

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

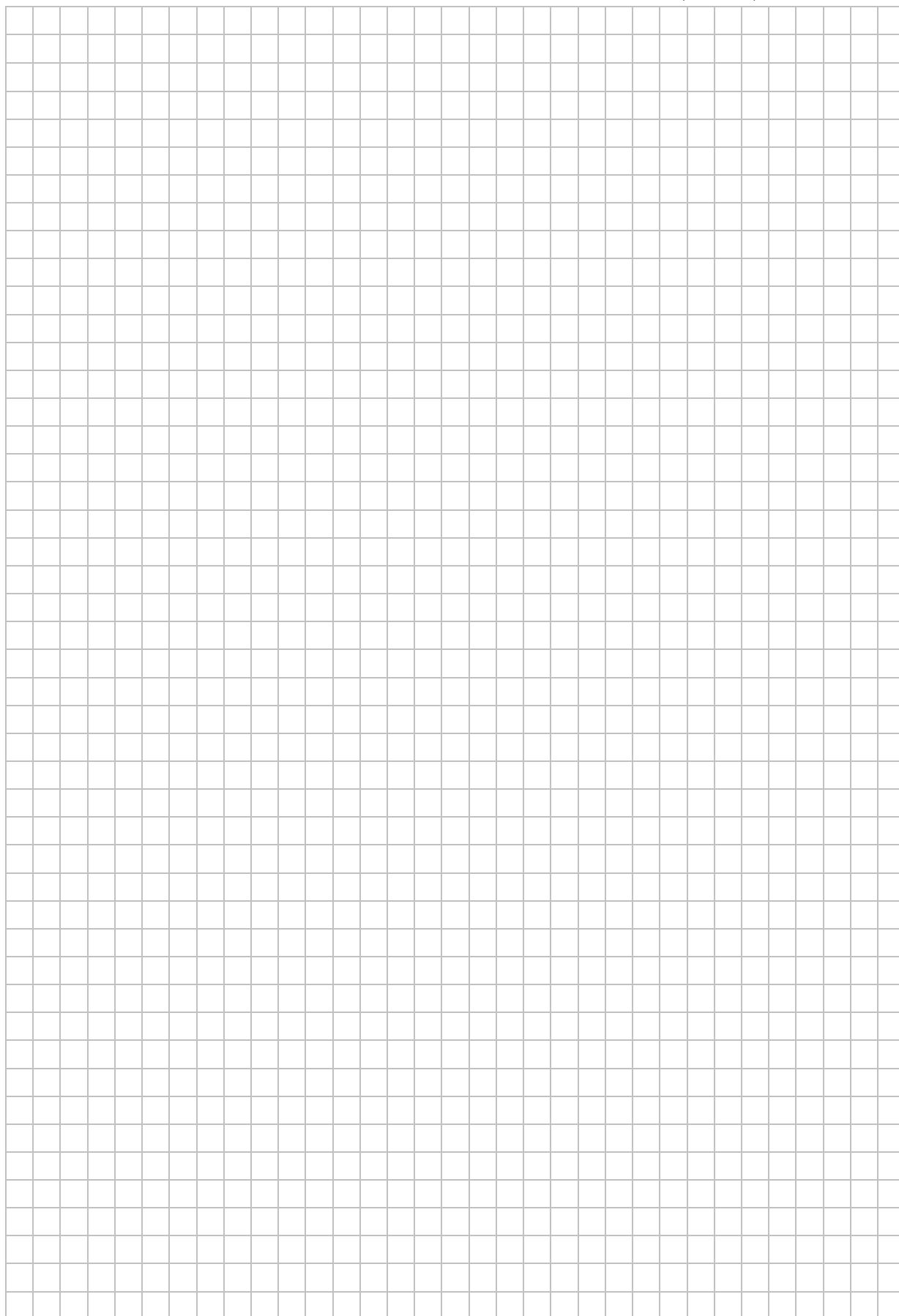
POZIOM ROZSZERZONY

3 MARCA 2012

CZAS PRACY: 180 MINUT

ZADANIE 1 (4 PKT.)

Wyznacz w zależności od parametru m liczbę rozwiązań równania $\left| \frac{1}{3^x} - 3 \right| + m = 0$.



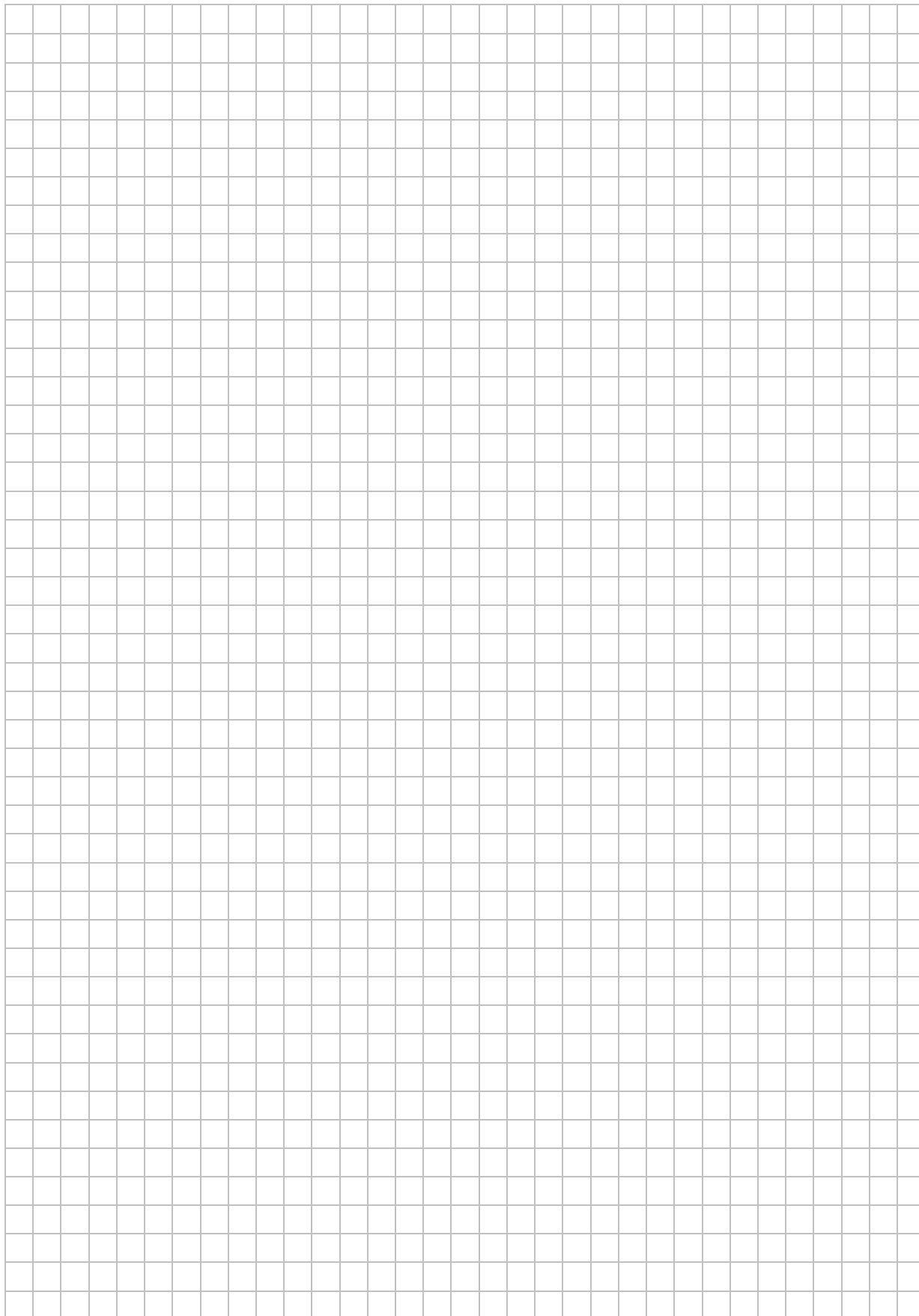
ZADANIE 2 (4 PKT.)

Udowodnij, że liczba $\underbrace{444\dots4}_n \underbrace{888\dots8}_n 889$ jest kwadratem liczby naturalnej.



ZADANIE 3 (4 PKT.)

Punkt H jest punktem wspólnym wysokości trójkąta ostrokątnego ABC wpisanego w okrąg o promieniu 12. Oblicz promień okręgu opisanego na trójkącie ABH .



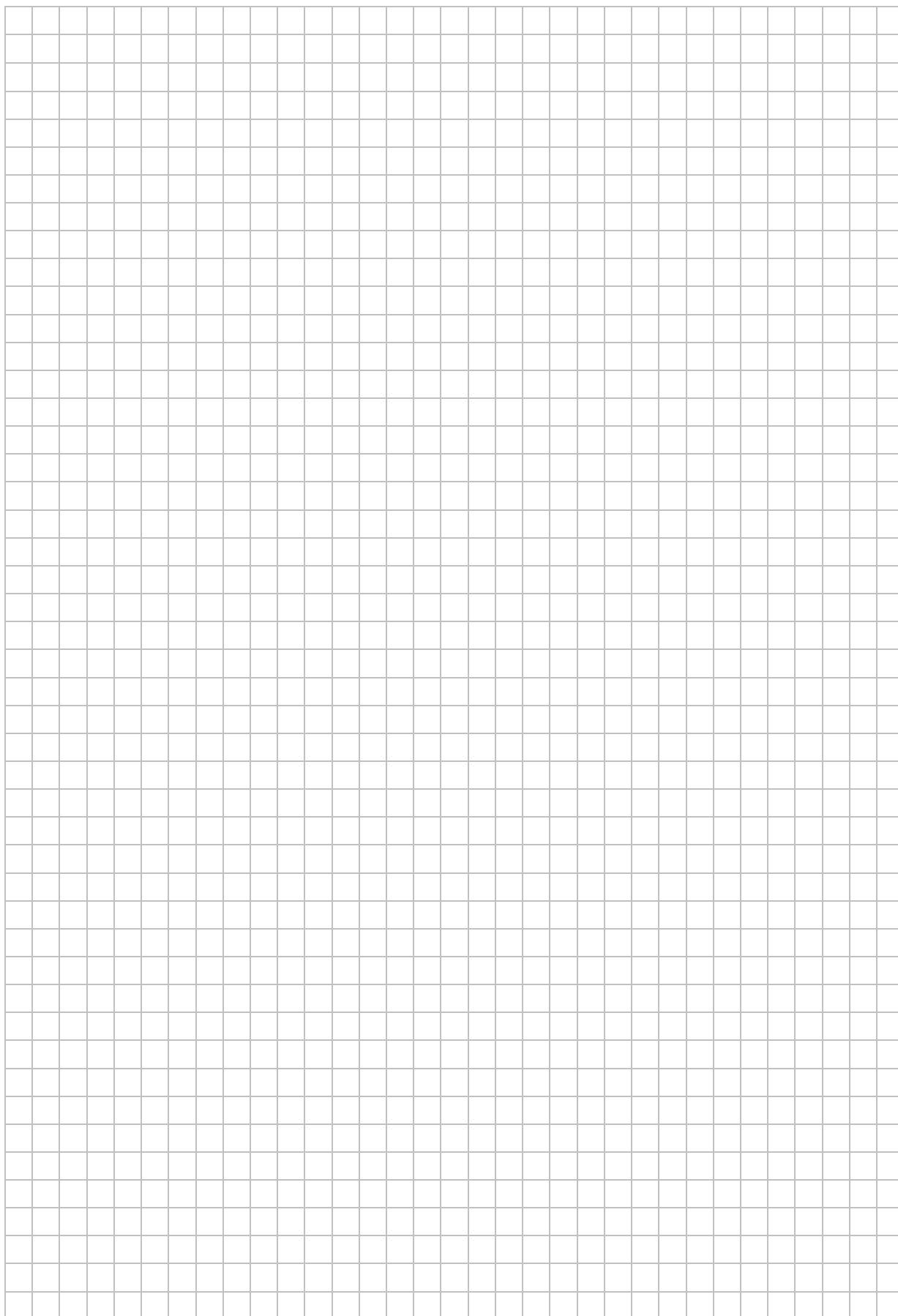
ZADANIE 4 (5 PKT.)

Wyznacz wszystkie liczby $m \in \mathbb{R}$, dla których równanie $x^2 + mx + (2m + 1) = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1 i x_2 takie, że $x_1^3 + x_2^3 = 26$.



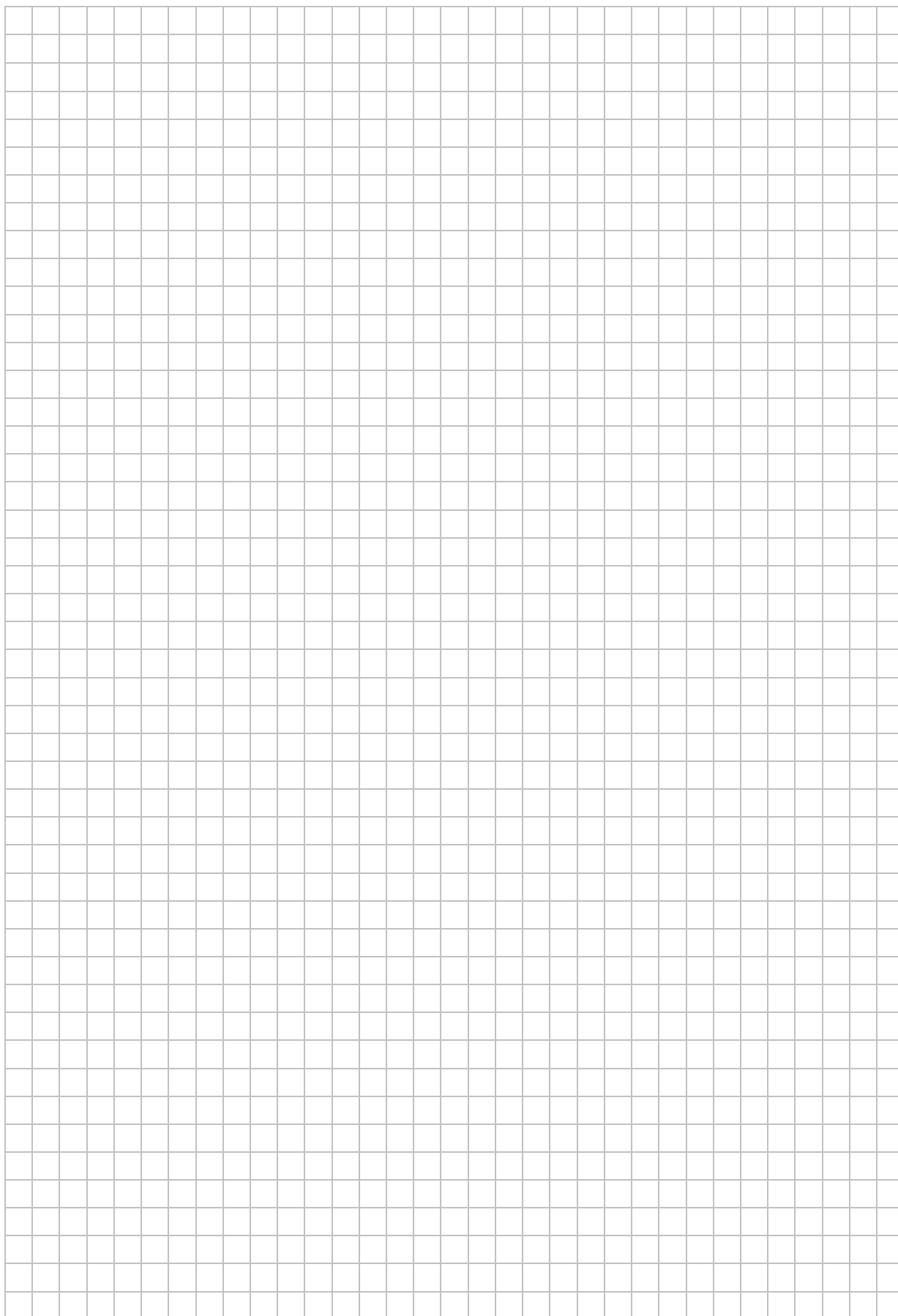
ZADANIE 5 (4 PKT.)

Oblicz sumę wszystkich liczb czterocyfrowych, które przy dzieleniu przez 23 dają resztę 7.



ZADANIE 6 (4 PKT.)

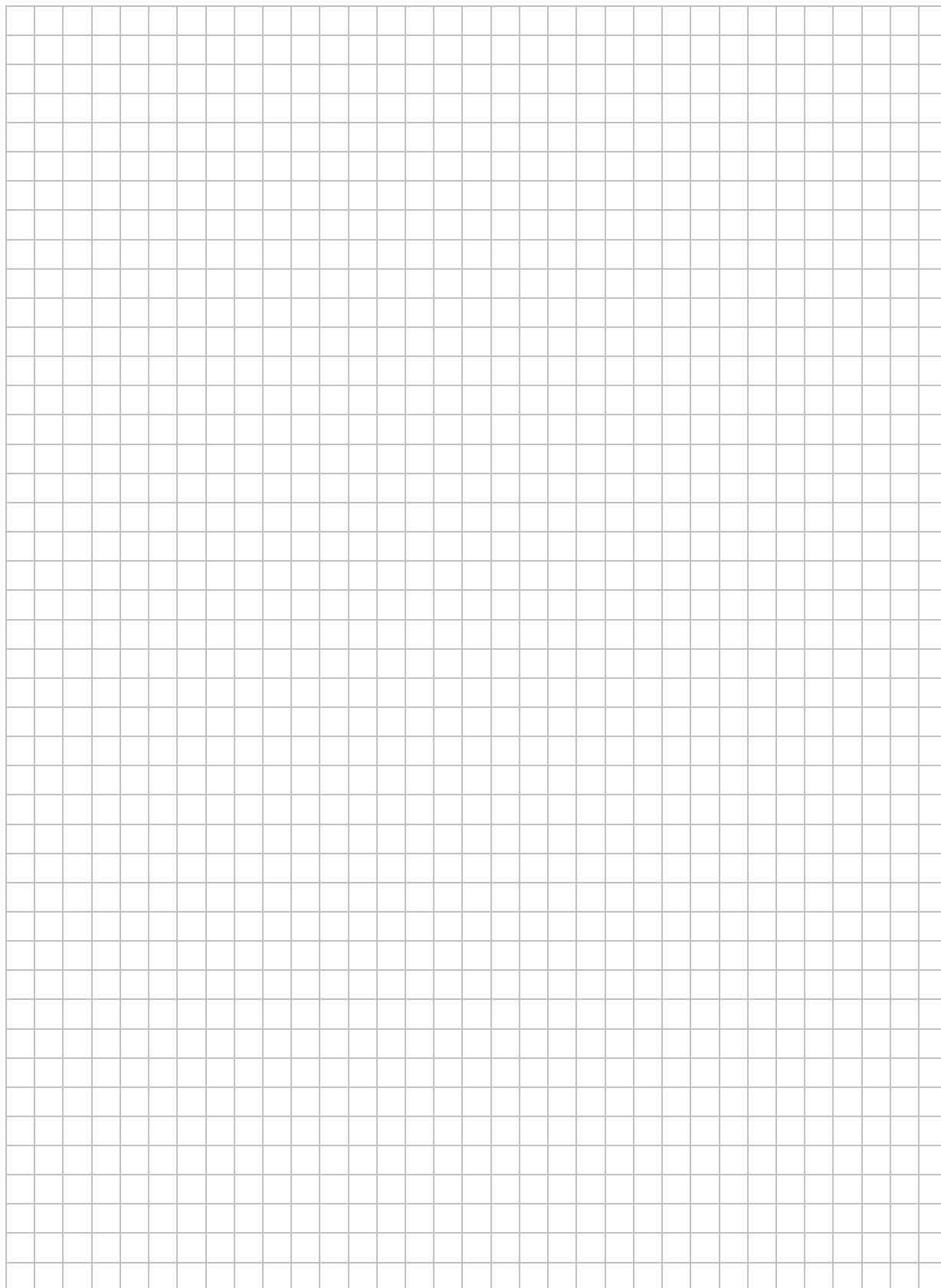
Rozwiąż równanie $3 + \sin x \operatorname{tg}^2 x = \operatorname{tg}^2 x + 3 \sin x$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



ZADANIE 7 (4 PKT.)

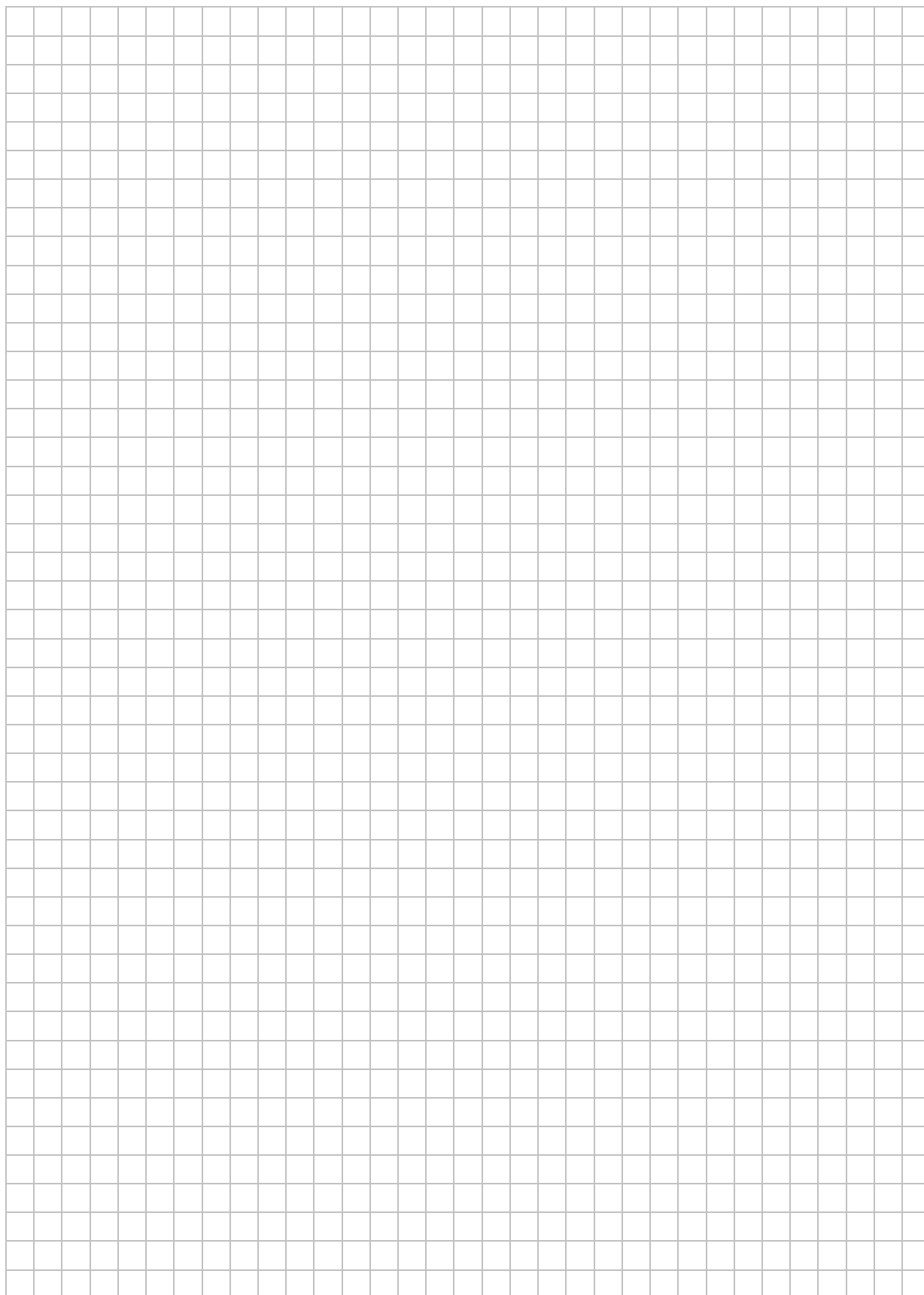
Uzasadnij, że jeżeli liczby niezerowe a, b, c spełniają warunek $a^3 + b^3 = 2c^3$ to

$$\frac{1}{a^2 + ac + c^2} + \frac{1}{c^2 + cb + b^2} = \frac{2}{a^2 + ab + b^2}.$$



ZADANIE 8 (4 PKT.)

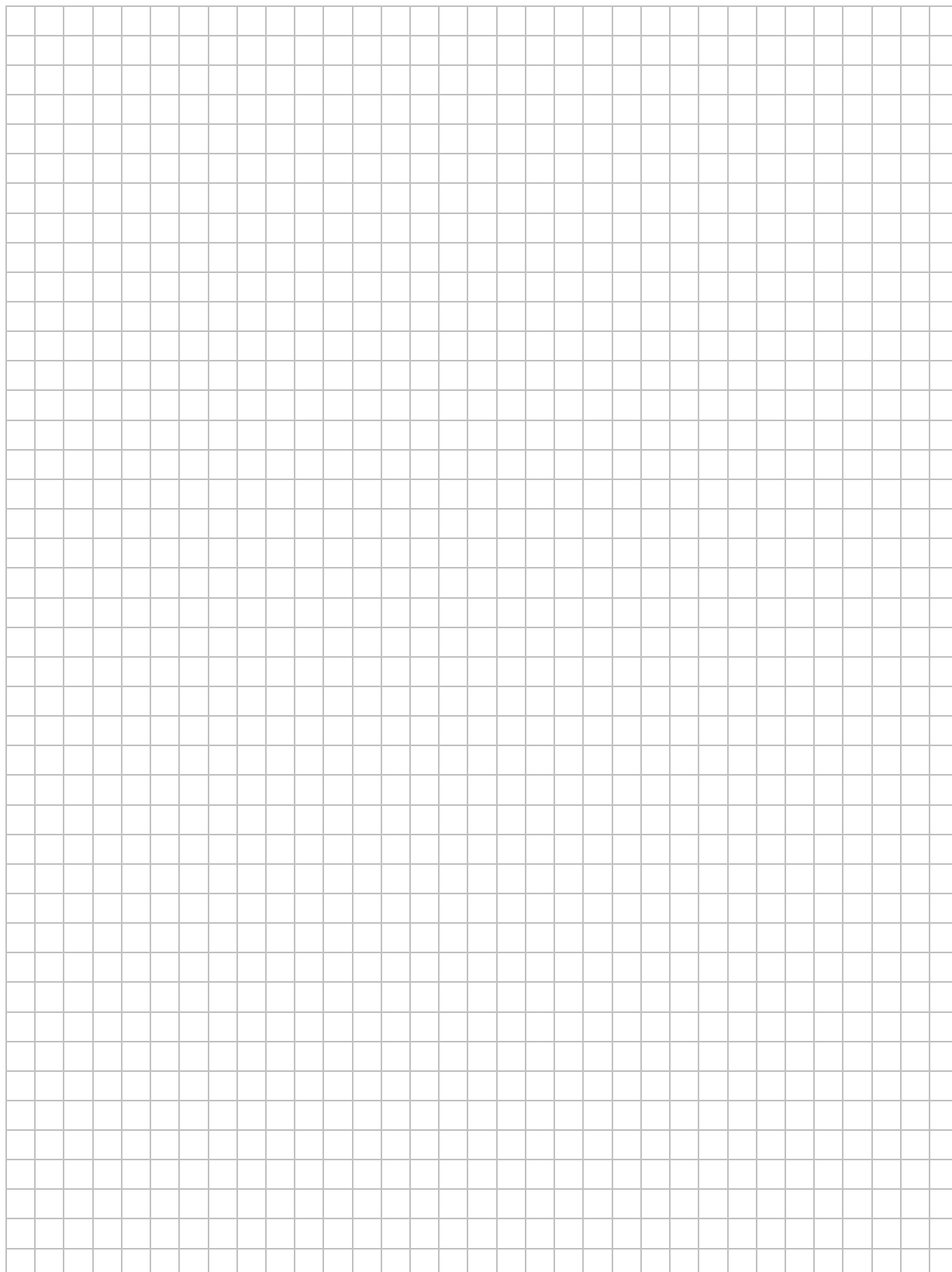
Trójkąt równoramienny o obwodzie 12 obraca się wokół swojej osi symetrii. Oblicz dla jakich długości boków trójkąta otrzymamy stożek, w którym różnica między polem powierzchni bocznej, a polem podstawy jest największa. Oblicz objętość tego stożka.

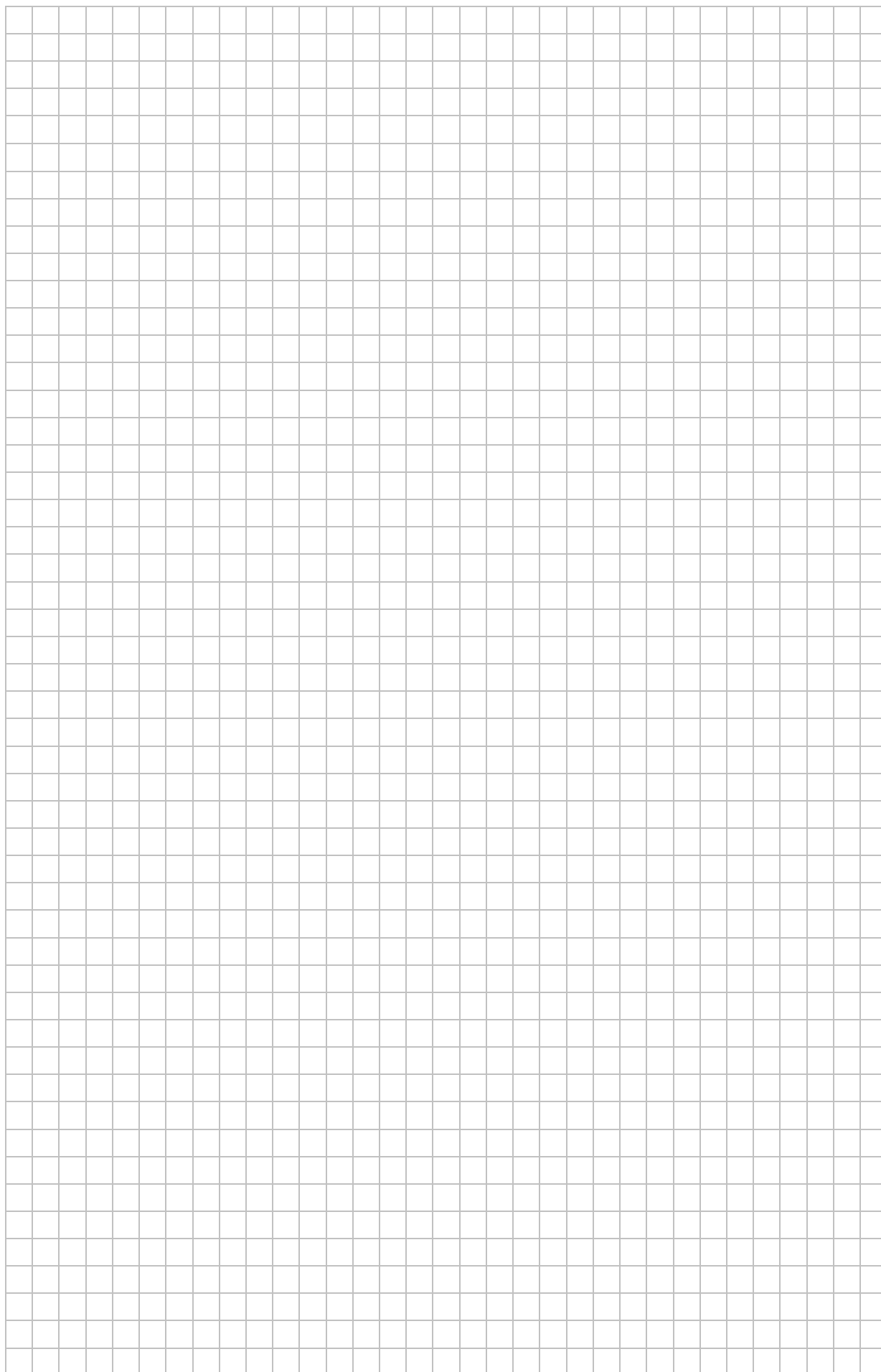


ZADANIE 9 (6 PKT.)

W trapezie $ABCD$, w którym $AB \parallel CD$, dane są wierzchołki $A = (1, 1)$, $B = (2, 4)$ oraz punkt przecięcia przekątnych $S = (-1, 3)$. Pole trapezu jest równe 36.

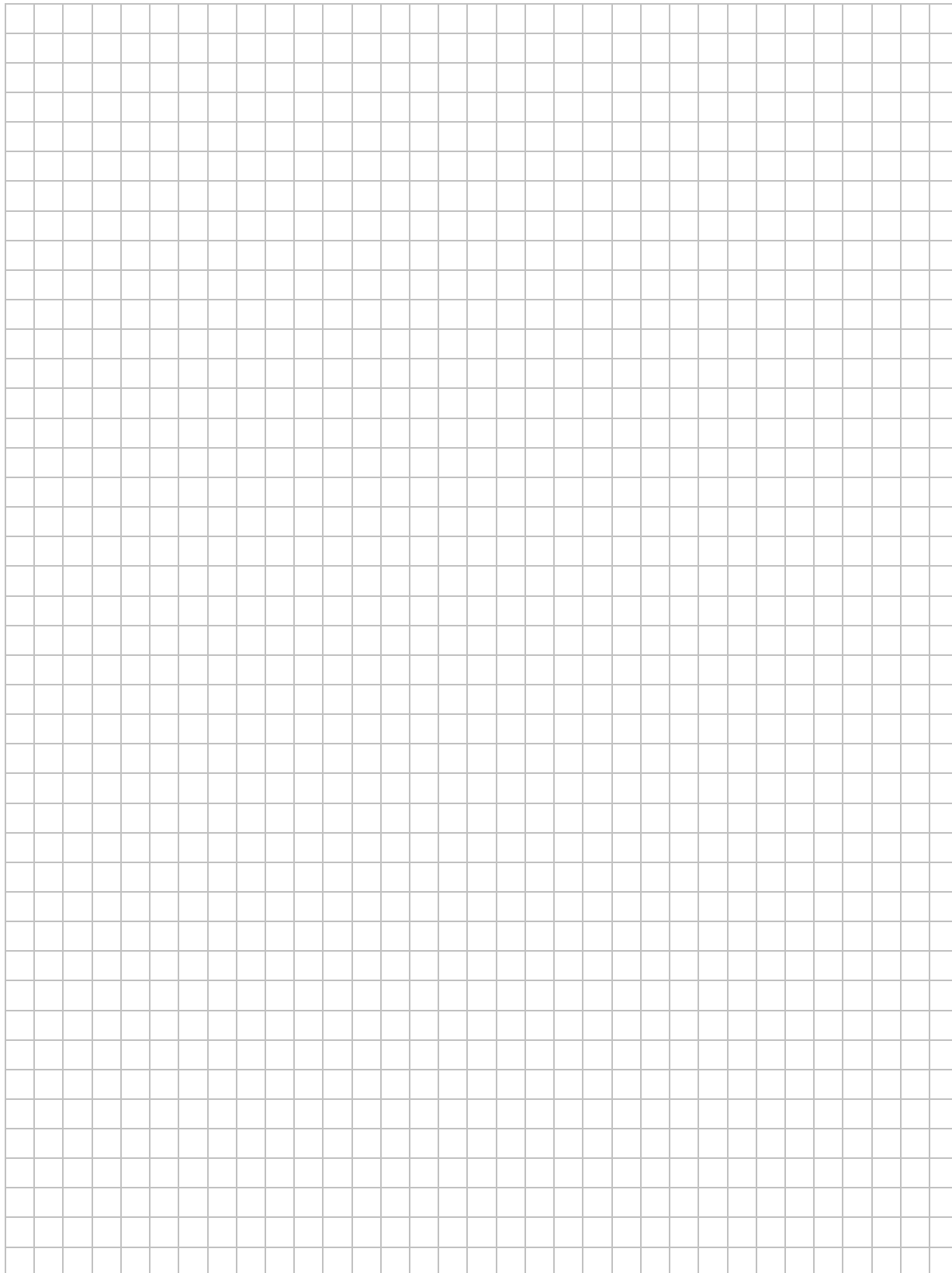
- a) Oblicz długość podstawy CD .
- b) Wyznacz współrzędne wierzchołków C i D .





ZADANIE 10 (5 PKT.)

Danych jest 5 pudełek ponumerowanych liczbami od 1 do 5. W każdym pudełku znajduje się 20 kul ponumerowanych liczbami od 1 do 20. Z każdego pudełka wybieramy jedną kulę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że każda z wylosowanych liczb jest mniejsza od wszystkich liczb wylosowanych z pudełek o większych numerach. Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.



ZADANIE 11 (6 PKT.)

Podstawą ostrosłupa jest trójkąt równoramienny o ramieniu długości 10 i podstawie długości 12. Wszystkie krawędzie boczne ostrosłupa mają długość 7. Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.

