

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1. – 5. wybierz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0 – 1)

Wiemy, że $x - y = 2\sqrt{2}$ i $x^2 + y^2 = 4$. Wartość wyrażenia $x^3 - y^3$ jest równa:

- A. $4\sqrt{2}$ B. $10\sqrt{2}$ C. $12\sqrt{2}$ D. $16\sqrt{2}$

Zadanie 2. (0 – 1)

Wskaż liczbę rozwiązań równania $||x + 1| + 2| = 3$:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Zadanie 3. (0 – 1)

Obrazem punktu $P = (-2, 3)$ w jednokładności o środku w punkcie S i skali $k = -2$ jest punkt $P' = (-5, 6)$. Zatem punkt S ma współrzędne:

- A. $(9, -12)$ B. $(-3, 4)$ C. $(4, -3)$ D. $(-4, 5)$

Zadanie 4. (0 – 1)

Zbiorem rozwiązań równania $x^2 + x^3 + x^4 + \dots = 1\frac{1}{3}$, którego lewa strona jest szeregiem geometrycznym zbieżnym jest:

- A. $\{-2; \frac{2}{3}\}$ B. $\{\frac{2}{3}\}$ C. $\{-6; 2\}$ D. równanie nie ma rozwiązania

Zadanie 5. (0 – 1)

Funkcja $f(x) = -3x^3 + 4x$ jest rosnąca w przedziale:

- A. $(-\infty, -\frac{2}{3})$ B. $(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$ C. $(0, +\infty)$ D. $(\frac{2}{3}, +\infty)$

Zadanie 6. (0 – 2)

Ile jest wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych parzystych, które nie są podzielne przez 6? Zakoduj trzy pierwsze cyfry otrzymanego wyniku.

--	--	--

Zadanie 7. (0 – 3)

Niech $\log_{14} 2 = a$ i $\log_{14} 5 = b$. Uzasadnij, że $\log_7 50 = \frac{2b+a}{1-a}$.

Zadanie 8. (0 – 3)

Wykaż, że wielomian $W(x) = x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 8x + 16$ nie ma pierwiastków.

Zadanie 9. (0 – 2).

Napisz równanie okręgu środka w punkcie $S = (-3, 0)$ stycznego do prostej o równaniu $y = 2x + 1$.

Zadanie 10. (0 – 4)

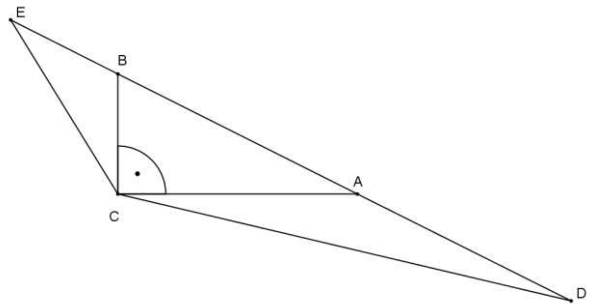
Ania chce przeczytać książkę, która ma 300 stron. Postanowiła, że będzie czytać codziennie. Pierwszego dnia przeczyta 10 stron i każdego następnego dnia o 2 strony więcej niż poprzedniego. Po ilu dniach Ania przeczyta całą książkę? Ile stron przeczyta ostatniego dnia?

Zadanie 11. (0 – 4)

Wykaż, że styczna do wykresu funkcji $f(x) = x^3 + 2x^2 - 6x + 1$ w punkcie $P = (1, -2)$ ma z tym wykresem jeszcze jeden punkt wspólny.

Zadanie 12. (0 – 6)

Dany jest trójkąt prostokątny ABC o kącie prostym przy wierzchołku C i obwodzie równym 20 cm. Na prostej AB wybrano punkty D i E leżące na zewnątrz odcinka AB takie, że $|AD| = |AC|$ i $|BE| = |BC|$ (zobacz rysunek obok). Oblicz pole koła opisanego na trójkącie ECD.

**Zadanie 13. (0 – 3)**

W trapezie opisanym na okręgu kąty przy dłuższej podstawie mają miary 30° i 45° . Wykaż, że stosunek obwodu trapezu do długości średnicy okręgu wpisanego w ten trapez jest równy $2\sqrt{2} + 4$.

Zadanie 14. (0 – 4)

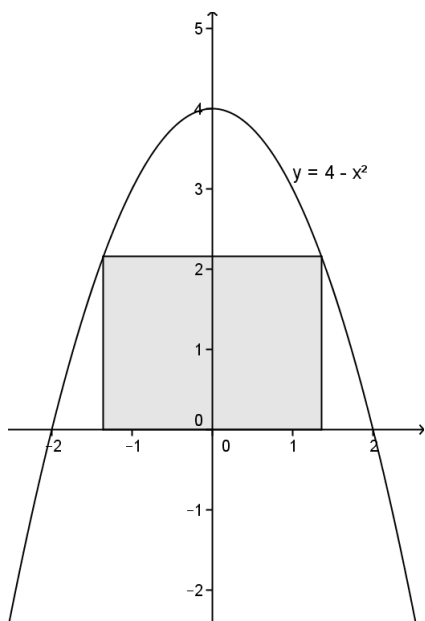
Podstawą ostrosłupa ABCDE jest kwadrat ABCD. Krawędź boczna ED jest wysokością ostrosłupa, a jej długość jest trzy razy większa od długości krawędzi podstawy. Oblicz cosinus kąta między ścianami bocznymi ABE i CBE tego ostrosłupa.

Zadanie 15. (0 – 4)

Wykaż, że zbiorem wartości funkcji $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 + 1}$ jest przedział $\langle -\frac{1}{2}; \frac{5}{2} \rangle$.

Zadanie 16. (0 – 3)

Doświadczenie losowe polega na tym, że losujemy jednocześnie dwie liczby ze zbioru $\{1, 2, 3, \dots, 15\}$. Oblicz prawdopodobieństwo warunkowe, że wśród wylosowanych liczb będzie liczba 5, pod warunkiem, że suma wylosowanych liczb będzie parzysta.



Zadanie 17. (0 – 7)

Rozważamy wszystkie prostokąty, których dwa wierzchołki leżą na osi OX, a pozostałe dwa mają dodatnie rzędne i leżą na paraboli o równaniu $y = 4 - x^2$ (zobacz rysunek obok). Oblicz długość przekątnej prostokąta o możliwie największym polu.