Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

Poziom podstawowy

29 lutego 2020

Czas pracy: 170 minut

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Jedną trzecią dodatniej liczby a zwiększono o 20%. Otrzymano w ten sposób

A) $66\% \cdot a$ B) $50\% \cdot a$ C) $40\% \cdot a$ D) $48\% \cdot a$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Liczba $\frac{\log_4 256}{\log_4 \sqrt[3]{256}}$ jest równa

A) $-\frac{1}{3}$ B) -3 C) 3 D) $\frac{1}{3}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Liczba $(\sqrt{15}-\sqrt{21})^6$ jest równa liczbie

A) $216 \cdot (6-\sqrt{35})^3$ B) $54 \cdot (12-2\sqrt{35})^3$ C) $6 \cdot (12-2\sqrt{35})^3$ D) $108 \cdot (6-\sqrt{35})^3$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Równość $\frac{2}{a+1}+\frac{a+1}{3}=\frac{1}{3}a$ jest prawdziwa dla liczby wymiernej

A) $a=\frac{1}{3}$ B) $a=\frac{1}{7}$ C) $a=-\frac{1}{3}$ D) $a=-7$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x)=(a+2)x-9$, gdzie a to pewna liczba rzeczywista. Wykres funkcji f nie ma punktów wspólnych z prostą $y=x$. Stąd wynika, że

A) $a=-2$ B) $a=-1$ C) $a=0$ D) $a=9$

ZADANIE 6 (1 PKT)

Równanie $x(5x-1)=1-5x$ ma dokładnie

A) jedno rozwiązanie: $x=1$. B) dwa rozwiązania: $x=1$ i $x=-1$.
C) dwa rozwiązania: $x=-\frac{1}{5}$ i $x=1$. D) dwa rozwiązania: $x=\frac{1}{5}$ i $x=-1$.

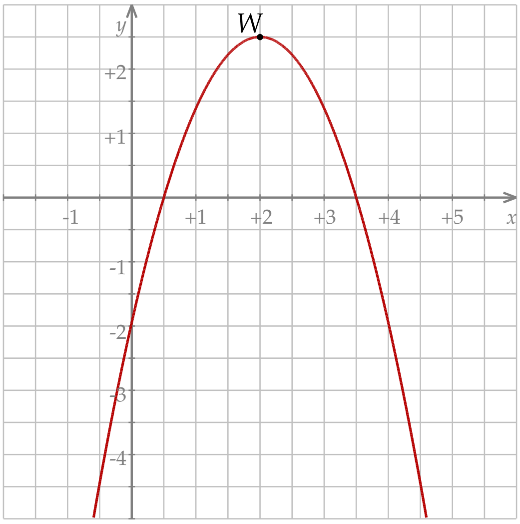
ZADANIE 7 (1 PKT)

Liczbę $-\frac{93}{32}$ zaokrąglamy do najbliższej liczby całkowitej. Błąd bezwzględny tego przybliżenia jest równy

A) $\frac{29}{32}$ B) $\frac{3}{32}$ C) $-\frac{29}{32}$ D) $-\frac{3}{32}$

Informacja do zadań 8 – 10

Na rysunku przedstawiony jest fragment paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej f. Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W = \left(2, 2\frac{1}{2}\right)$. Liczby $\frac{1}{2}$ i $3\frac{1}{2}$ to miejsca zerowe funkcji f.



ZADANIE 8 (1 PKT)

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

A) $\left(-\infty, \frac{7}{2}\right\rangle$ B) $\left\langle \frac{1}{2}, \frac{7}{2} \right\rangle$ C) $\left\langle \frac{7}{2}, +\infty\right)$ D) $\left(-\infty, \frac{5}{2}\right\rangle$

ZADANIE 9 (1 PKT)

Najmniejsza wartość funkcji f w przedziale $\left\langle \frac{1}{2}, 3 \right\rangle$ jest równa

A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 0 D) $\frac{5}{2}$

ZADANIE 10 (1 PKT)

Osią symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu

A) $y = 2$ B) $x = 2$ C) $y = \frac{5}{2}$ D) $x = \frac{5}{2}$

ZADANIE 11 (1 PKT)

Dany jest rosnący ciąg geometryczny (a_n), określony dla liczb naturalnych $n \geqslant 1$, o wyrazach dodatnich. Jeśli $a_2 a_9 a_{11} = a_4 a_{13} a_k$, to k jest równe

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5

Zadanie 12 (1 pkt)

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n \geqslant 1$, dane są dwa wyrazy: $a_1 = -11$ oraz $a_{19} = 25$. Wtedy suma

$$a_1 + a_3 + a_5 + \ldots + a_{17} + a_{19}$$

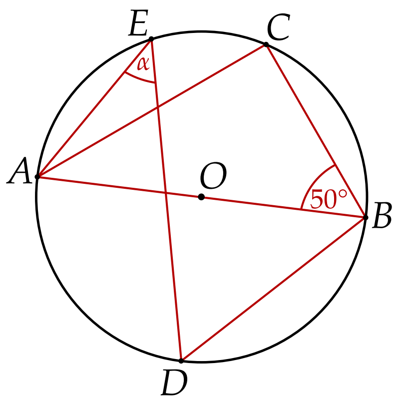
jest równa
A) 133 B) 63 C) 70 D) 49

Zadanie 13 (1 pkt)

Kąt α jest rozwarty i $\operatorname{tg}\alpha = -2$. Wobec tego
A) $\sin\alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B) $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ C) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ D) $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}$

Zadanie 14 (1 pkt)

Punkty A, B, C, D, E leżą na okręgu o środku O, przy czym AB jest średnicą tego okręgu, D jest środkiem łuku AB oraz $|\measuredangle ABC| = 50^\circ$.



Miara kąta oznaczonego na rysunku literą α jest równa
A) 40° B) 50° C) 30° D) 45°

Zadanie 15 (1 pkt)

Pole trójkąta ABC o wierzchołkach $A = (0,0)$, $B = (6,2)$, $C = (2,4)$ jest równe
A) 10 B) 5 C) 20 D) 15

Zadanie 16 (1 pkt)

Równanie $\frac{(x-1)(x+2)(x+1)}{3-x} = \frac{(x+1)(x+2)(1-x)}{x+2}$
A) ma cztery różne rozwiązania: $x = 1,\ x = -2,\ x = 3,\ x = -1$.
B) ma trzy różne rozwiązania: $x = -1,\ x = -2,\ x = 1$.
C) ma dwa różne rozwiązania: $x = 1,\ x = -2$.
D) ma dwa różne rozwiązania: $x = -1,\ x = 1$.

ZADANIE 17 (1 PKT)

Jeżeli $x = \frac{y+z}{1+yz}$, to

A) $y = \frac{x-z}{1-xz}$ B) $y = \frac{x-z}{xz-1}$ C) $y = \frac{x+z}{1-xz}$ D) $y = \frac{x+z}{xz-1}$

ZADANIE 18 (1 PKT)

Prosta o równaniu $y = ax + b$ jest prostopadła do prostej o równaniu $y = \frac{1}{4}x + 1$ i przechodzi przez punkt $P = \left(\frac{1}{3}, 0\right)$, gdy

A) $a = \frac{1}{4}$ i $b = -\frac{1}{12}$ B) $a = -4$ i $b = \frac{4}{3}$
C) $a = \frac{1}{4}$ i $b = \frac{1}{3}$ D) $a = -4$ i $b = \frac{1}{3}$

ZADANIE 19 (1 PKT)

W układzie współrzędnych dany jest równoległobok $ABCD$ o wierzchołkach $A = (-6, 1)$, $B = (-8, -9)$, $C = (3, -4)$ i $D = (5, 6)$. Środek tego równoległoboku jest w tej samej ćwiartce, co wierzchołek

A) A B) B C) C D) D

ZADANIE 20 (1 PKT)

Dany jest trójkąt równoramienny ABC, w którym $|AC| = |BC|$. Dwusieczna kąta poprowadzona z wierzchołka A przecina bok BC tego trójkąta w punkcie D. Kąt ADC ma miarę 102°. Kąt między ramionami tego trójkąta ma miarę

A) 78° B) 44° C) 136° D) 68°

ZADANIE 21 (1 PKT)

Ile jest wszystkich pięciocyfrowych liczb naturalnych podzielnych przez 29?

A) 3103 B) 3105 C) 3104 D) 3106

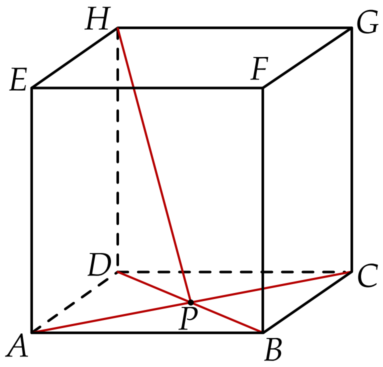
ZADANIE 22 (1 PKT)

Promień kuli jest równy promieniowi podstawy walca, oraz objętości obu brył są równe. Stosunek pola powierzchni kuli do pola powierzchni całkowitej walca jest równy

A) 1 B) $\frac{6}{7}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{7}{2}$

ZADANIE 23 (1 PKT)

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$. Przekątne AC i BD ściany $ABCD$ sześcianu przecinają się w punkcie P (zobacz rysunek).

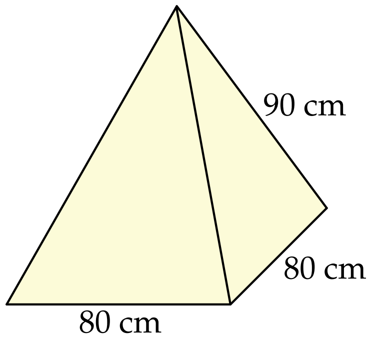


Tangens kąta, jaki odcinek PH tworzy z krawędzią HD, jest równy

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\sqrt{2}$

ZADANIE 24 (1 PKT)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny o krawędzi podstawy długości 80 cm i krawędzi bocznej długości 90 cm (zobacz rysunek), a ponadto dane są cztery odcinki a, b, c, d, o długościach – odpowiednio – 53 cm, 59 cm, 63 cm i 69 cm.



Wysokość tego ostrosłupa jest dłuższa

A) tylko od odcinka a.

B) tylko od odcinków a i b.

C) tylko od odcinków a, b i c.

D) od wszystkich czterech danych odcinków.

ZADANIE 25 (1 PKT)

W pudełku znajdują się dwie kule: niebieska i czerwona. Ośmiokrotnie losujemy ze zwracaniem jedną kulę z tego pudełka. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że dokładnie siedem z wylosowanych kul jest tego samego koloru jest równe

A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{32}$ C) $\frac{1}{128}$ D) $\frac{1}{256}$

Zadanie 26 (2 pkt)

Rozwiąż równanie $(x^3 + 1728)(2x^2 - 7x - 204) = 0$.

Zadanie 27 (2 pkt)

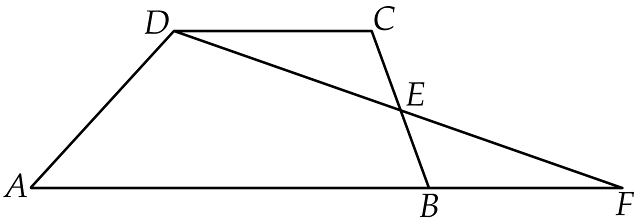
Rozwiąż nierówność $7x(3x^2 + 3x) \geqslant 40x + (3x + 3)(7x^2 - 7x + 7)$.

ZADANIE 28 (2 PKT)

Funkcja kwadratowa $f(x) = ax^2 + bx + c$, spełnia warunek $f(8) = f(-2)$. Wykaż, że dla dowolnej liczby rzeczywistej x, spełniony jest warunek $f(3 - x) = f(3 + x)$.

ZADANIE 29 (2 PKT)

W trapezie $ABCD$ punkt E jest środkiem boku BC oraz $|AB| = 2|CD|$. Z wierzchołka D poprowadzono prostą przecinającą bok BC w punkcie E. Proste AB i DE przecinają się w punkcie F (zobacz rysunek).



Wykaż, pole trójkąta BFE jest pięć razy mniejsze od pola czworokąta $ABED$.

Zadanie 30 (2 pkt)

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na wylosowaniu liczb, których iloczyn jest liczbą parzystą.

Zadanie 31 (2 pkt)

Suma ośmiu początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n), określonego dla $n \geqslant 1$, jest równa 90, a suma $a_9 + a_{10}$ jest równa 57,5. Oblicz pierwszy wyraz i różnicę tego ciągu.

Zadanie 32 (4 pkt)

Dwa boki kwadratu zawierają się w prostych o równaniach $y = -3x + 7$ i $y = -3x - 6$. Oblicz pole tego kwadratu.

ZADANIE 33 (4 PKT)

Liczby rzeczywiste t i y spełniają warunek $3t + y = 1$. Wyznacz takie wartości t i y, dla których wyrażenie $t^2 - y^2 + 6ty$ przyjmuje największą wartość. Podaj tę największą wartość.

ZADANIE 34 (5 PKT)

Kąt α jest kątem nachylenia krawędzi bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego do płaszczyzny podstawy (zobacz rysunek). Oblicz stosunek pola powierzchni całkowitej tego ostrosłupa do pola jego podstawy, jeżeli $\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.