

Kod ucznia.....



Nazwisko i imię



MATEMATYKA

23 MAJA 2018

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 16 stron (zadania 1-16). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–5) przenieś na kartę odpowiedzi, zaznaczając je w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj pola  do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (7–16) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj **tylko długopisu lub pióra** z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój kod (nazwisko i imię - **zgodnie z ustaleniami szkolnymi**).
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

Czas pracy:
180 minut**KL 2***Życzymy powodzenia!*Liczba punktów
do uzyskania: **50**

W zadaniach o numerach od 1 do 5 wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź

Zadanie 1. (1pkt)

Oblicz $\log_{ab} x$ jeżeli $\log_a x = 2$ i $\log_b x = 3$

- A. 6 B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{6}{5}$ D. $\frac{5}{6}$

Zadanie 2. (1pkt)

$$\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}} = x$$

- A. $x = 2\sqrt{3}$ B. 7 C. 4 D. $x = 4\sqrt{3}$

Zadanie 3. (1pkt)

Oblicz granicę ciągu: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+7}{8n+4} + \frac{3n-4}{6n+5} \right)$

- A. $\frac{6}{14}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{7}{8}$

Zadanie 4. (1pkt)

Jeżeli $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ i $\alpha \in \left(\pi; \frac{3}{2}\pi \right)$ wtedy prawdziwe jest:

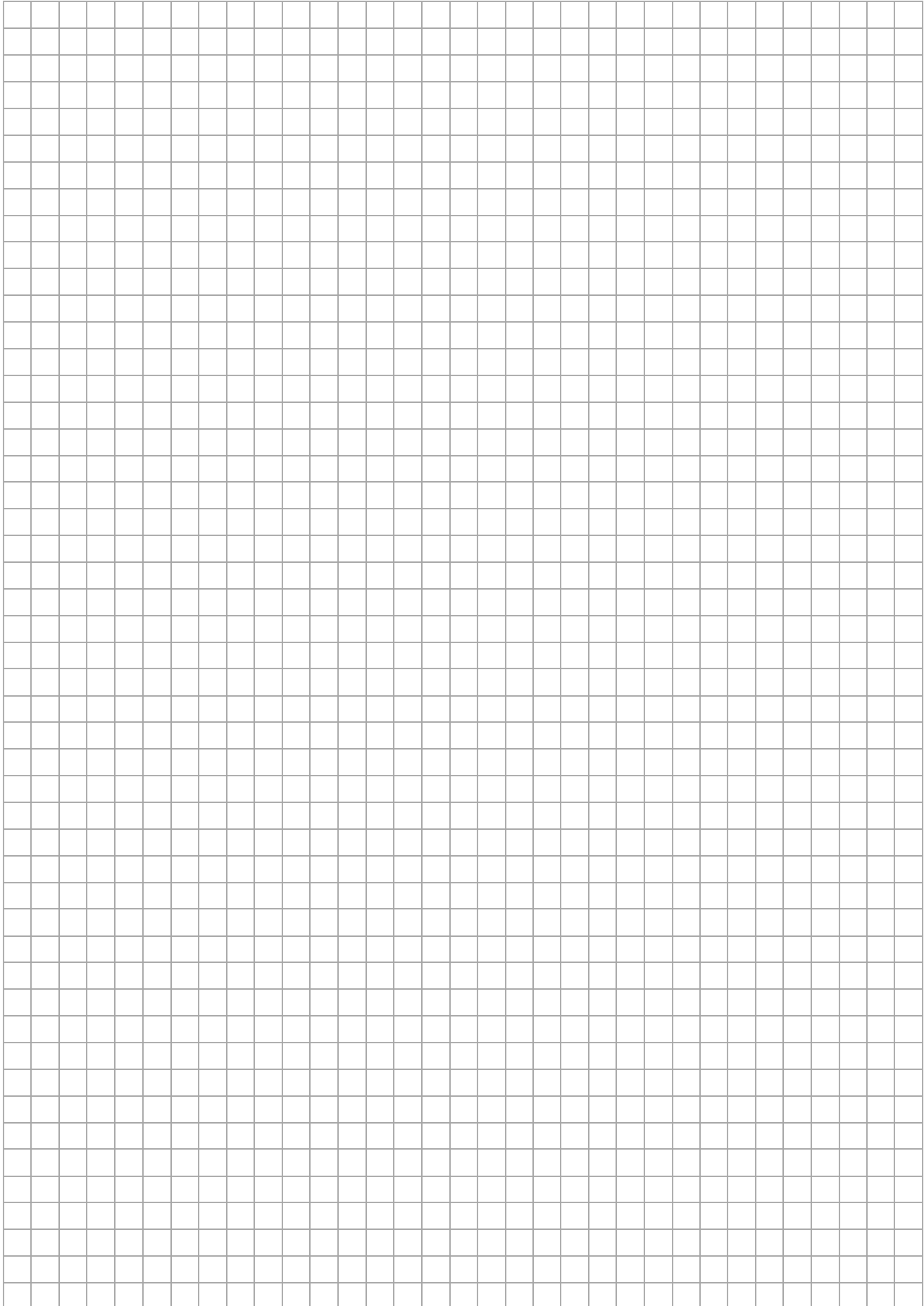
- A. $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{7}{5}$ B. $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{4}{3}$ C. $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{4}$ D. $\sin \alpha - \cos \alpha = -\frac{1}{5}$

Zadanie 5. (1pkt)

Ile rozwiązań ma równanie: $||2x + 5| - 4| = 3$ jest:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

BRUDNOPIS



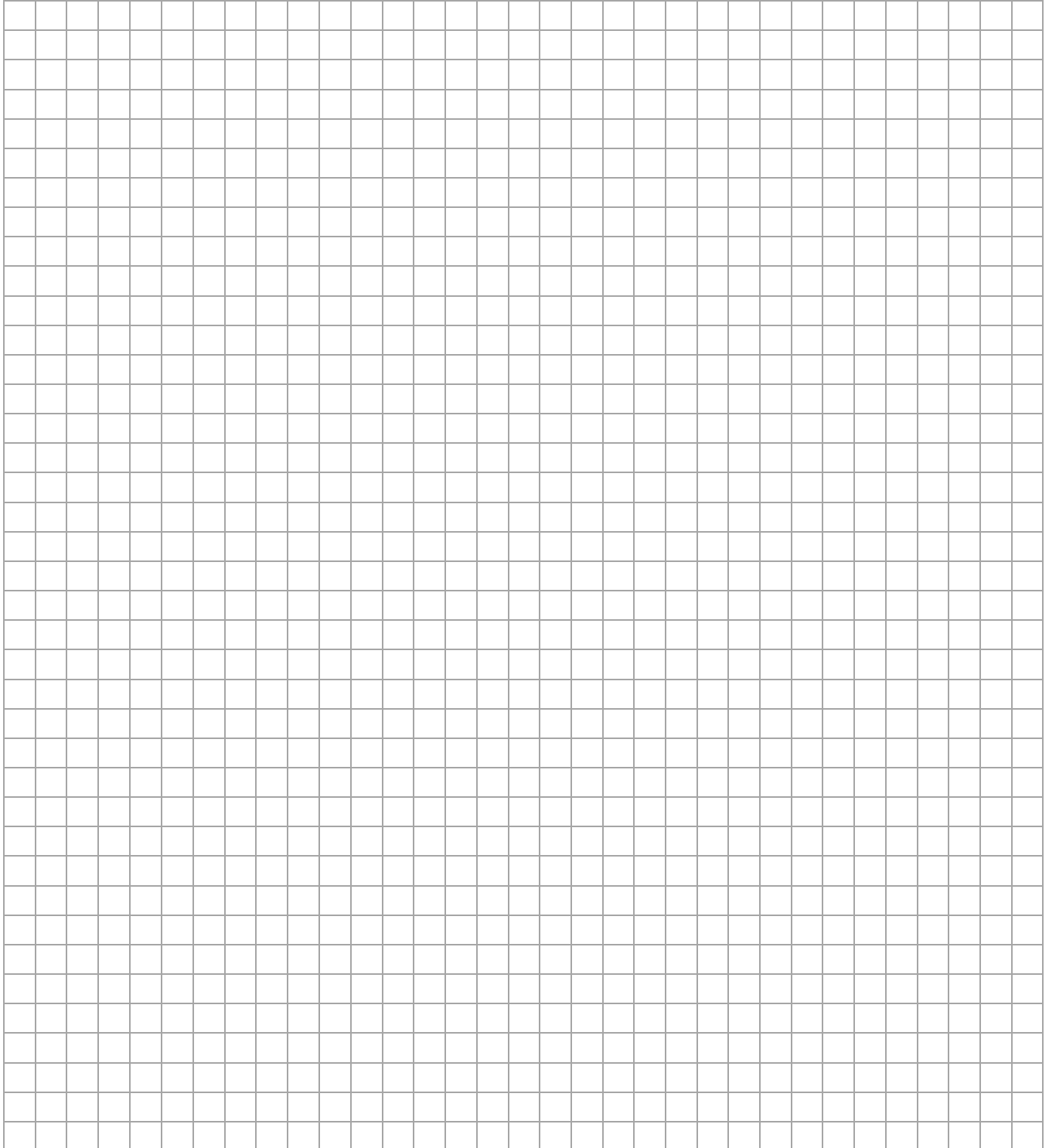
W zadaniu 6 zakoduj we wskazanym miejscu wynik zgodnie z poleceniem.

Zadanie 6. (2p)

Wiedząc, że $\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = 3$. Oblicz wartość wyrażenia : $\sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}}$.

Wynik zakoduj.

jedności	dziesiątne	setne

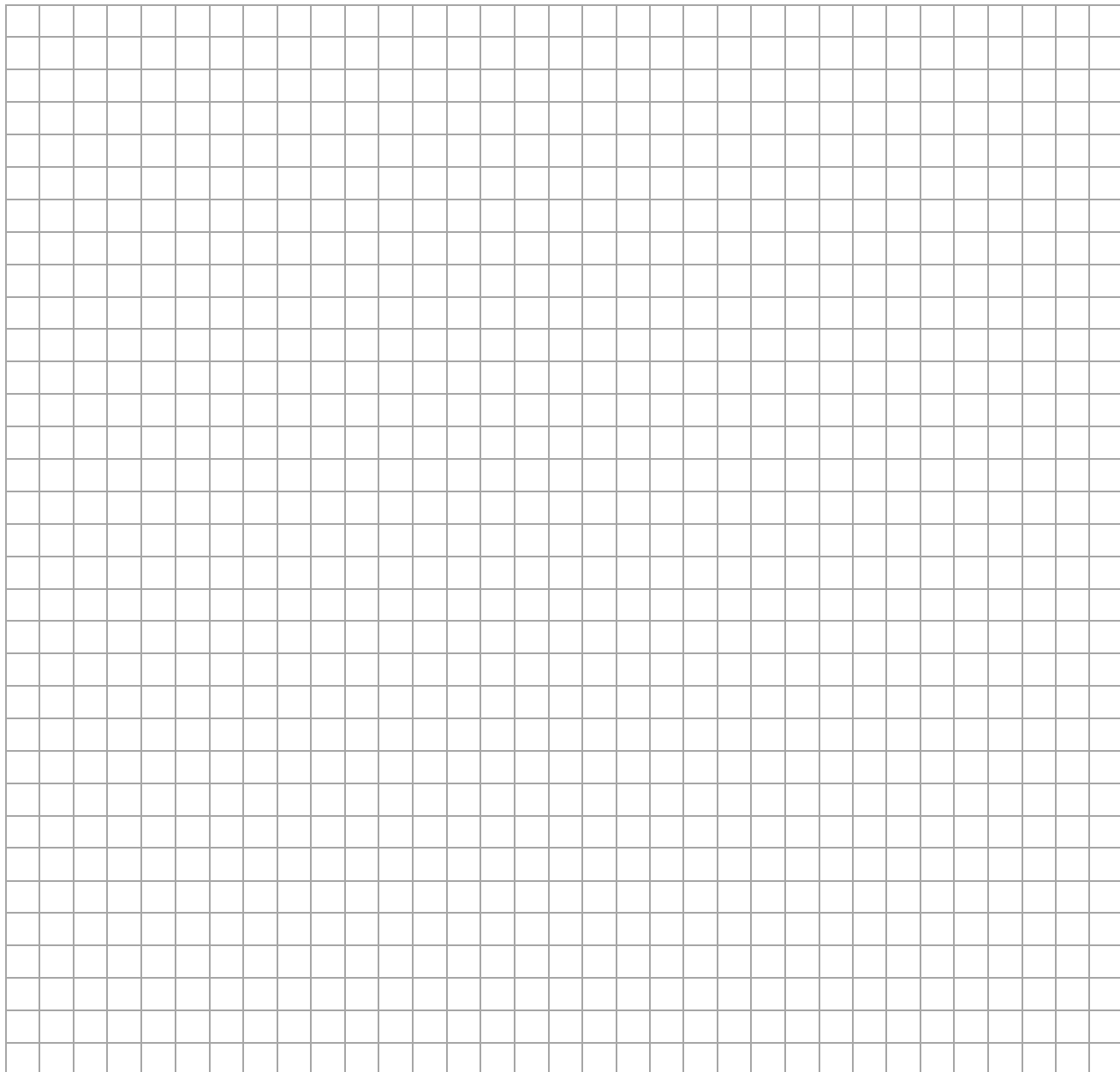


Rozwiązania zadań od 7 do 16 należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 7. (2p)

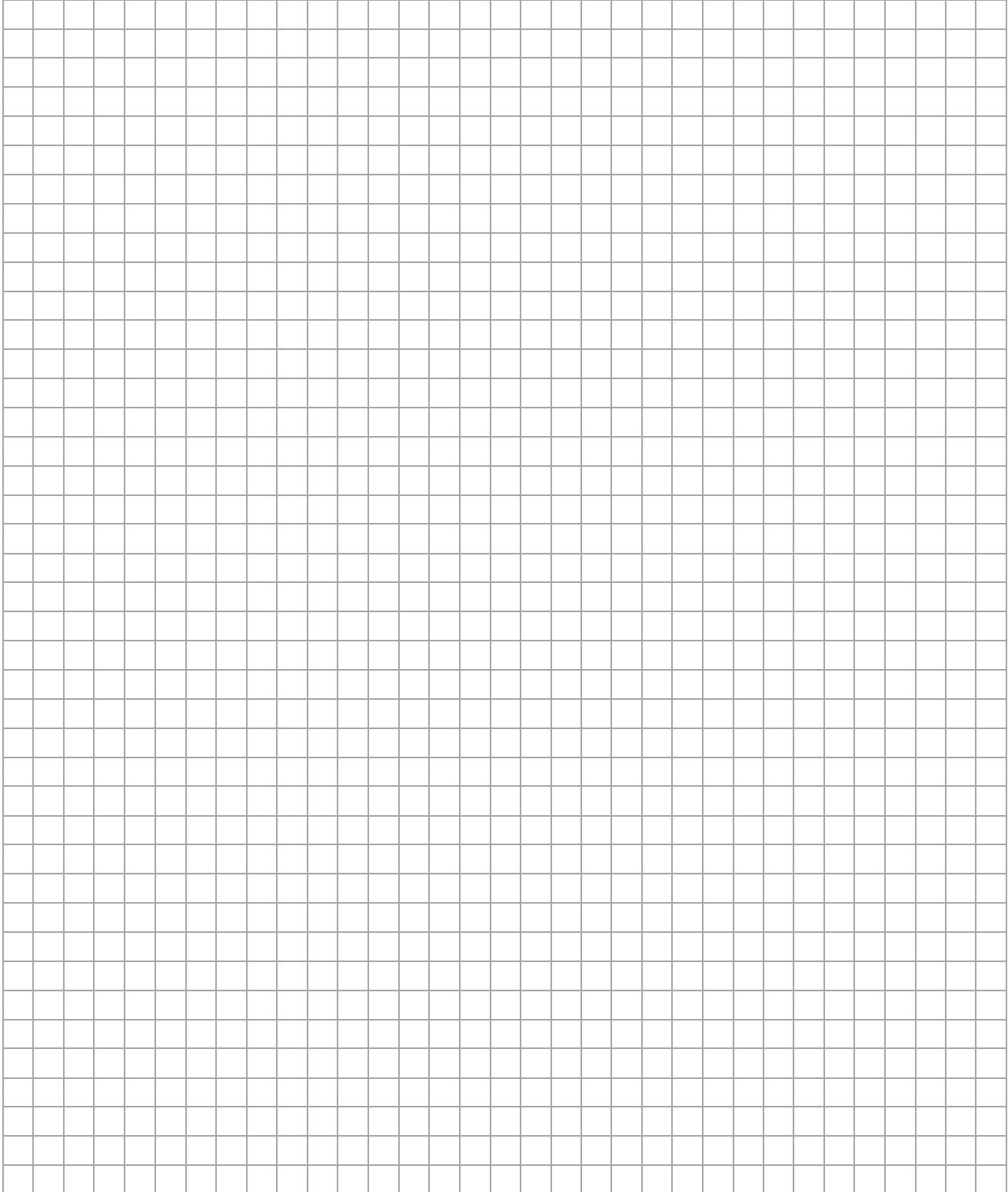
Wykaż, że dla dowolnych dodatnich liczb x, y, z spełniona jest nierówność:

$$(x + y + z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \geq 9$$



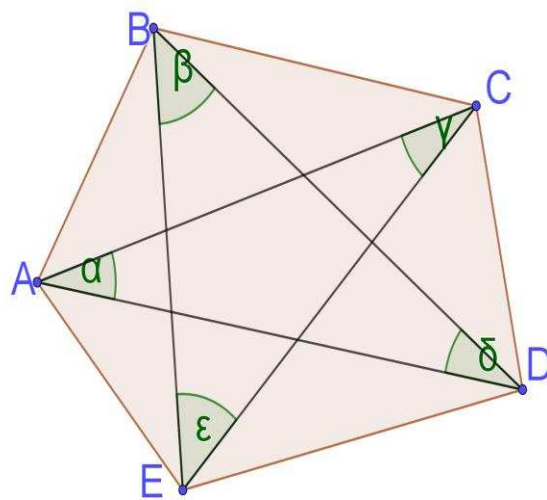
Zadanie 8. (3pkt)

Wykaż, że jeżeli każda przekątna czworokąta wypukłego dzieli go na dwa trójkąty o równych polach, to ten czworokąt jest równoległobokiem.



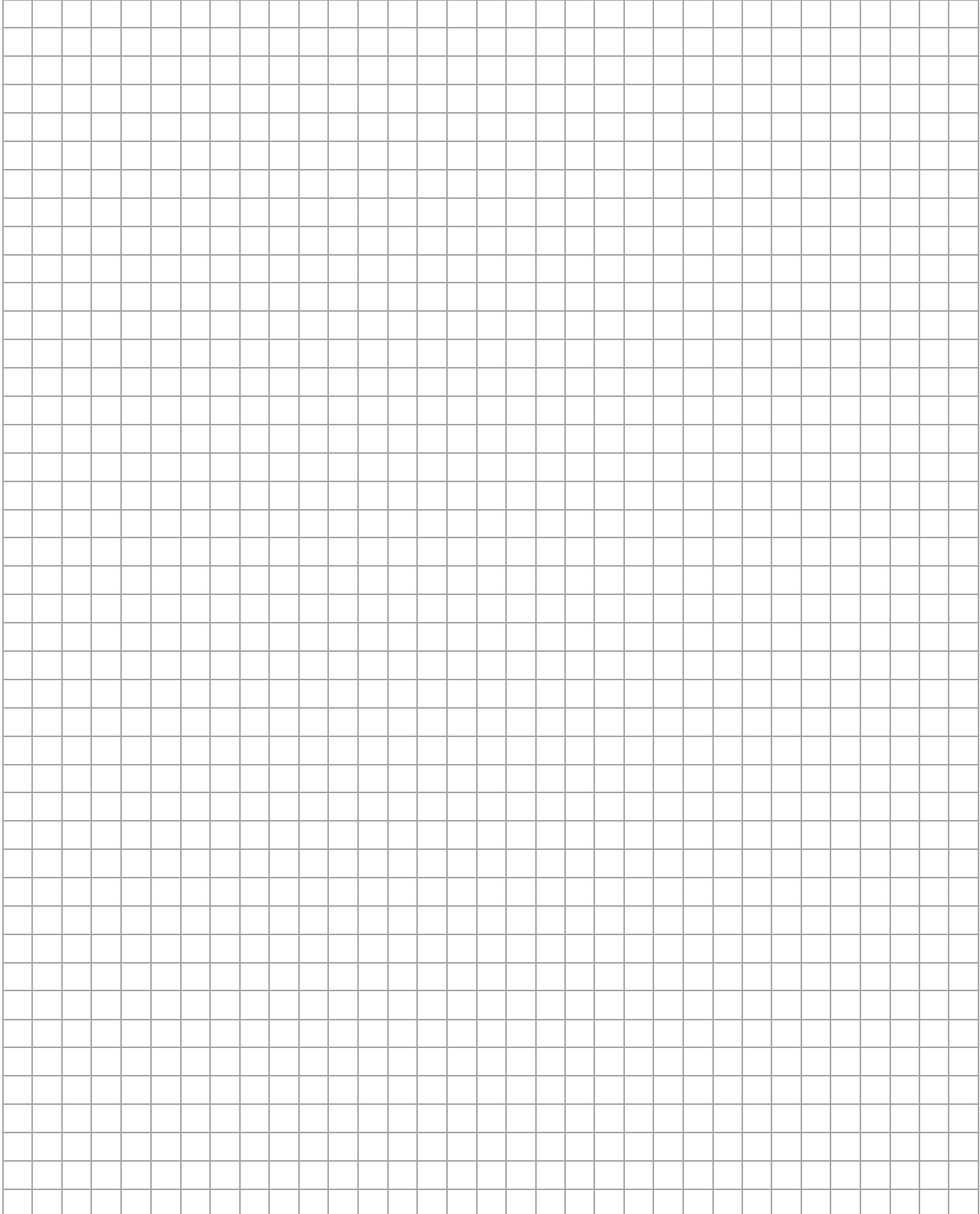
Zadanie 9. (3p).

Oblicz sumę miar kątów utworzonych przez przekątne pięciokąta wypukłego.



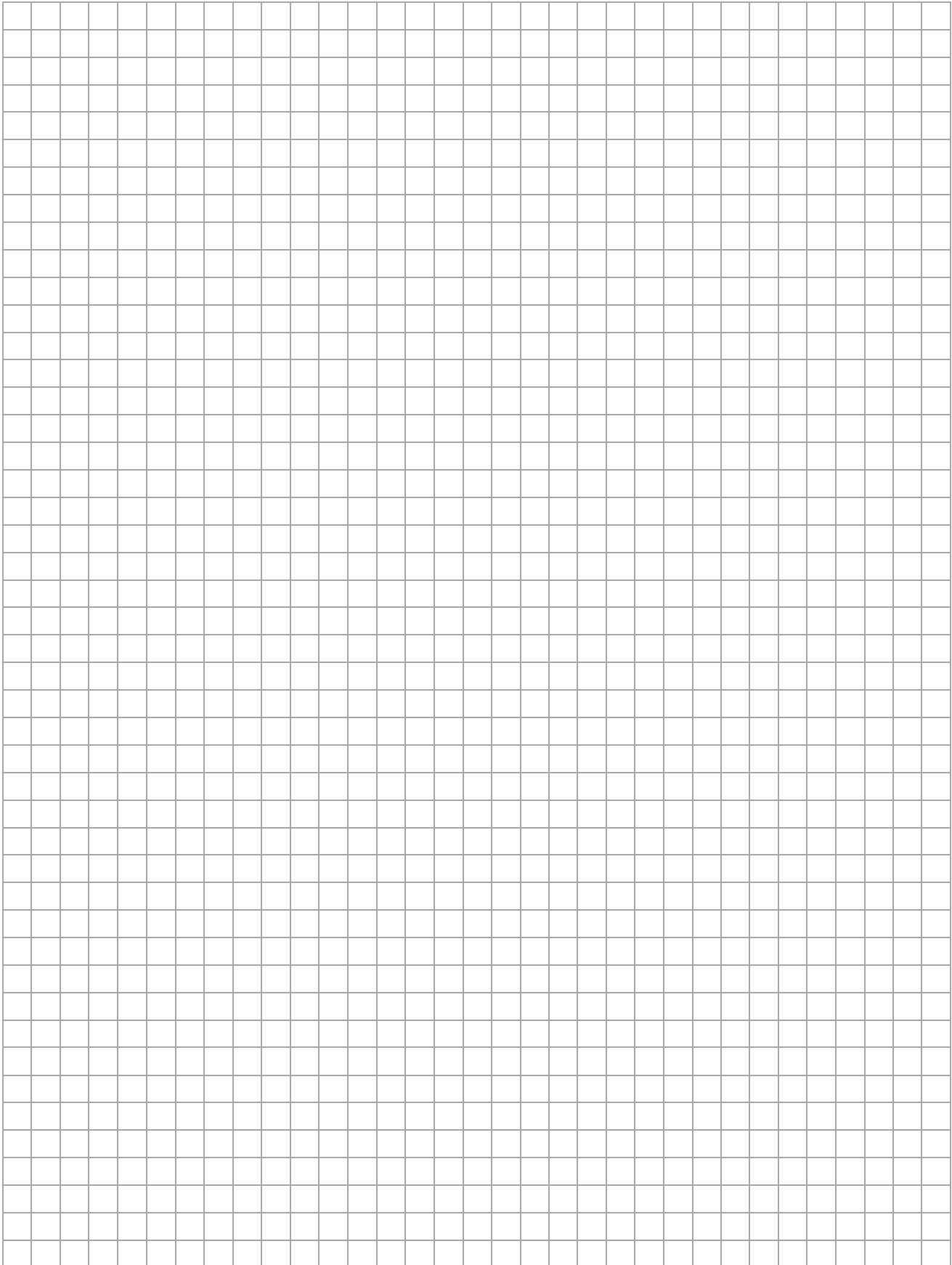
Zadanie 10. (4p).

Dla jakiej wartości parametru m funkcje $f(x) = x^2 + mx + 1$ $g(x) = x^2 + x + m$
mają wspólne miejsce zerowe?



Zadanie 11. (3p).

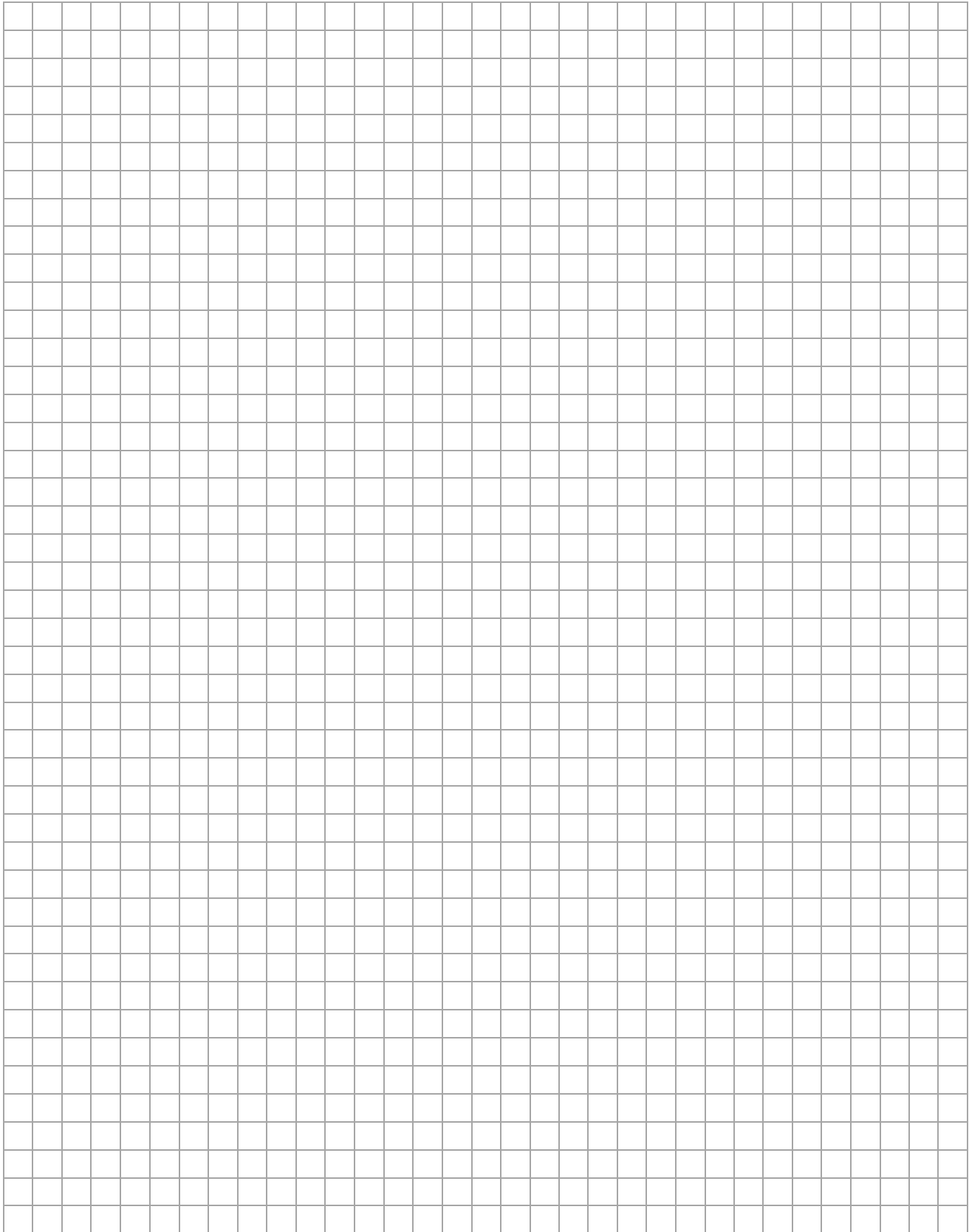
Wykaż, że równanie $x^4 + x^3 + x^2 - 3$ ma tylko jedno rozwiązanie które jest liczbą wymierną.



Zadanie 12. (5p).

Wyznacz wszystkie pary $(x; y)$ gdzie x i y są liczbami całkowitymi spełniającymi równanie:

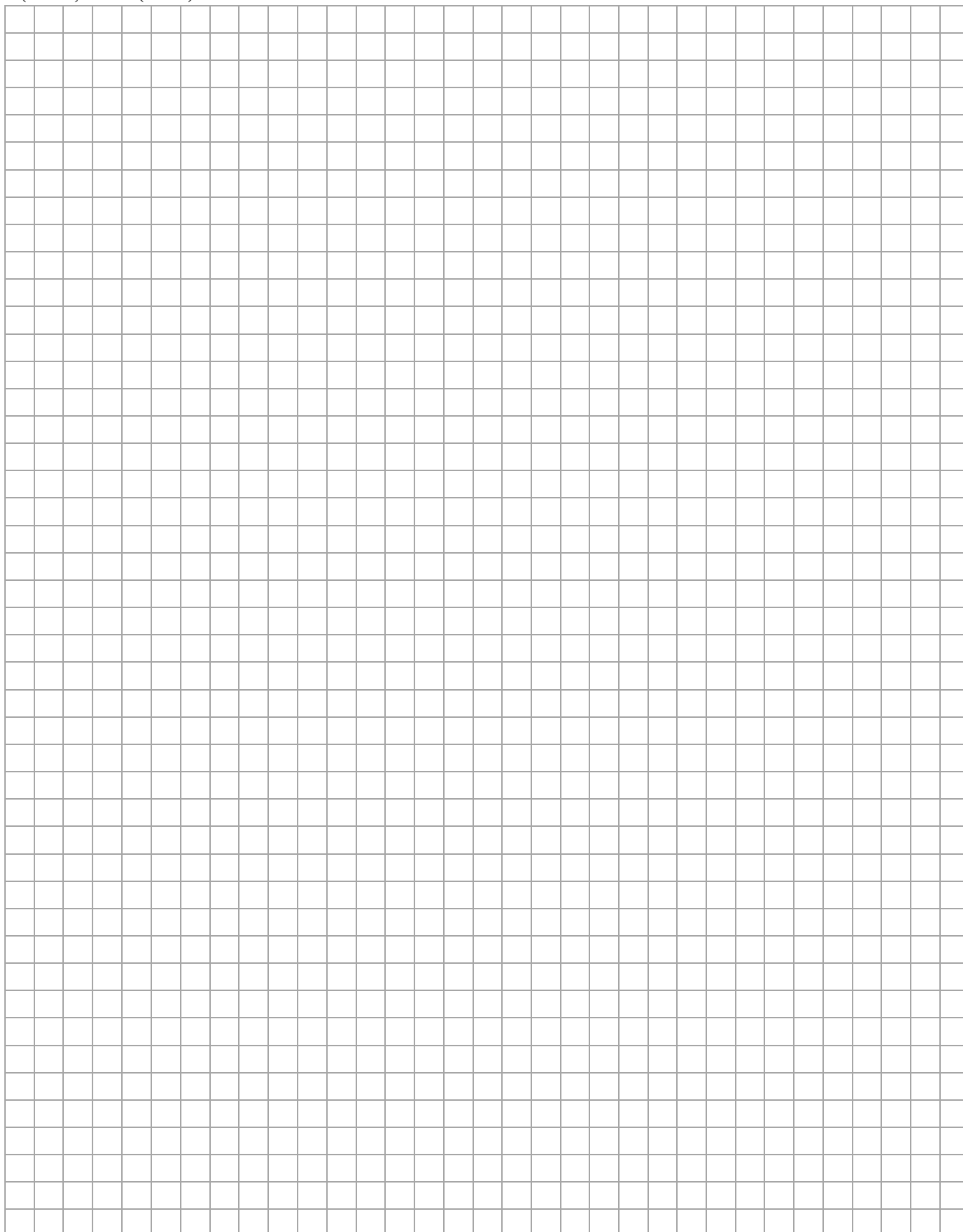
$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{2}$$



Zadanie 13. (6p).

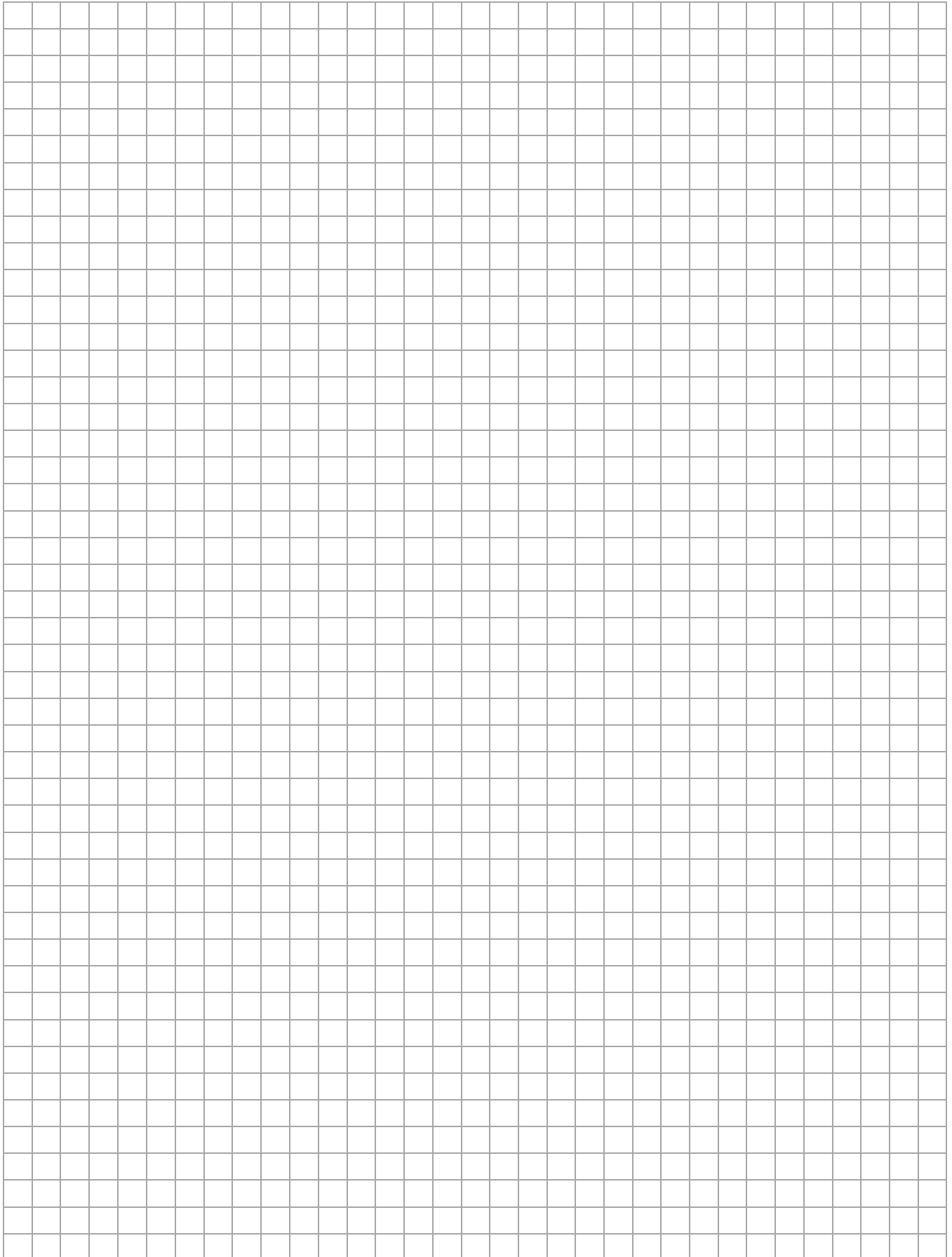
Dla jakiej wartości parametru m kwadrat sumy odwrotności pierwiastków nie jest mniejszy od 0,5

$$(2+m)x^2 + 2(1-m)x + m + 2 = 0$$



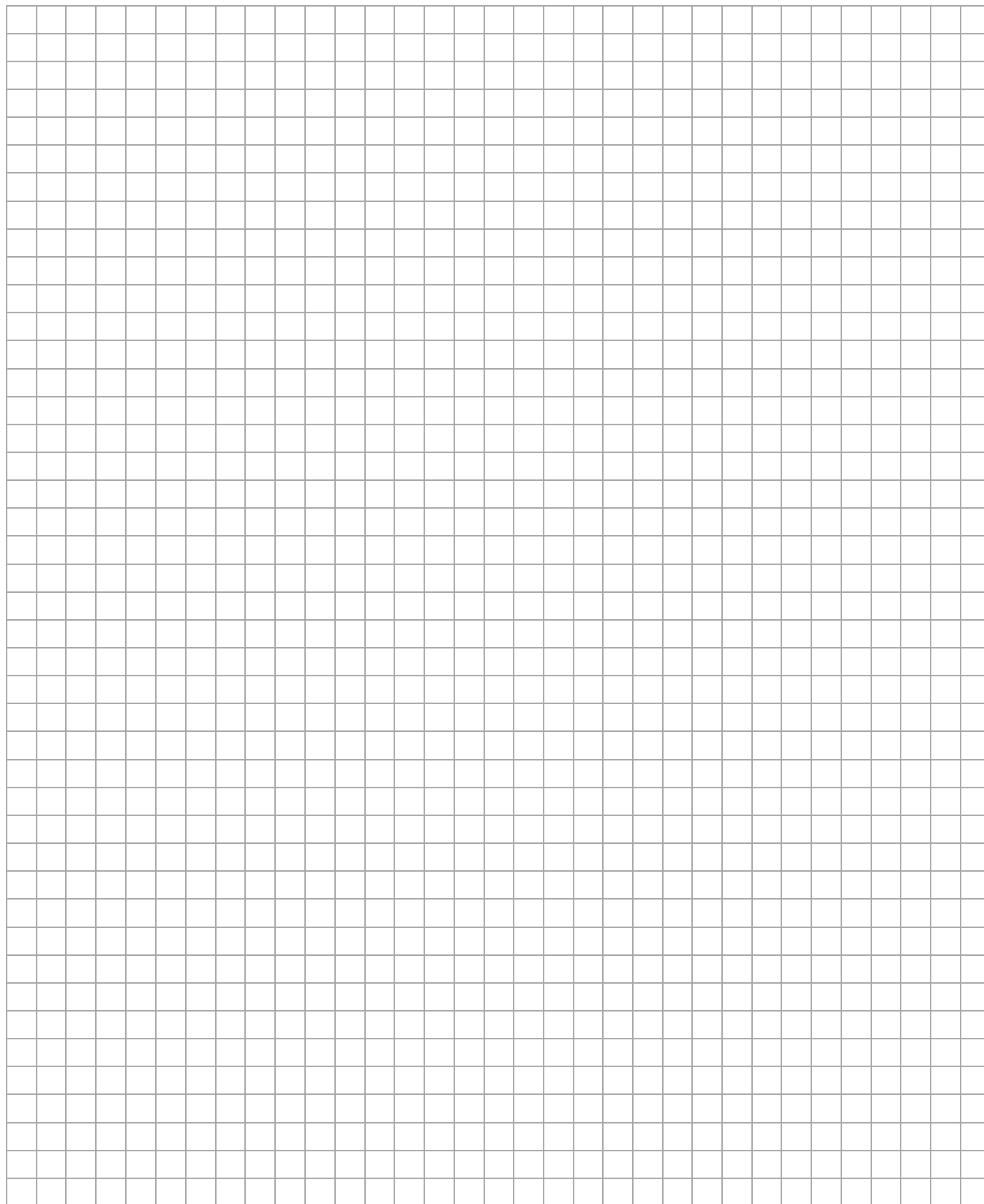
Zadanie 14. (5p).

Cztery liczby tworzy ciąg geometryczny, Jeżeli od pierwszej odejmiemy 2, od drugiej 3, od trzeciej 9, a od czwartej 25, to otrzymamy ciąg arytmetyczny . Znajdź te ciągi



Zadanie 15. (6p).

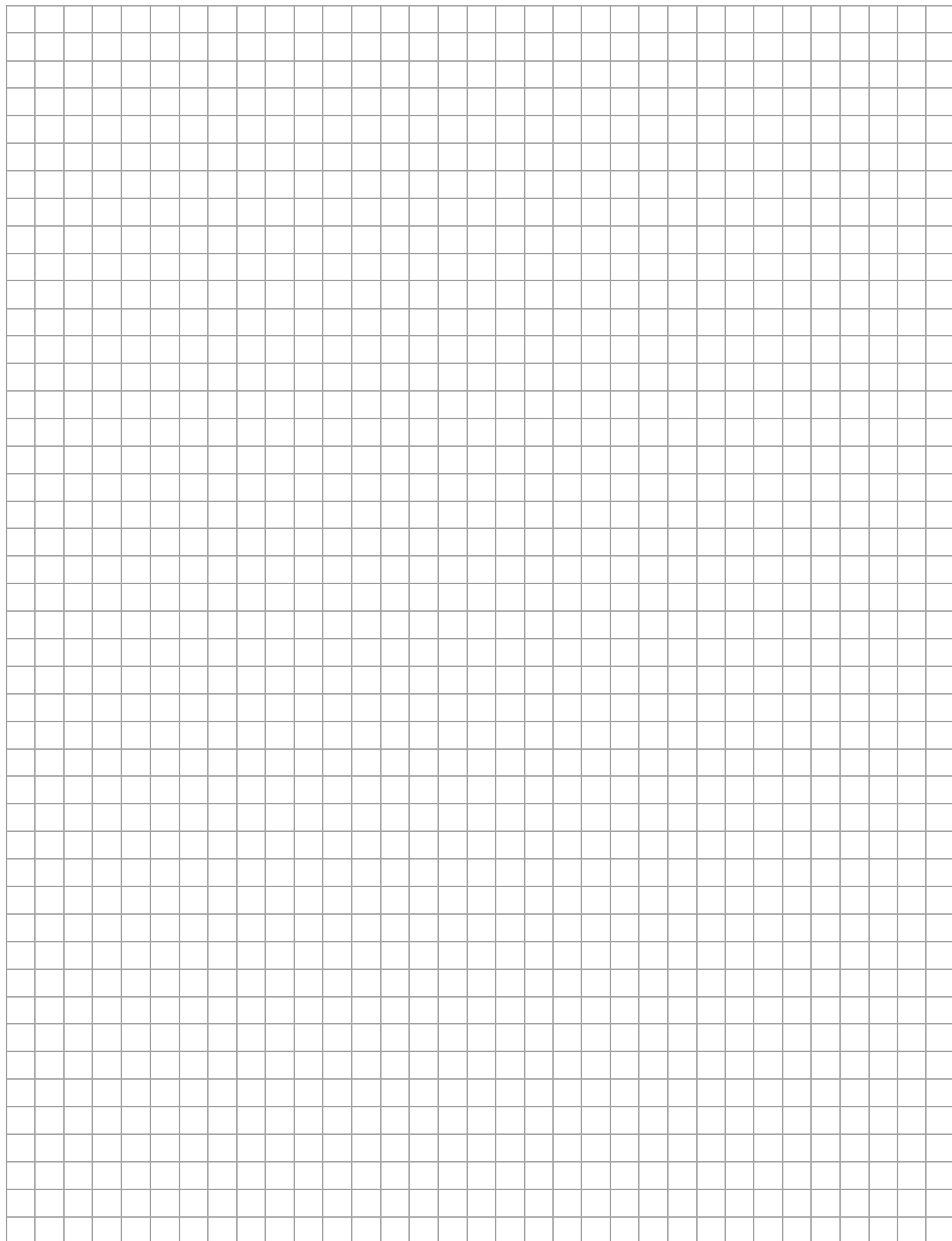
W $\triangle ABC$ boki AB i BC są równe. Okrąg którego średnicą jest wysokość CD trójkąta przecina boki trójkąta w punktach dzielących te boki w stosunku 5:3 licząc od wierzchołka C . Oblicz pole $\triangle ABC$ mając dane $|CD|=10$.

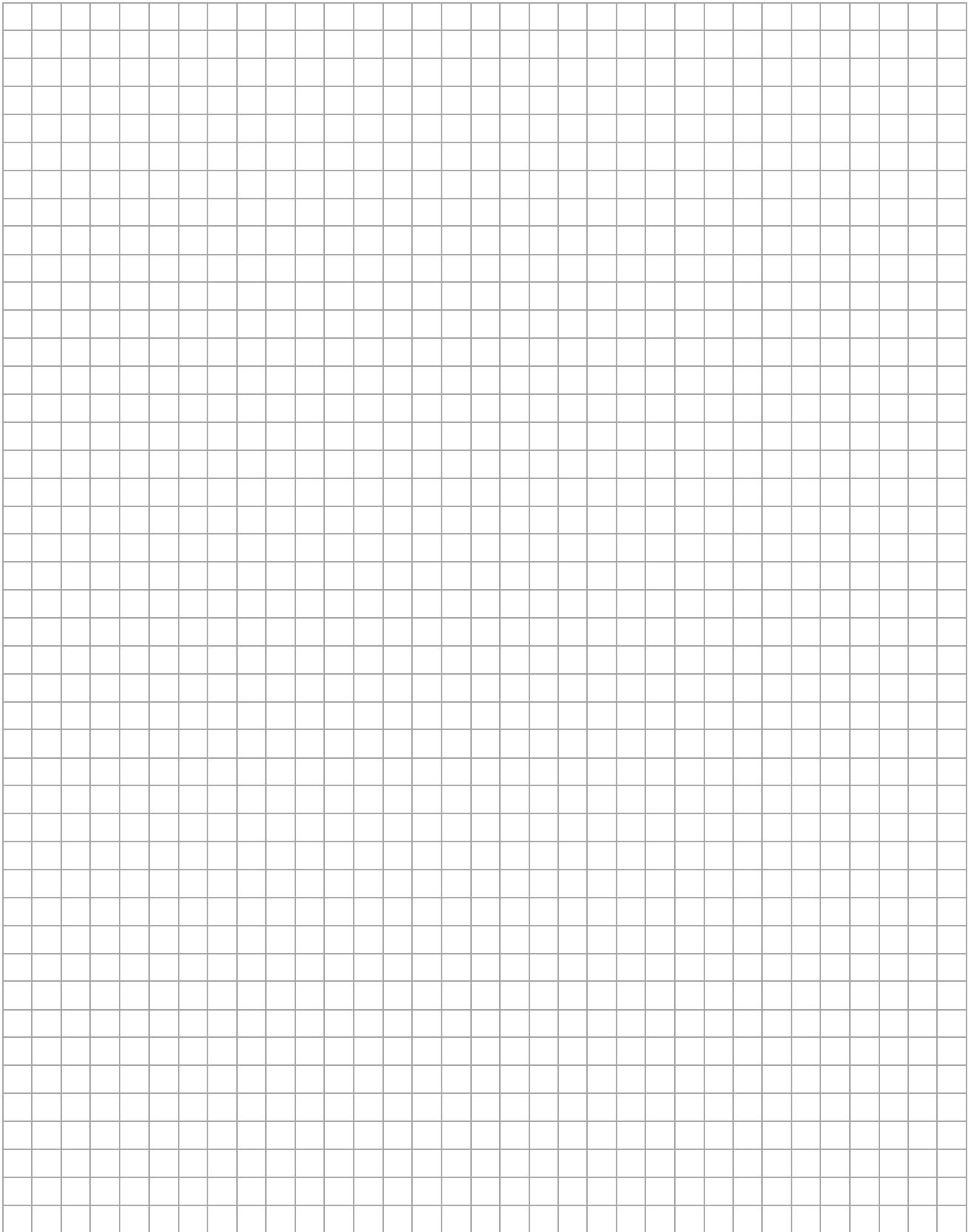


Zadanie 16. (6p).

Dana jest funkcja $f(x) = \frac{6}{x} + \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2} + \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 - 2}\right)^2 + \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 - 2}\right)^3 + \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 - 2}\right)^4 + \dots$

Wyznacz dziedzinę i miejsca zerowe funkcji.



BRUDNOPIS

WYPEŁNIA PISZĄCY

Nr zadania	A	B	C	D
1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Suma punktów
zadania zamknięte**

--	--

WYPEŁNIA SPRAWDZAJĄCY

Nr zadania	0	2
6.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Nr zadania	0	1	2	3	4	5	6
7.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Suma punktów
zadania otwarte**

--	--

**Suma punktów
razem**

--	--