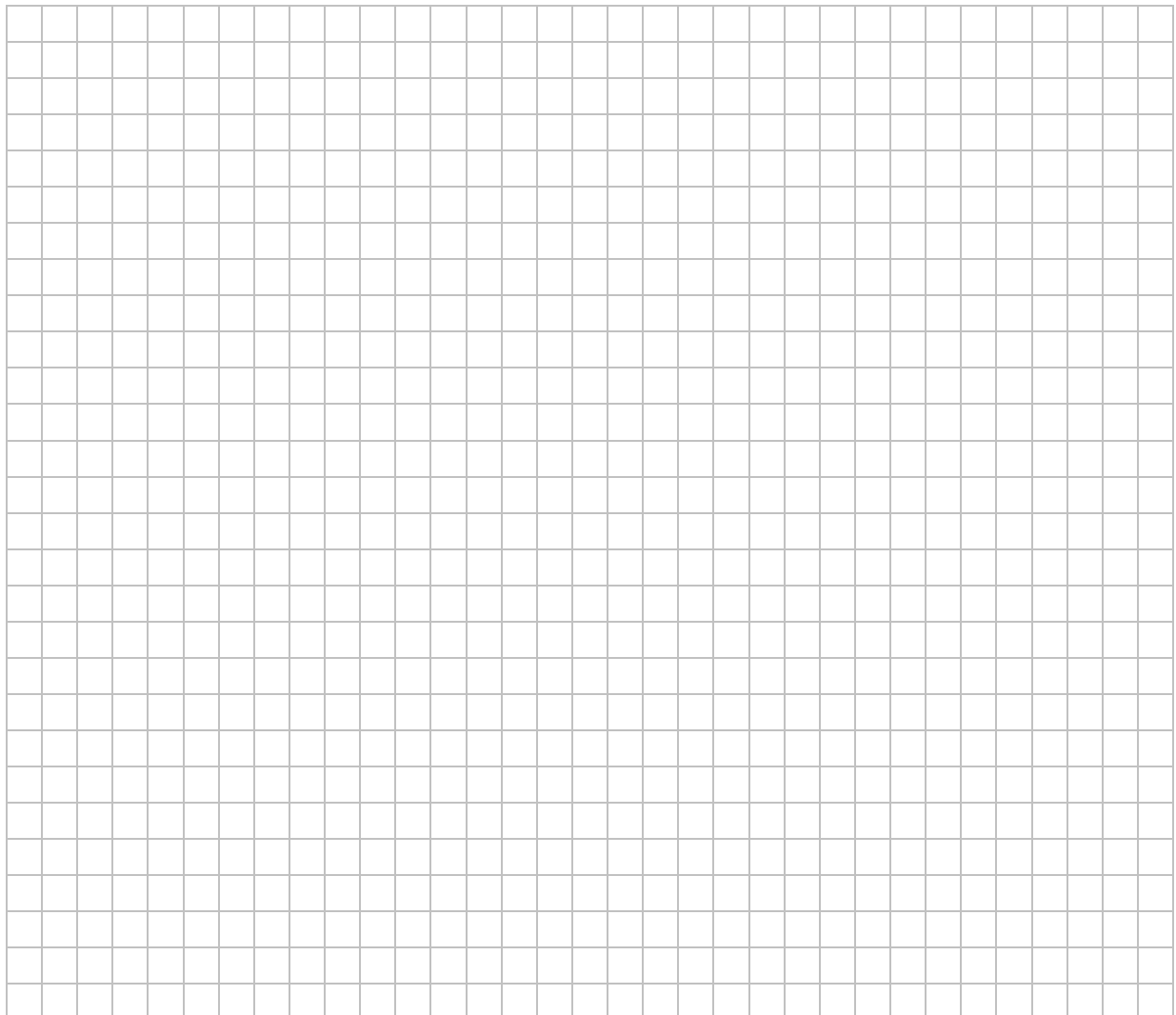
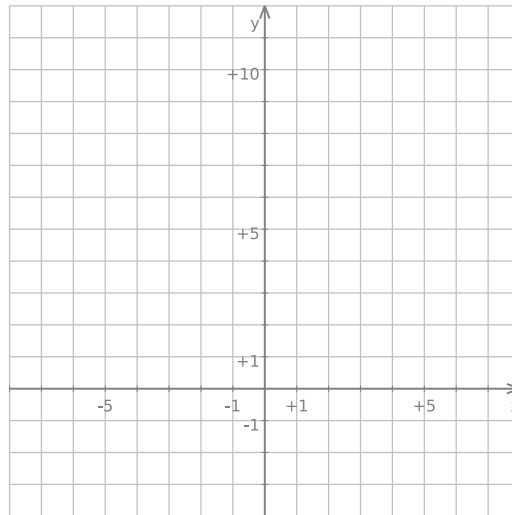
10 MAJA 2008

CZAS PRACY: 180 MINUT

ZADANIE 1 (4 PKT.)

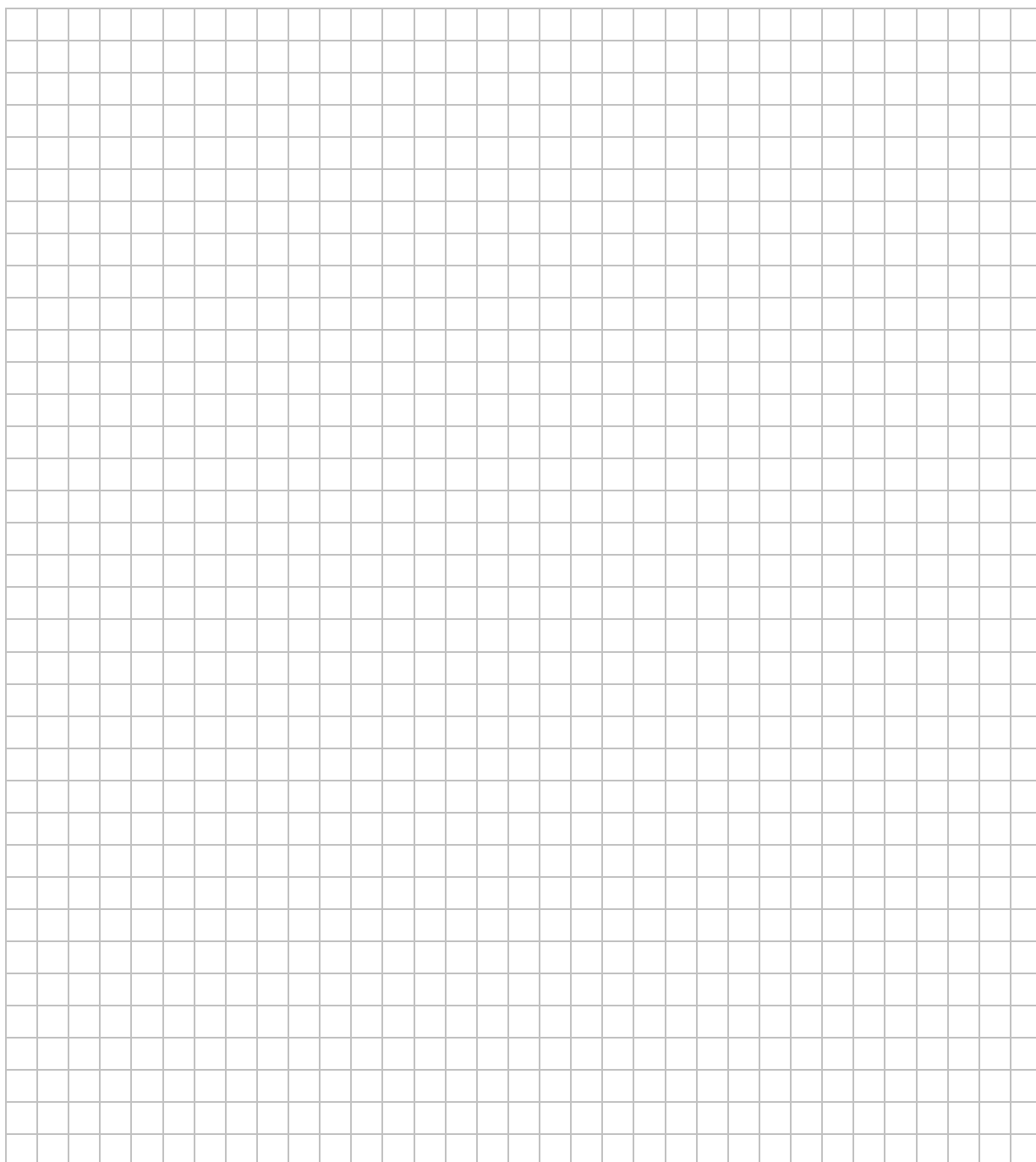
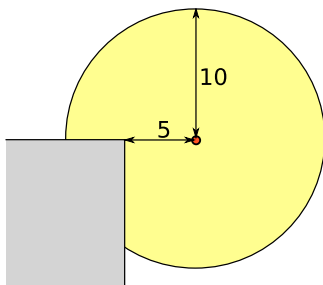
Dana jest funkcja $f(x) = |(x - m)^2 - 4m|$, gdzie $m \in \mathbb{R}$.

- Naszkić wykres funkcji $f(x)$ dla $m = 1$.
- Dla jakich wartości parametru m równanie $f(x) = 7$ ma dokładnie trzy rozwiązania.



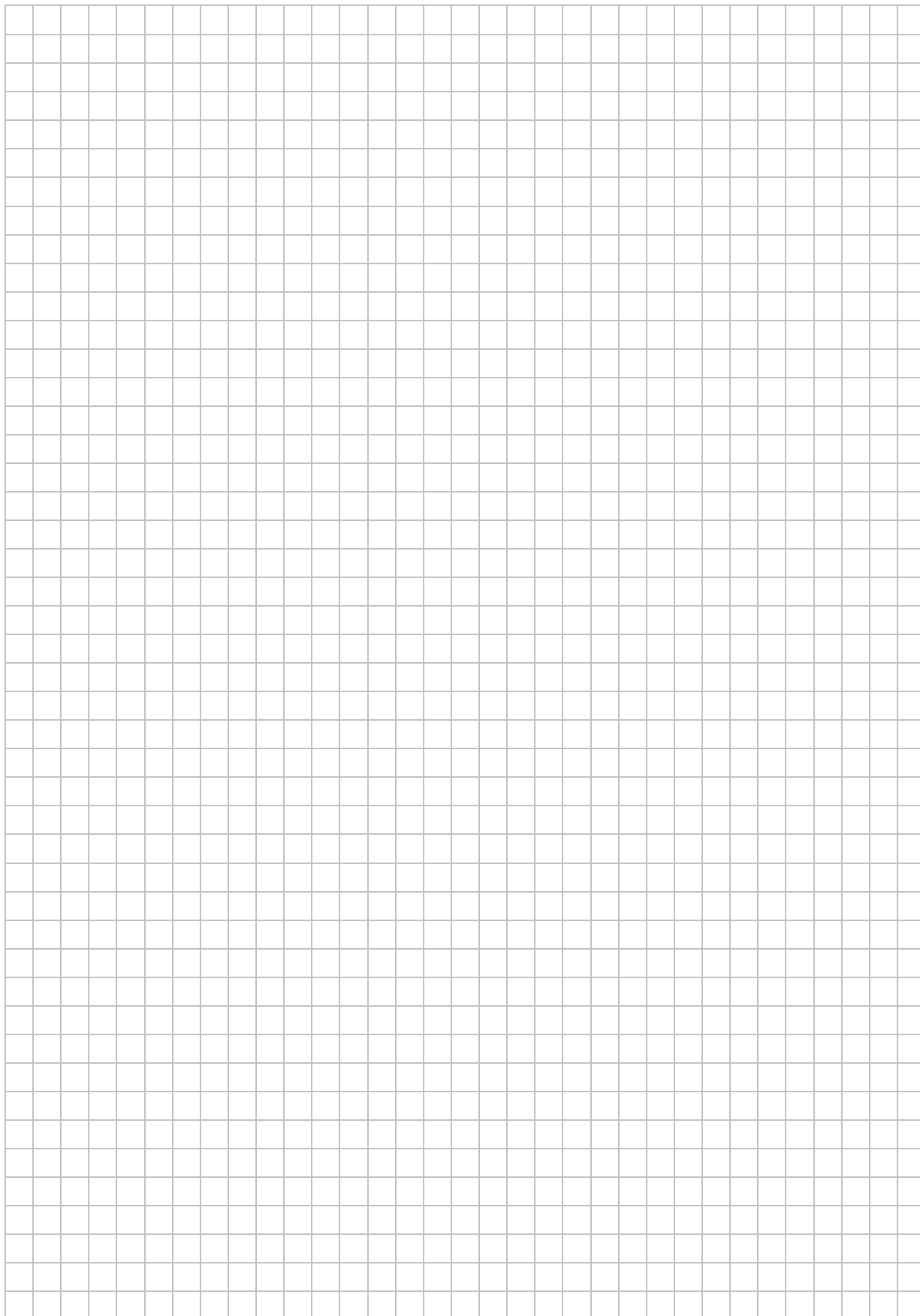
ZADANIE 2 (4 PKT.)

Latarnię uliczną umieszczono w odległości 5 m od naroża budynku – tak jak jest to pokazane na rysunku. Wiedząc, że światło latarni oświetla obszar w promieniu 10 m od źródła światła, oblicz jakie jest pole obszaru oświetlanego latarnią.



ZADANIE 3 (3 PKT.)

W trójkącie ABC dane są $|AB| = 6$, $|BC| = 3\sqrt{3}$ oraz $|\angle BAC| = 60^\circ$. Oblicz pole trójkąta ABC .

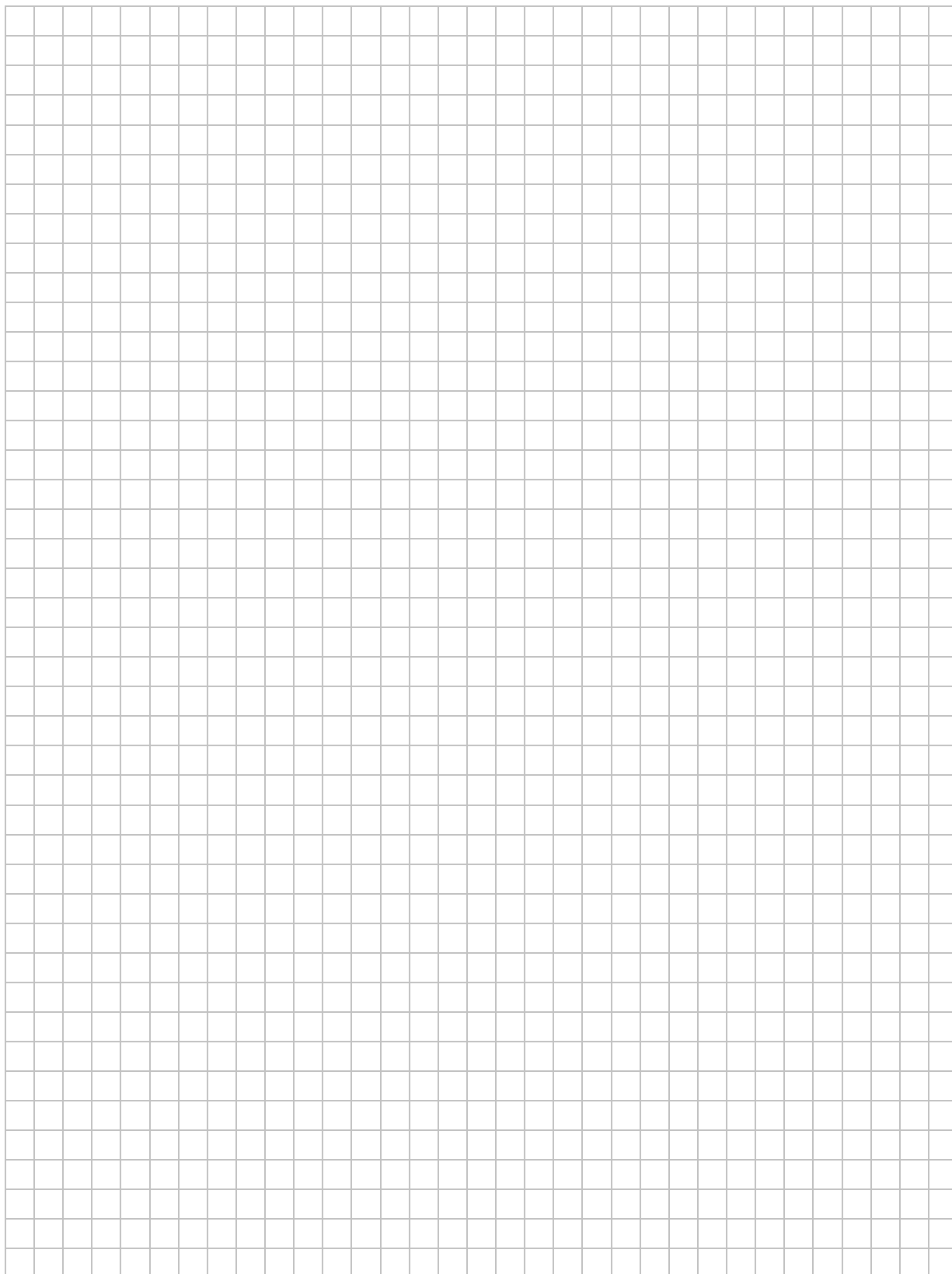


ZADANIE 4 (4 PKT.)

Wiedząc, że suma kwadratów pierwiastków równania

$$mx^3 + 6mx^2 + (8m - 5)x - 10 = 0$$

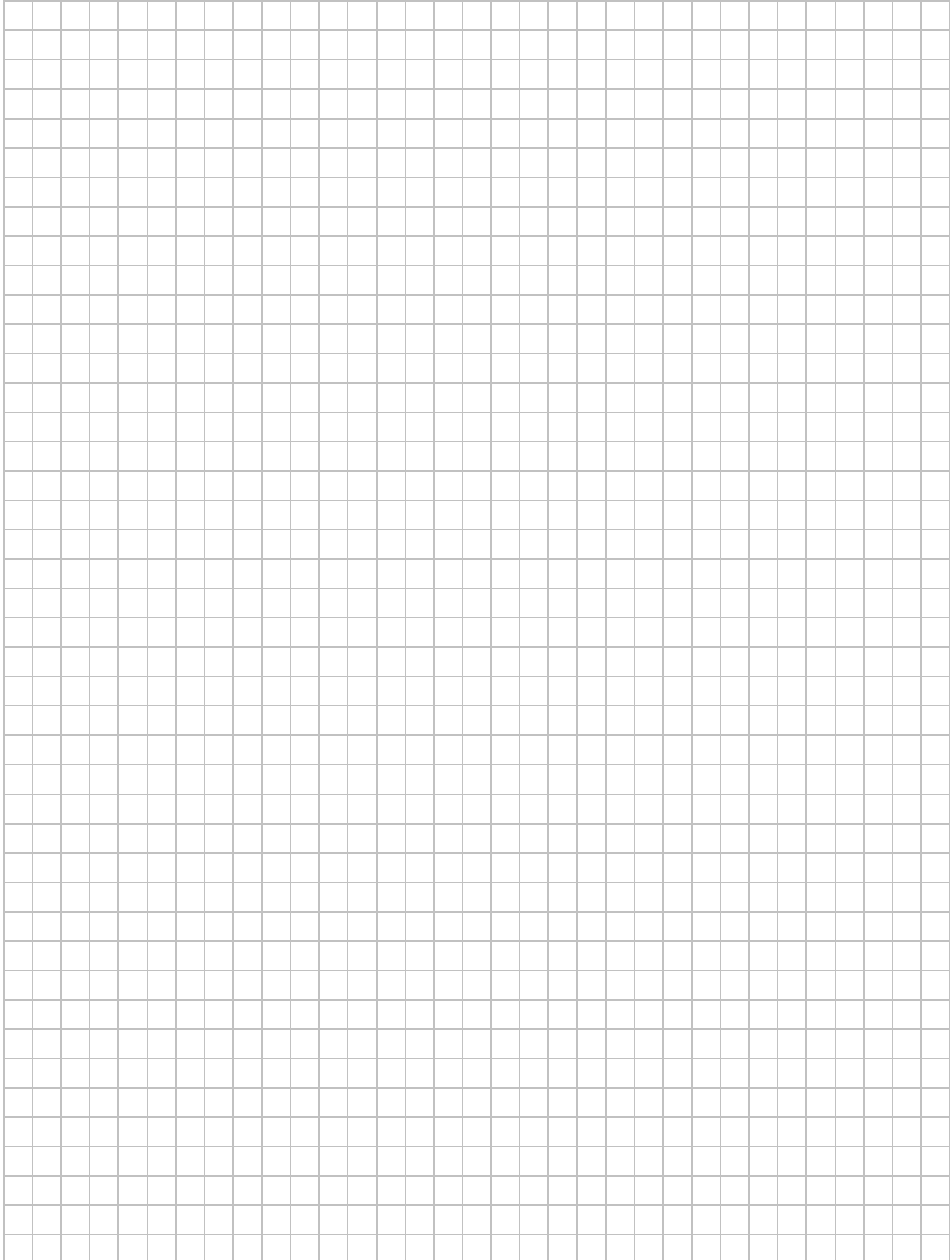
jest równa 30, wyznacz m .



ZADANIE 5 (5 PKT.)

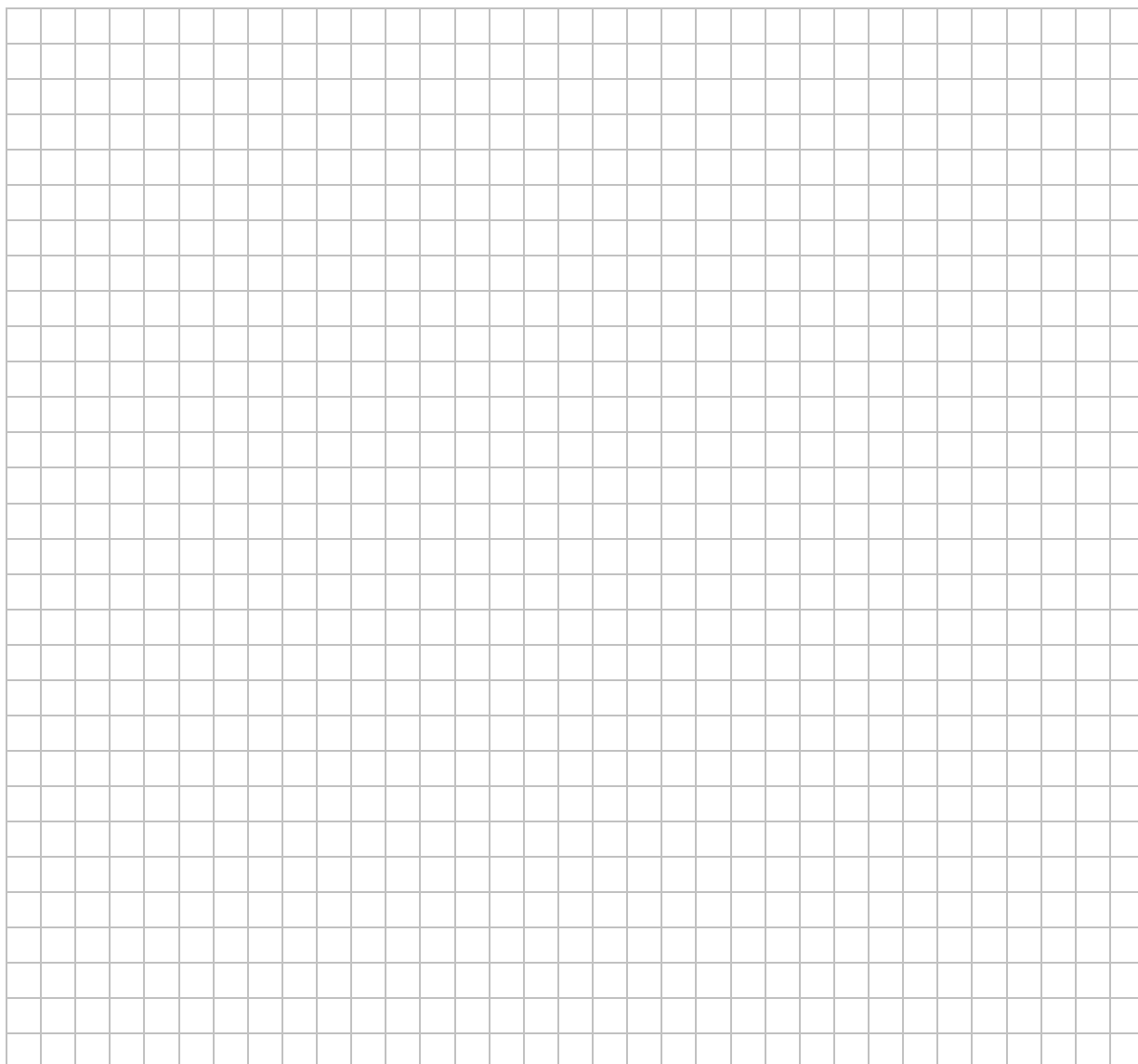
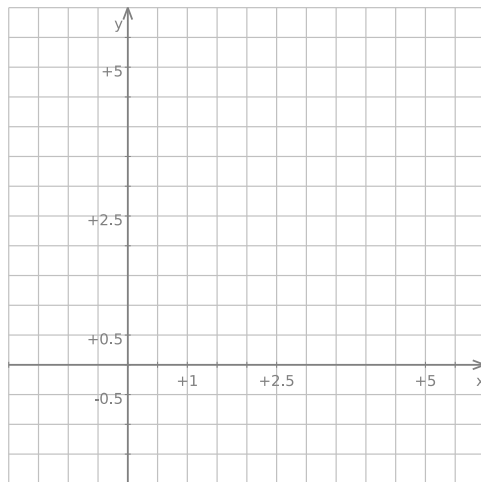
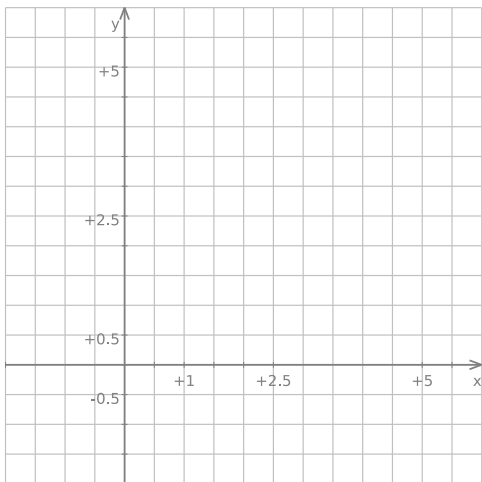
a) Niech $a_n = \underbrace{99 \cdot \dots \cdot 9}_n$. Oblicz sumę 12 początkowych wyrazów ciągu (a_n) .

b) Niech $b_n = \underbrace{77 \cdot \dots \cdot 7}_n$. Oblicz sumę 12 początkowych wyrazów ciągu (b_n) .



ZADANIE 6 (6 PKT.)

Wierzchołkami kwadratu $ABCD$ są punkty o współrzędnych $A(0,0)$, $B(4,0)$, $C(4,4)$ i $D(0,4)$. Dla każdej liczby rzeczywistej $m \in (-2,4)$ rozważamy trójkąt o wierzchołkach $P_m(m,0)$, $S_m(m+2,0)$ i $R_m(m,4)$. Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których pole figury, która jest częścią wspólną kwadratu $ABCD$ i trójkąta $P_mS_mR_m$ wynosi 2.

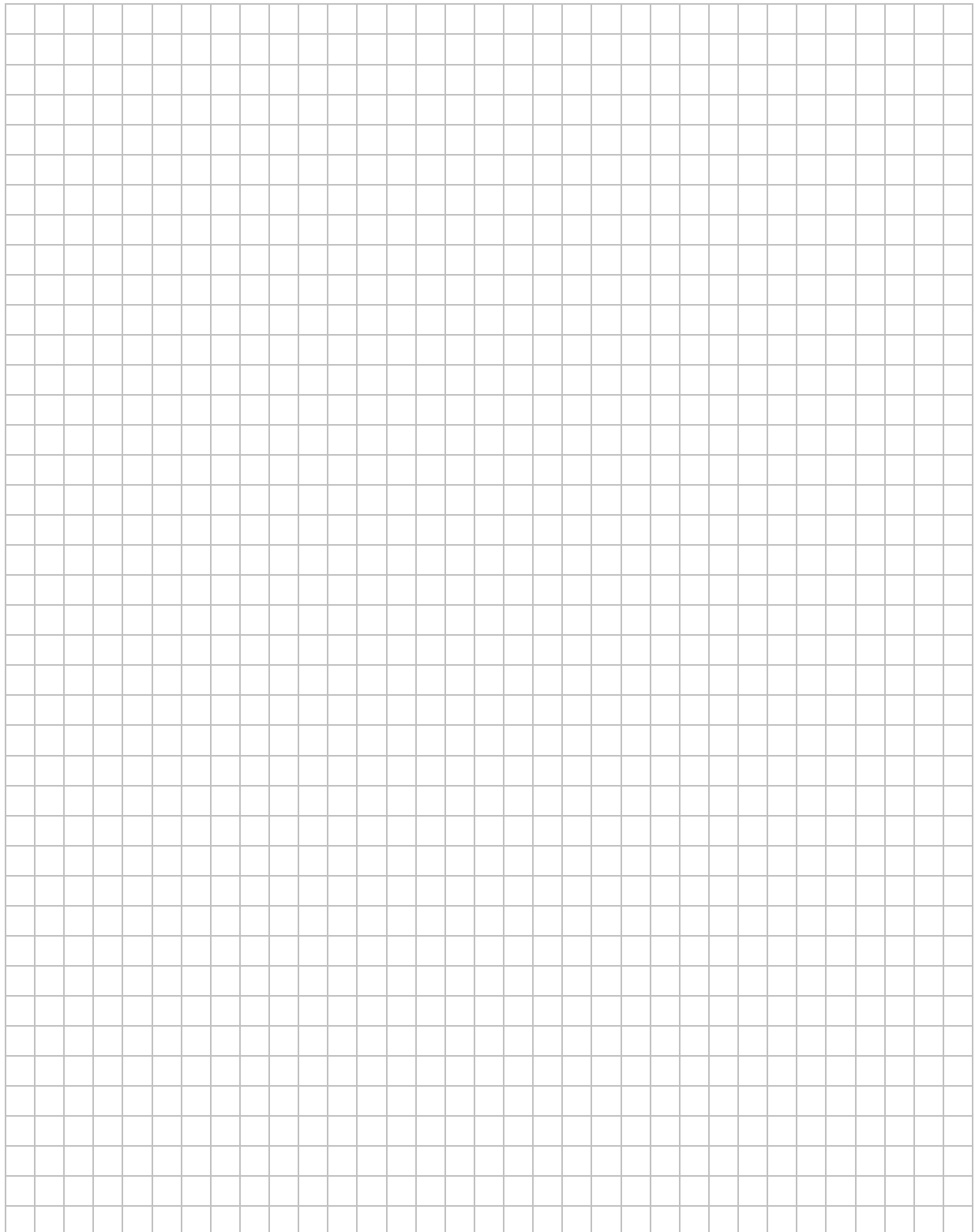




ZADANIE 7 (5 PKT.)

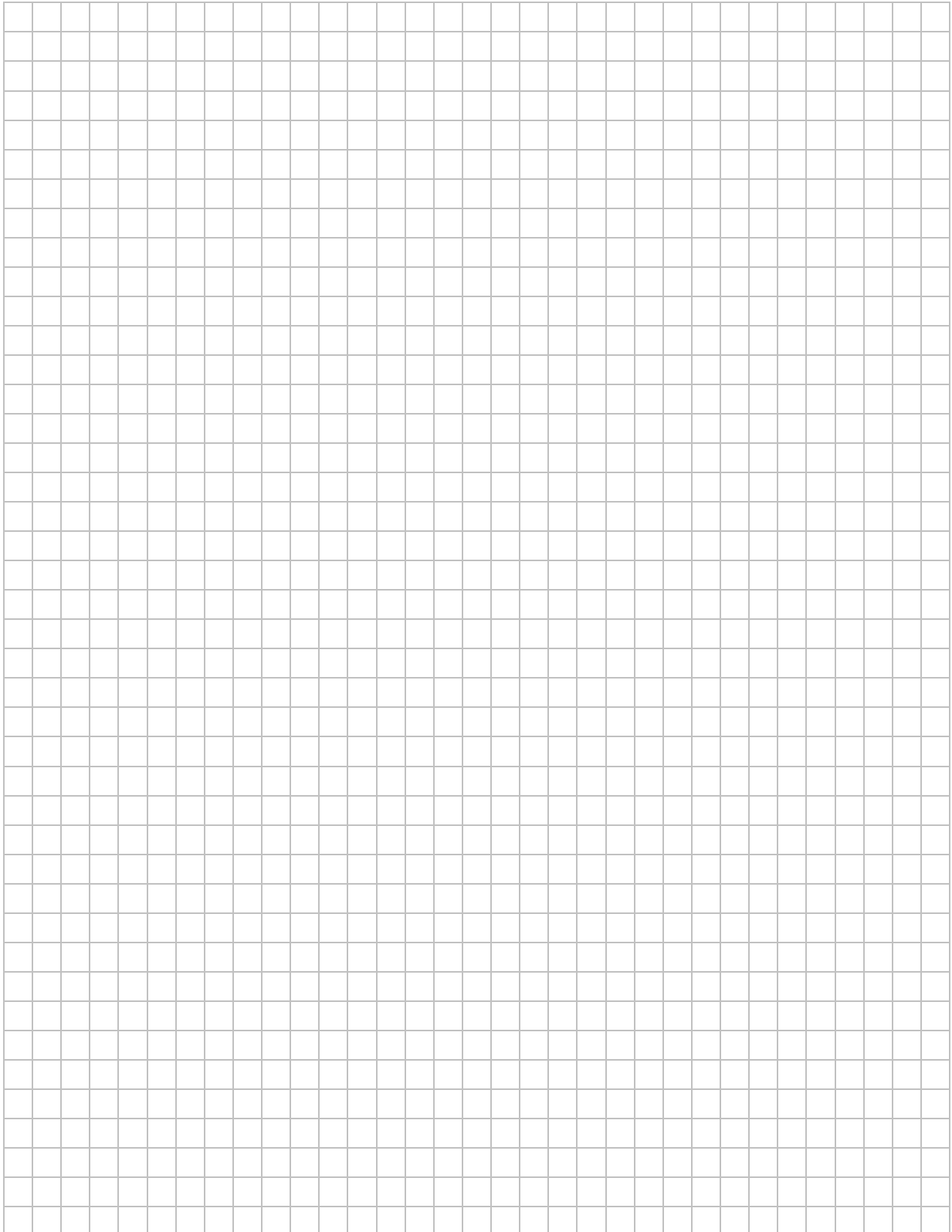
Sześcian, którego ściany zostały pomalowane czerwoną farbą, dzielimy 6 płaszczyznami równoległymi do jego ścian na 27 identycznych sześcianików. Losujemy 2 spośród nich.

- Oblicz prawdopodobieństwo, że łączna liczba czerwonych ścian wylosowanych sześcianików wynosi 3.
- Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowane sześcianiki mają wspólną ścianę.



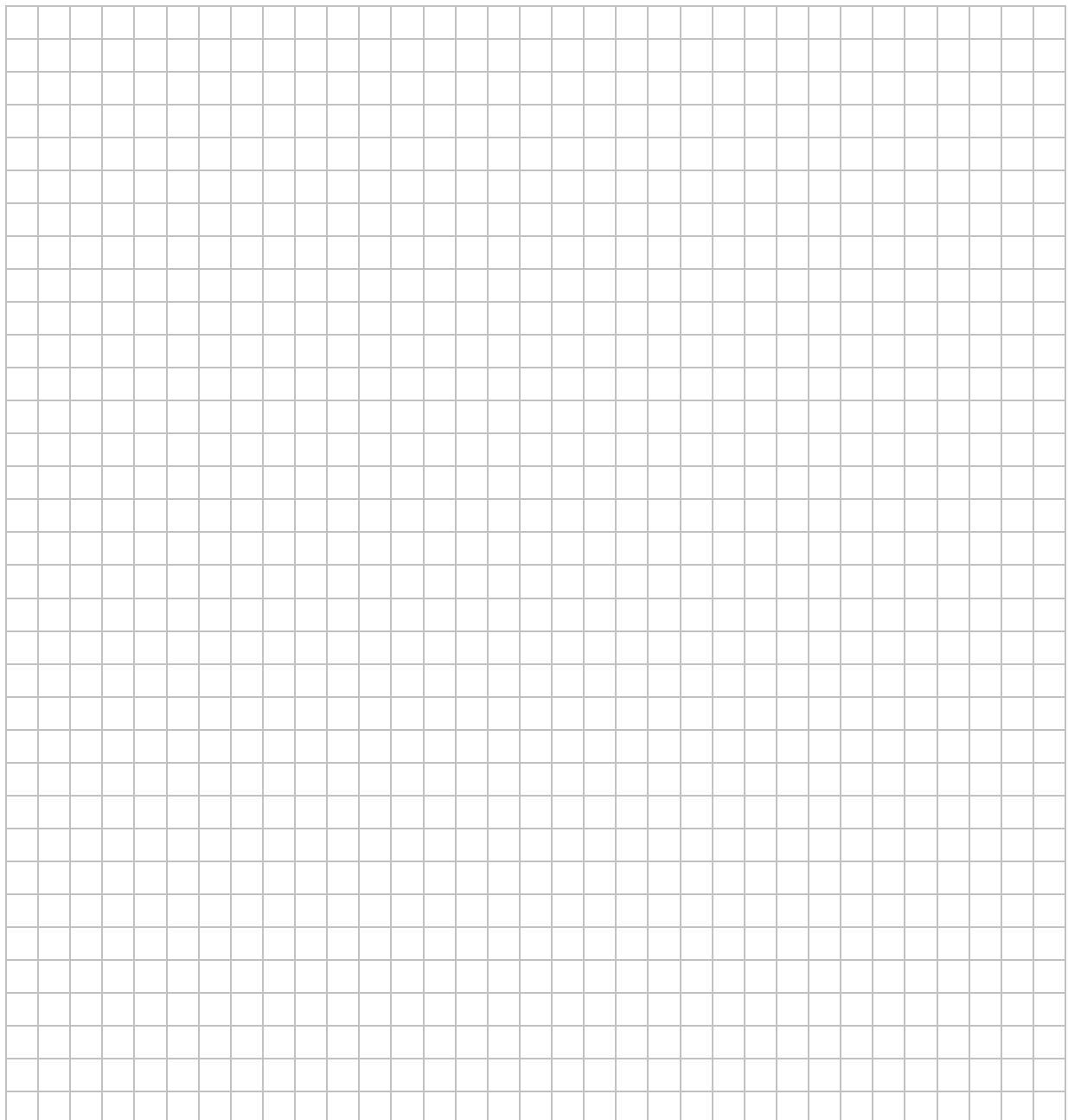
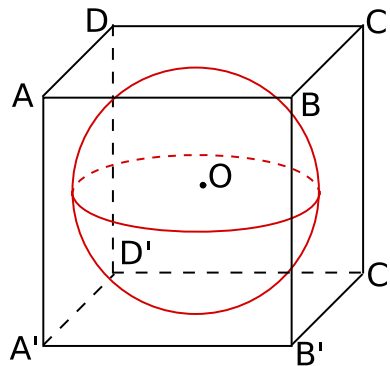
ZADANIE 8 (5 PKT.)

- a) Wyznacz wszystkie liczby m , dla których istnieją dwie liczby rzeczywiste, których suma i iloczyn są równe m .
- b) Uzasadnij, że jeżeli suma i iloczyn dwóch liczb rzeczywistych jest równa liczbie dodatniej m , to suma sześcianów tych liczb jest nie mniejsza niż 16.



ZADANIE 9 (5 PKT.)

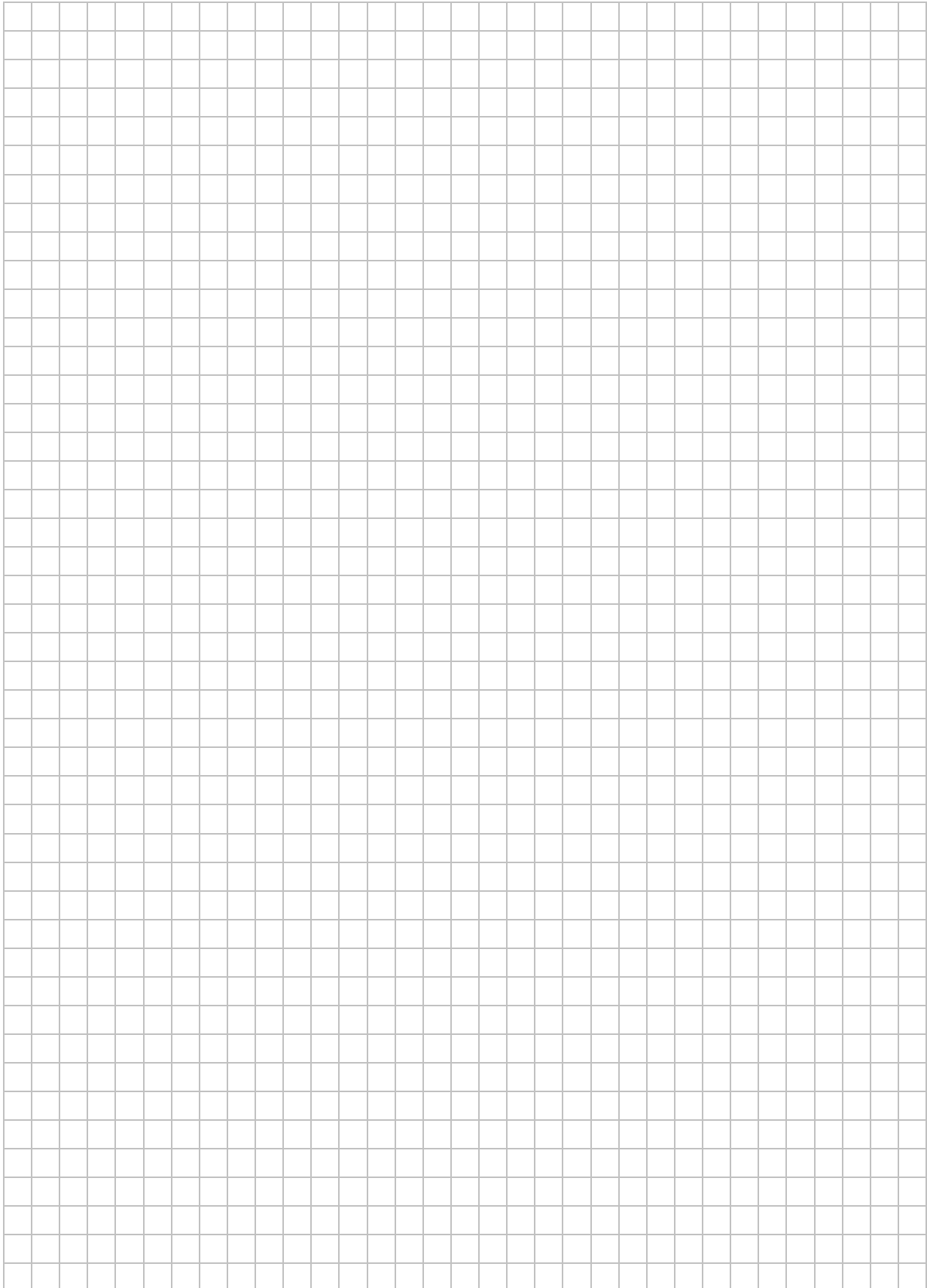
Płaszczyzna p jest styczna do kuli wpisanej w sześcian $ABCD A' B' C' D'$ o krawędzi długości $2a$ oraz przecina krawędzie AB , AD i AA' w takich punktach E, F i G odpowiednio, że $AE = AF = AG = x$. Wykonaj odpowiedni rysunek i wyznacz x .





ZADANIE 10 (5 PKT.)

Funkcje $f(x) = -2x^2 - 2$, $g(x) = x^2 + 2ax + a^2 + 1$ i $h(x) = 4x^2 + b^2$ mają tę własność, że dla każdej liczby rzeczywistej x , liczby $f(x)$, $g(x)$ i $h(x)$ tworzą (w pewnej kolejności) ciąg geometryczny. Wyznacz możliwe ilorazy tego ciągu.



ZADANIE 11 (4 PKT.)

W trójkącie prostokątnym jedna z przyprostokątnych jest średnią arytmetyczną drugiej przyprostokątnej i przeciwprostokątnej. Oblicz sinusy kątów ostrych tego trójkąta.

