

**UZUPEŁNIA ZDAJĄCY**

|  |   |
|--|---|
| <b>KOD</b>   | <b>PESEL</b>  |
| <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> | <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> |

*miejsce  
na naklejkę*

**EGZAMIN MATURALNY  
Z MATEMATYKI  
POZIOM ROZSZERZONY**

DATA: **5 czerwca 2018 r.**  
GODZINA ROZPOCZĘCIA: **14:00**  
CZAS PRACY: **180 minut**  
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**UZUPEŁNIA ZESPÓŁ  
NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- |                          |                                    |
|--------------------------|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | dostosowania kryteriów oceniania   |
| <input type="checkbox"/> | nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę |

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 18 stron (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



MMA-R1\_1P-183

**NOWA FORMUŁA**

W zadaniach od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

**Zadanie 1. (0–1)**

Niech  $L = \log_{\sqrt{2}} 2 \cdot \log_2 \sqrt{3} \cdot \log_{\sqrt{3}} 4$ . Wtedy

- A.  $L = 1$                       B.  $L = 2$                       C.  $L = 3$                       D.  $L = 4$

**Zadanie 2. (0–1)**

Okrąg o równaniu  $(x-3)^2 + (y+7)^2 = 625$  jest styczny do okręgu o środku  $S = (12, 5)$  i promieniu  $r$ . Wynika stąd, że

- A.  $r = 5$                       B.  $r = 15$                       C.  $r = 10$                       D.  $r = 20$

**Zadanie 3. (0–1)**

Liczba  $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2-\sqrt{2})^2}$  jest równa

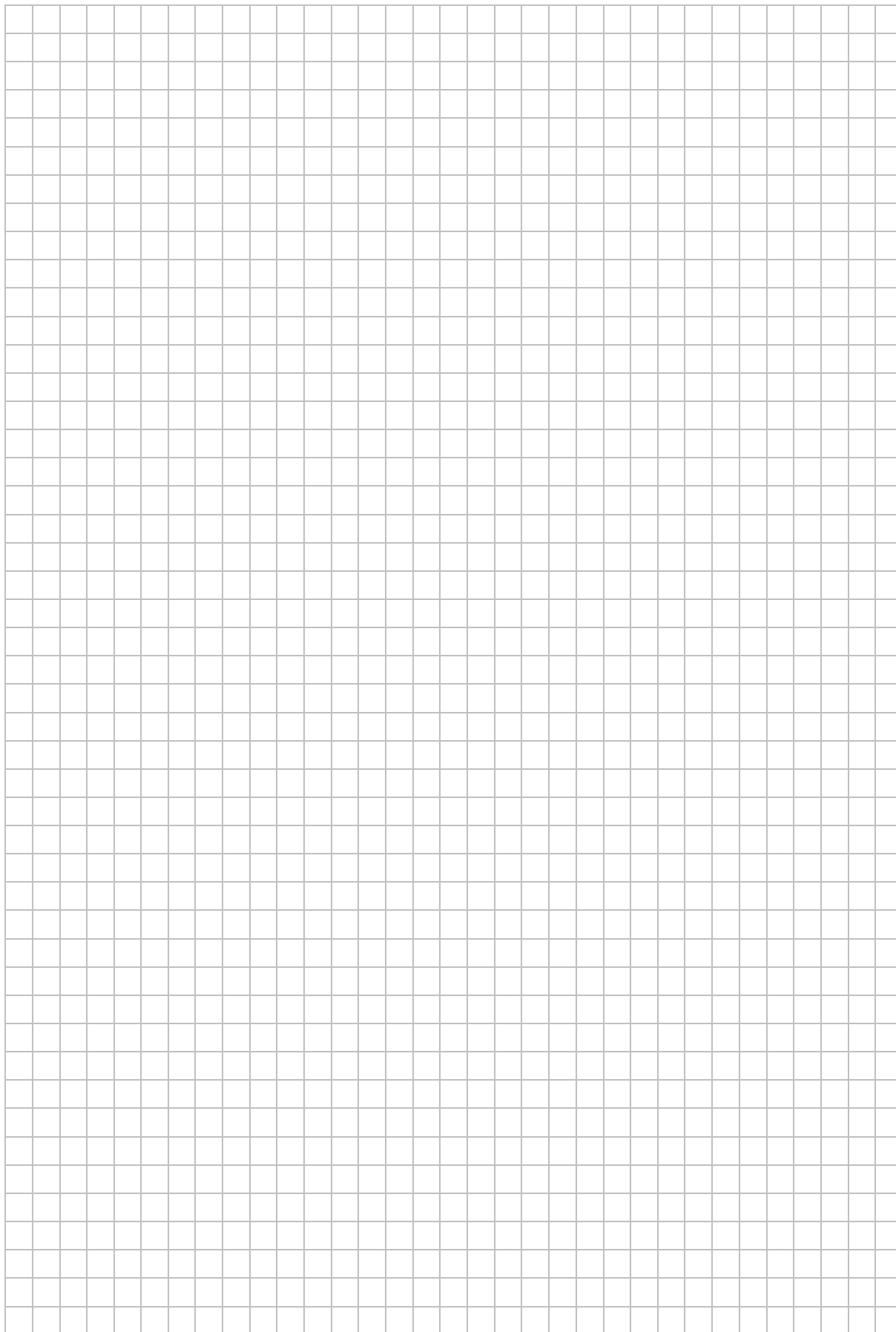
- A. 1                      B. -1                      C.  $3-2\sqrt{2}$                       D.  $2\sqrt{2}+1$

**Zadanie 4. (0–1)**

Spośród poniższych nierówności wskaż tę, którą spełniają dokładnie trzy liczby całkowite.

- A.  $\left|\frac{3}{4}x+5\right| < 2$                       B.  $\left|\frac{4}{3}x+5\right| < 2$                       C.  $\left|\frac{3}{5}x+4\right| < 2$                       D.  $\left|\frac{4}{5}x+3\right| < 2$

## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

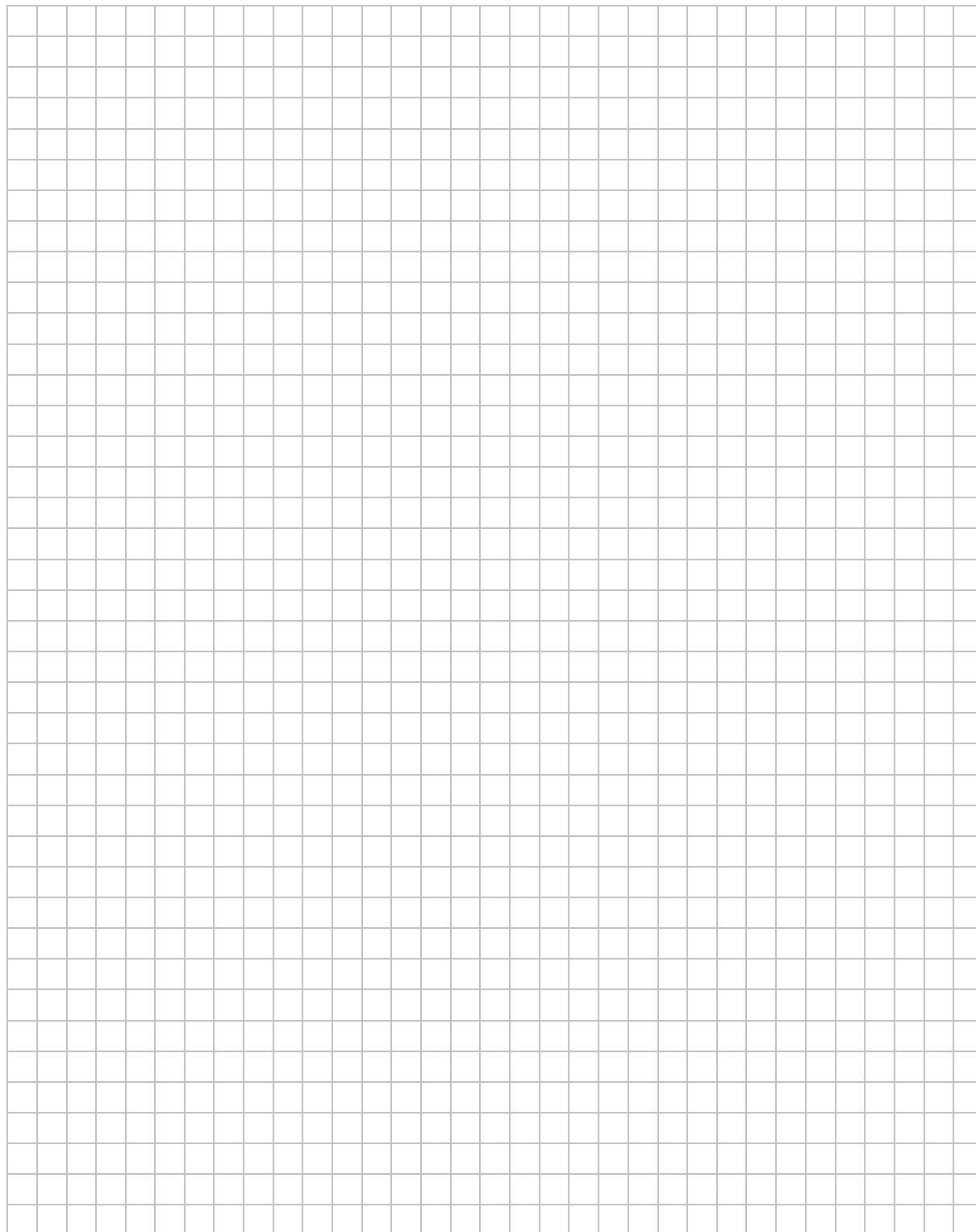




**Zadanie 7. (0–3)**

Udowodnij, że dla dowolnego kąta  $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$  prawdziwa jest nierówność

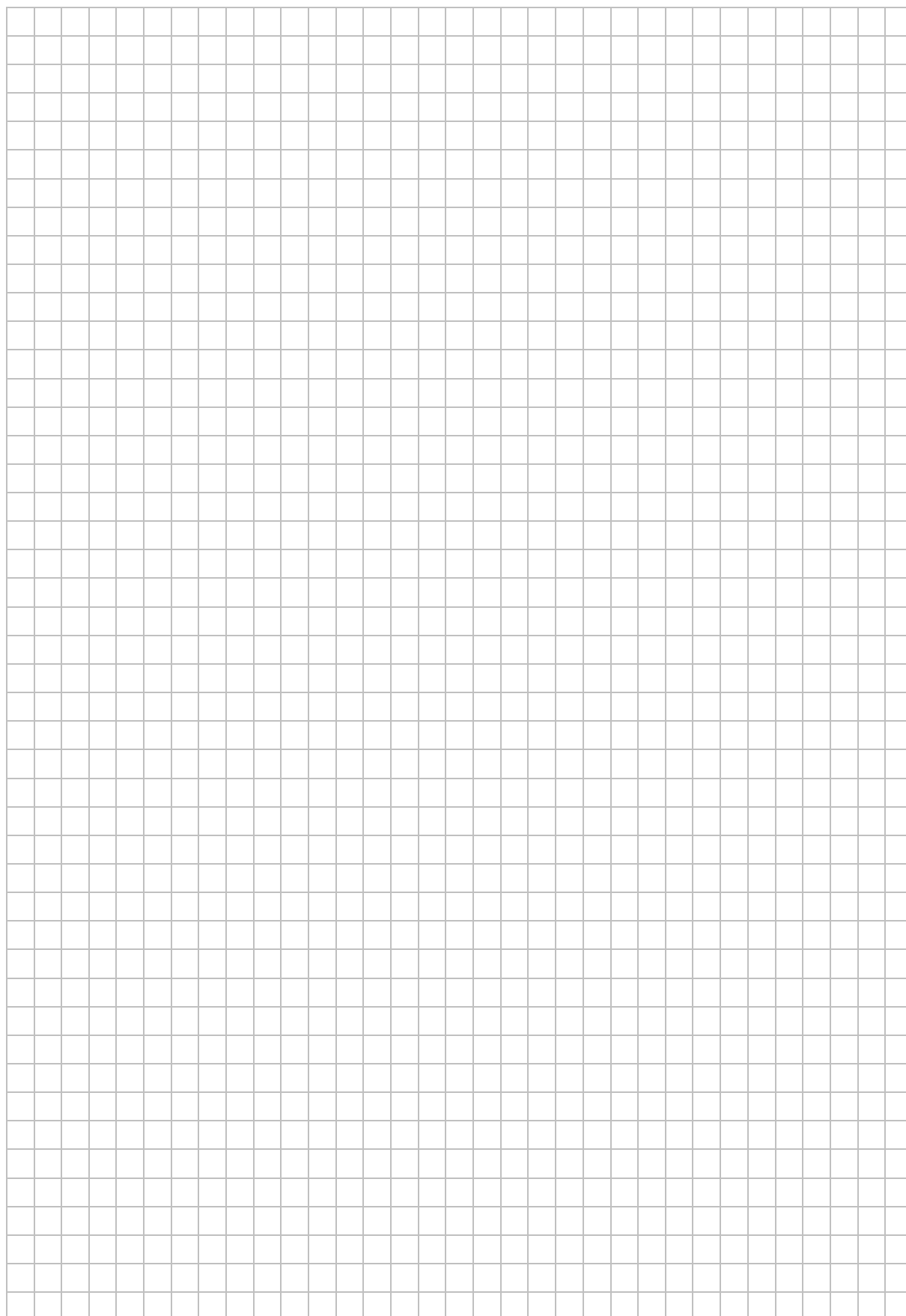
$$\sin\left(\frac{\pi}{12} - \alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{12} + \alpha\right) < \frac{1}{4}.$$



|                                 |                            |           |           |           |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|-----------|-----------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>5.</b> | <b>6.</b> | <b>7.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>2</b>  | <b>3</b>  | <b>3</b>  |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |           |           |           |

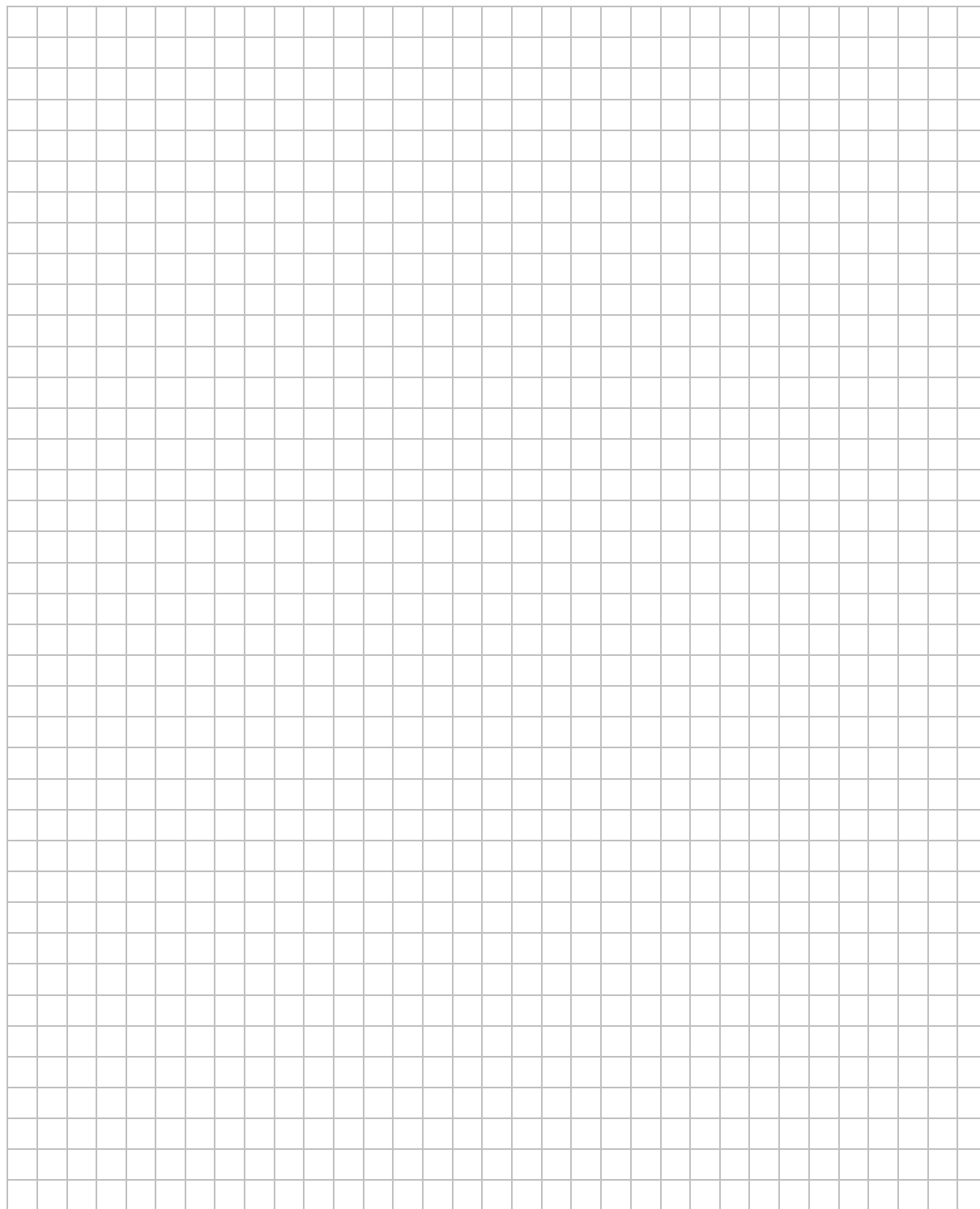
**Zadanie 8. (0–3)**

Wykaż, że równanie  $x^8 + x^2 = 2(x^4 + x - 1)$  ma tylko jedno rozwiązanie rzeczywiste  $x = 1$ .



**Zadanie 9. (0–4)**

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych ośmiocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym występują tylko cyfry ze zbioru  $\{0, 1, 3, 5, 7, 9\}$ , losujemy jedną. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że suma cyfr wylosowanej liczby jest równa 3.

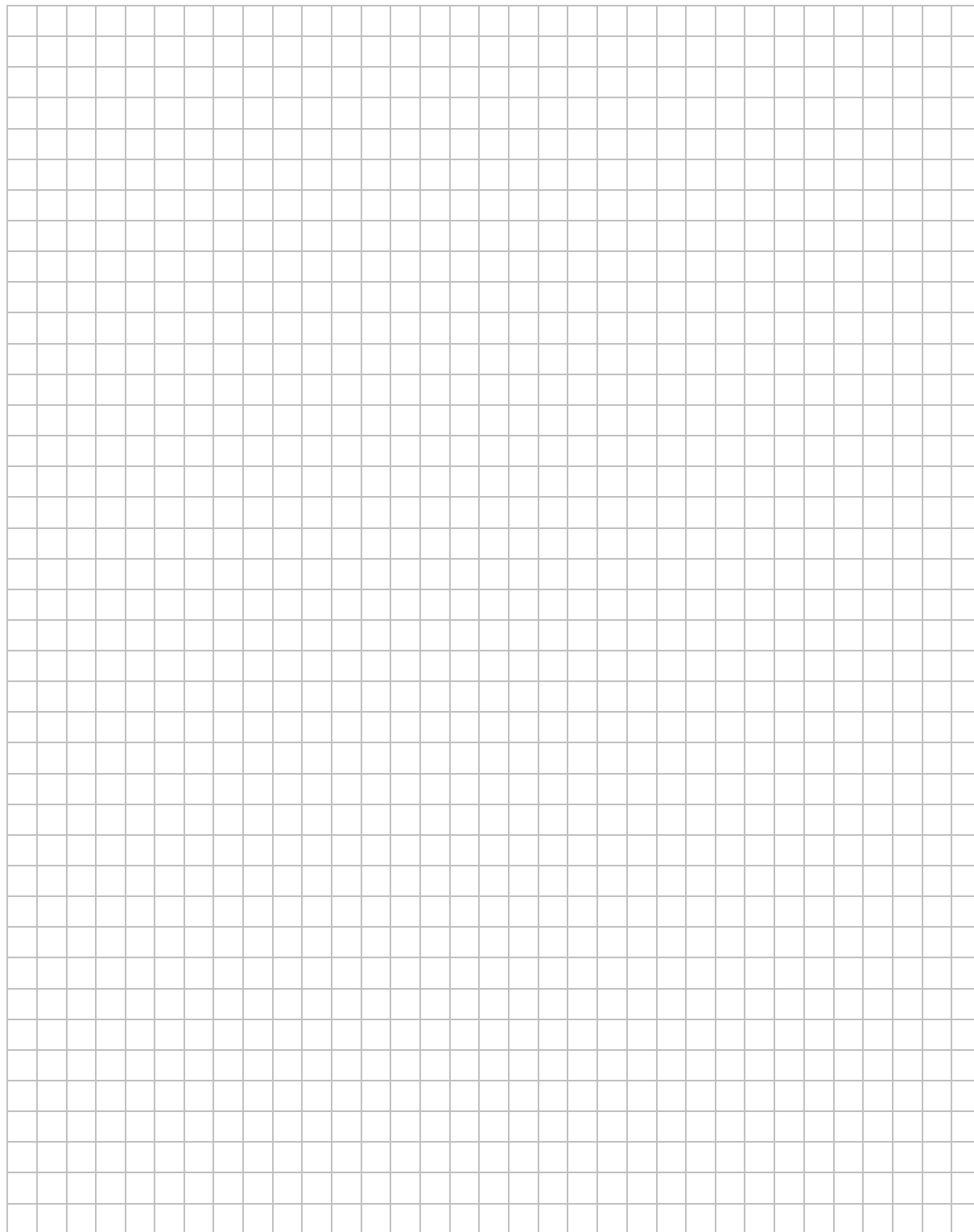


Odpowiedź: .....

|                                 |                            |           |           |
|---------------------------------|----------------------------|-----------|-----------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>8.</b> | <b>9.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>3</b>  | <b>4</b>  |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |           |           |

**Zadanie 10. (0–4)**

Dany jest rosnący ciąg geometryczny  $(a, aq, aq^2)$ , którego wszystkie wyrazy i iloraz są liczbami całkowitymi nieparzystymi. Jeśli największy wyraz ciągu zmniejszymy o 4, to otrzymamy ciąg arytmetyczny. Oblicz wyraz  $aq$  tego ciągu.

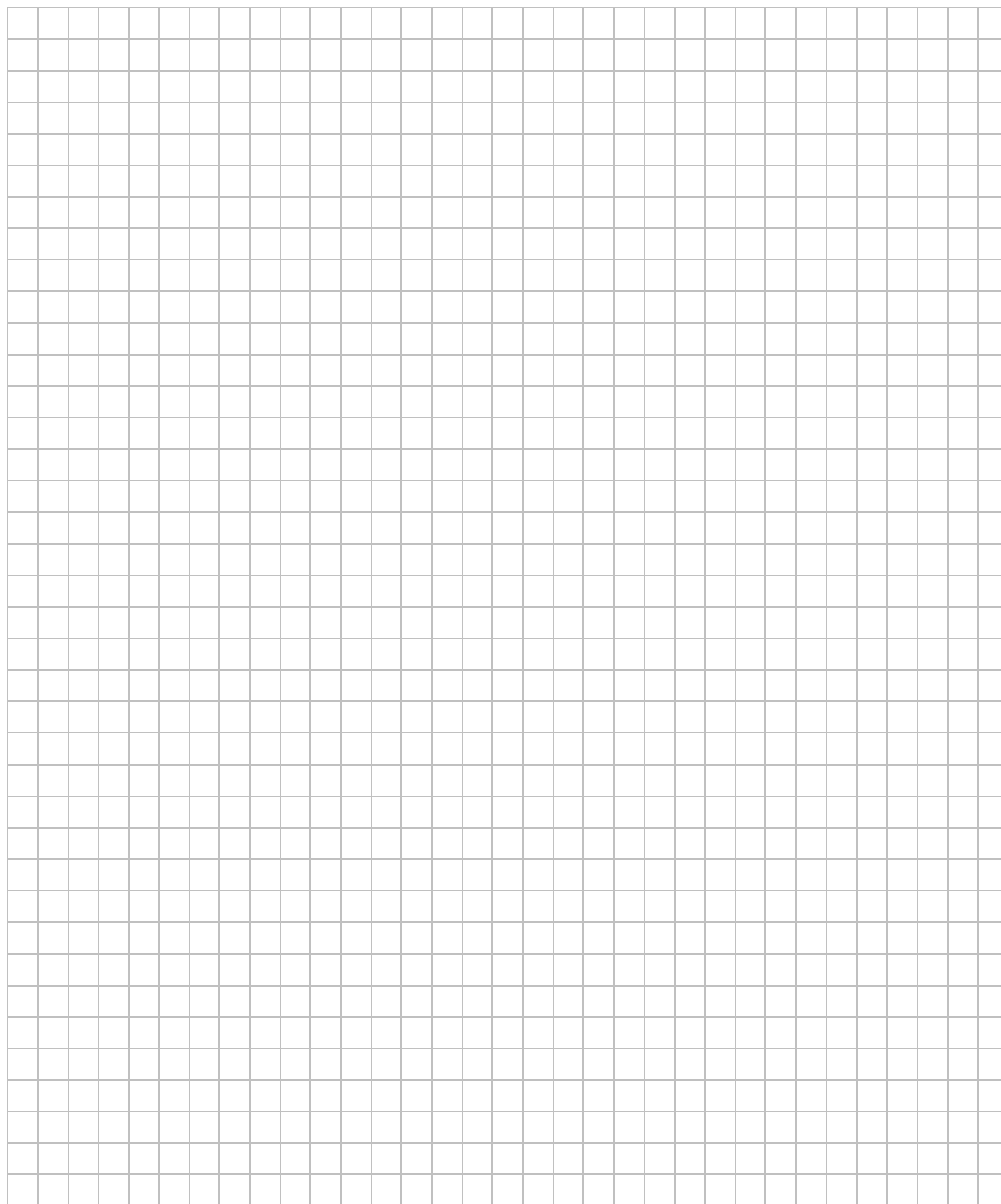


Odpowiedź: .....



**Zadanie 11. (0–4)**

Dany jest nieskończony ciąg okręgów  $(o_n)$  o równaniach  $x^2 + y^2 = 2^{11-n}$ ,  $n \geq 1$ . Niech  $P_k$  będzie pierścieniem ograniczonym zewnętrznym okręgiem  $o_{2k-1}$  i wewnętrznym okręgiem  $o_{2k}$ . Oblicz sumę pól wszystkich pierścieni  $P_k$ , gdzie  $k \geq 1$ .

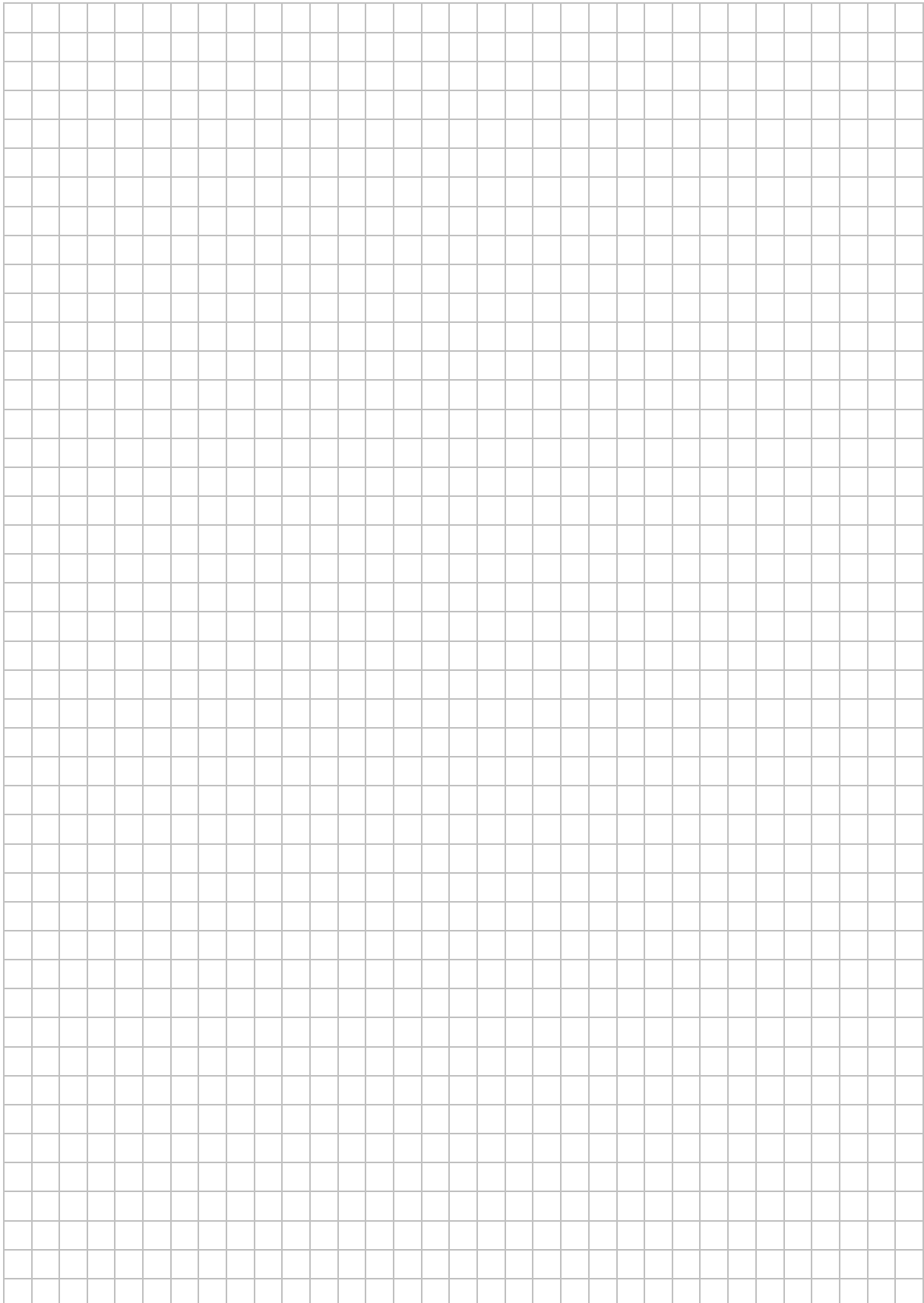


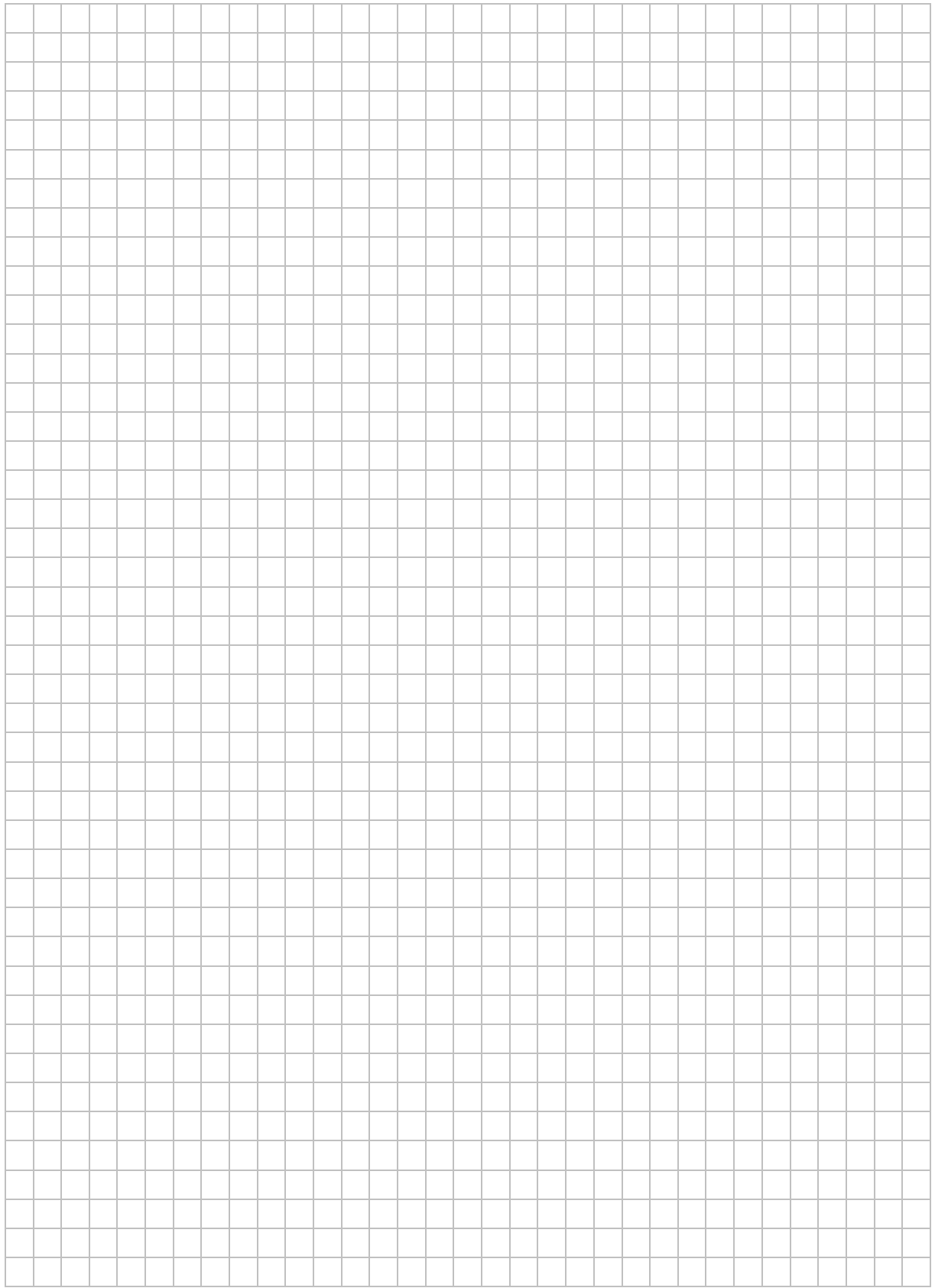
Odpowiedź: .....

|                                 |                            |            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>10.</b> | <b>11.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>4</b>   | <b>4</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |            |

**Zadanie 12. (0–5)**

Trapez prostokątny  $ABCD$  o podstawach  $AB$  i  $CD$  jest opisany na okręgu. Ramię  $BC$  ma długość 10, a ramię  $AD$  jest wysokością trapezu. Podstawa  $AB$  jest 2 razy dłuższa od podstawy  $CD$ . Oblicz pole tego trapezu.



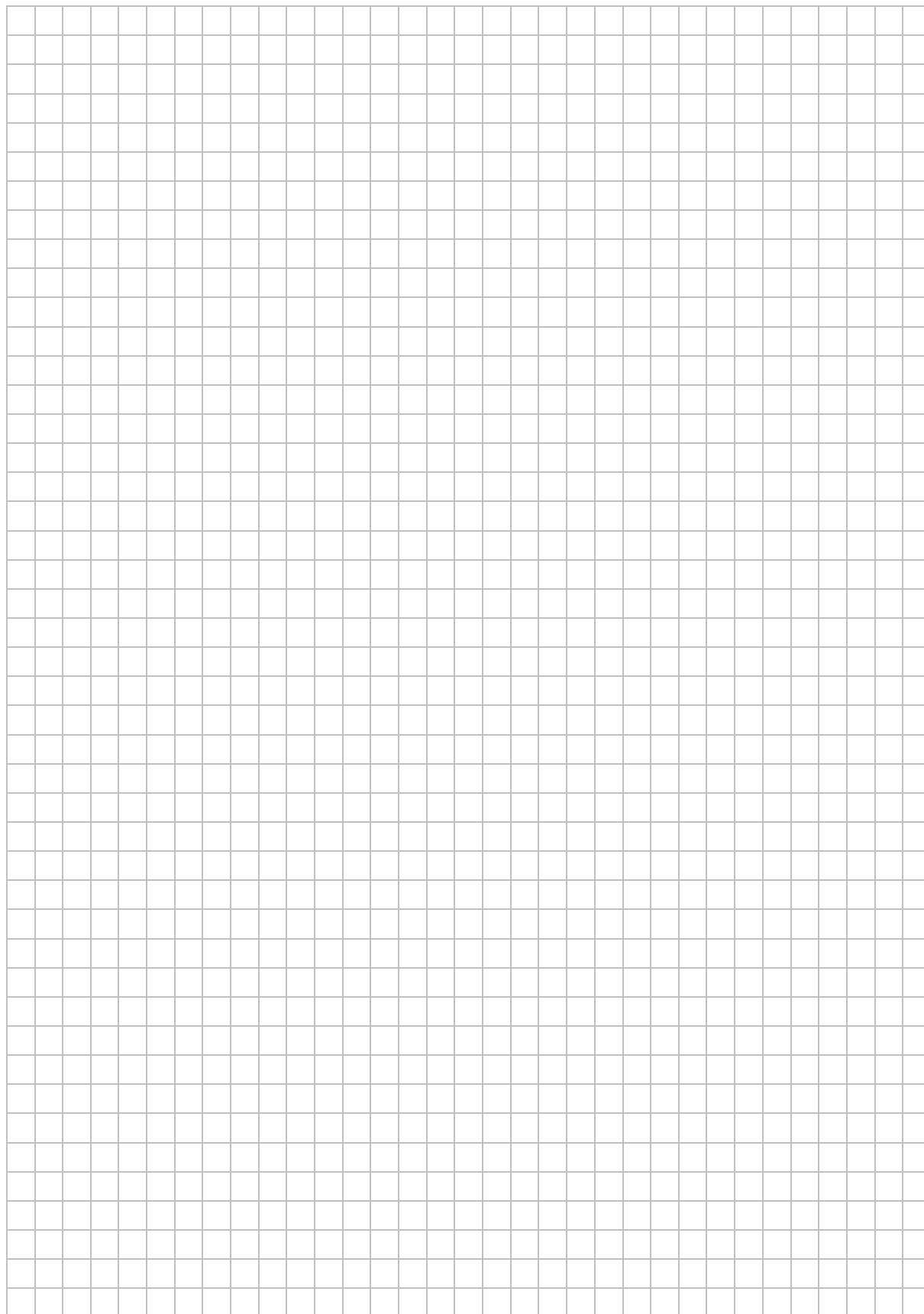


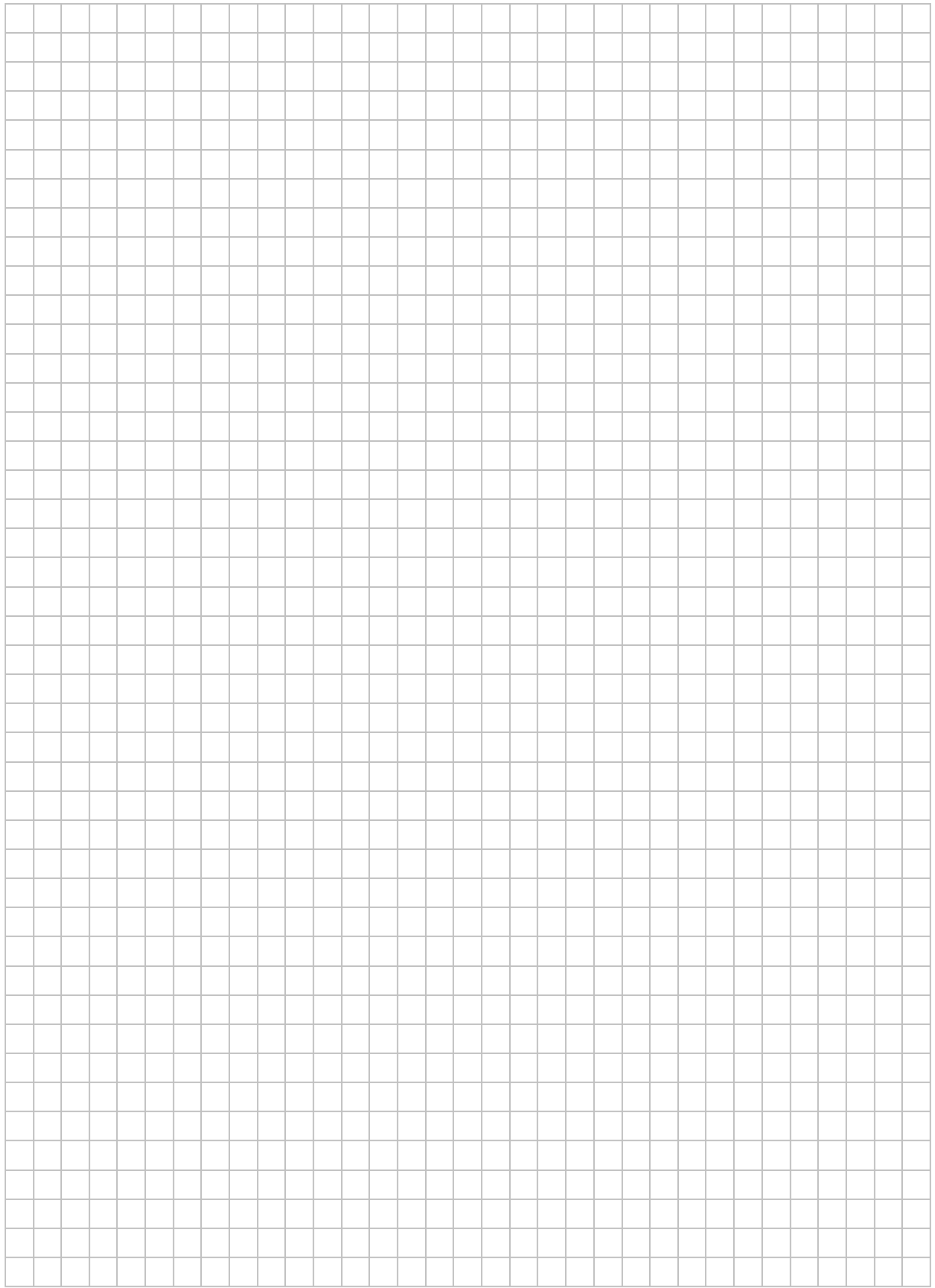
Odpowiedź: .....

|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>12.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>5</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

**Zadanie 13. (0–5)**

Wierzchołki  $A$  i  $B$  trójkąta prostokątnego  $ABC$  leżą na osi  $Oy$  układu współrzędnych. Okrąg wpisany w ten trójkąt jest styczny do boków  $AB$ ,  $BC$  i  $CA$  w punktach – odpowiednio –  $P = (0, 10)$ ,  $Q = (8, 6)$  i  $R = (9, 13)$ . Oblicz współrzędne wierzchołków  $A$ ,  $B$  i  $C$  tego trójkąta.





Odpowiedź: .....

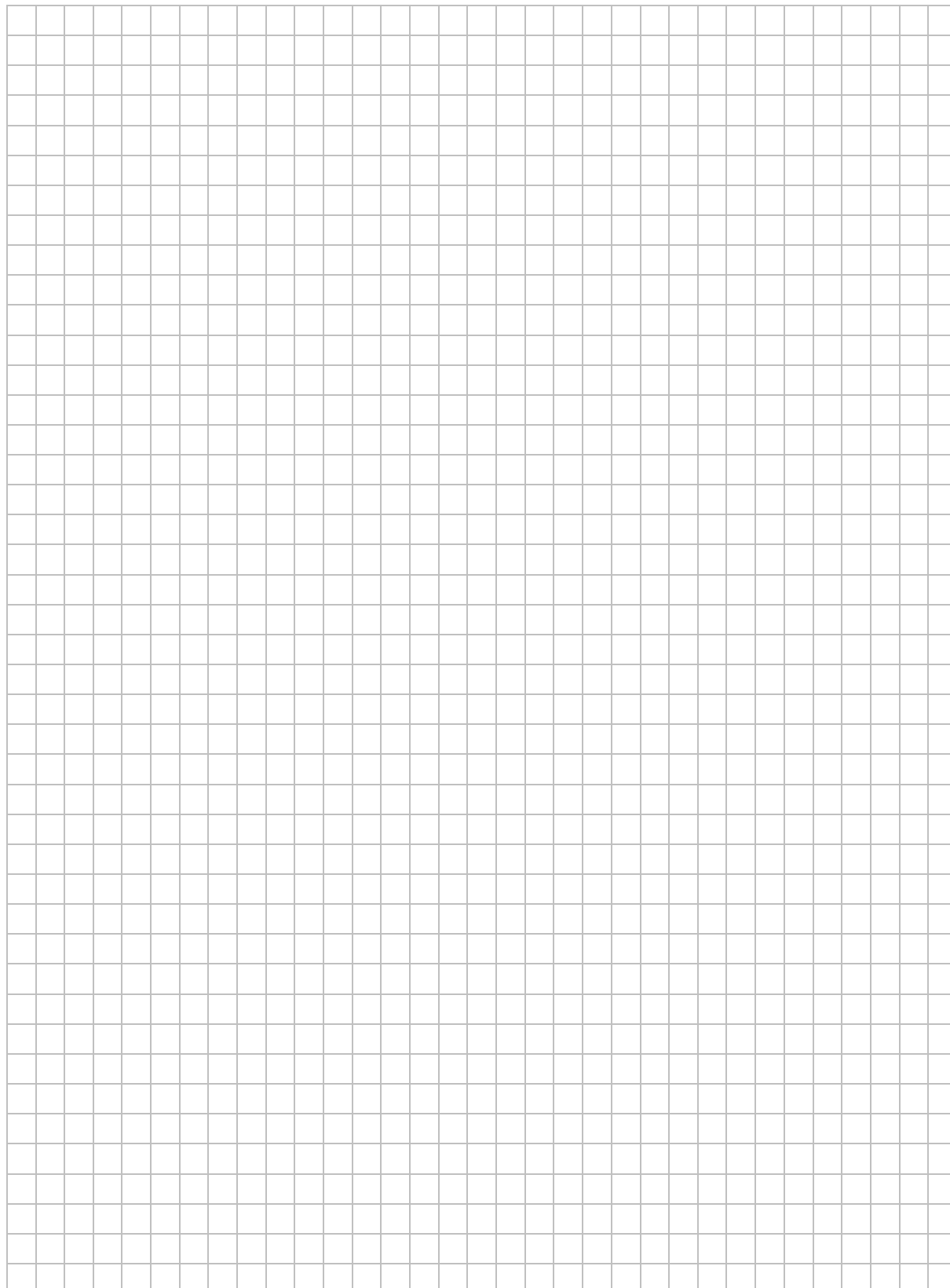
|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>13.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>5</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

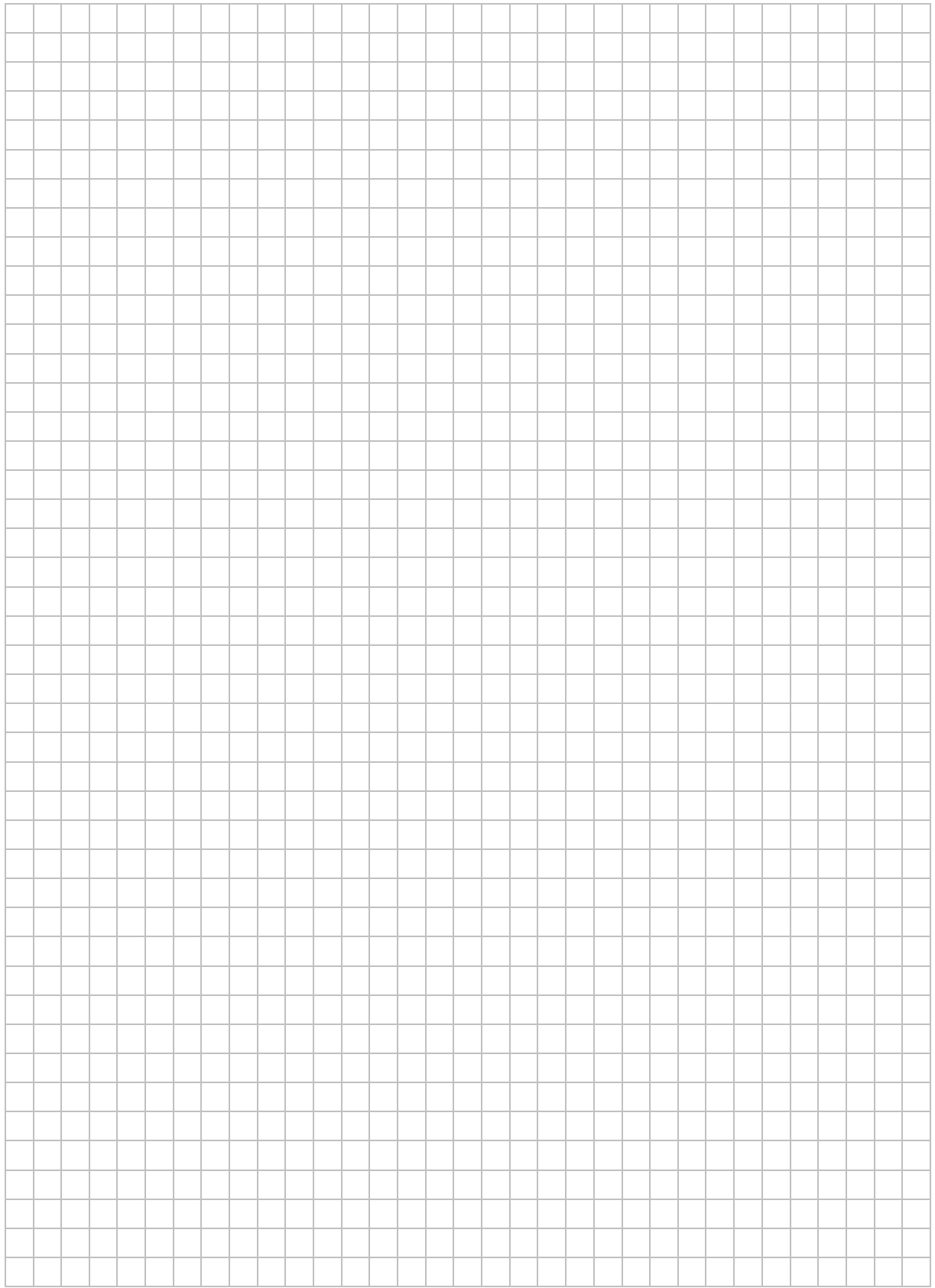
**Zadanie 14. (0–6)**

Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których równanie

$$x^2 - 3mx + (m+1)(2m-1) = 0$$

ma dwa różne rozwiązania  $x_1, x_2$  spełniające warunki:  $x_1 \cdot x_2 \neq 0$  oraz  $0 < \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \leq \frac{2}{3}$ .



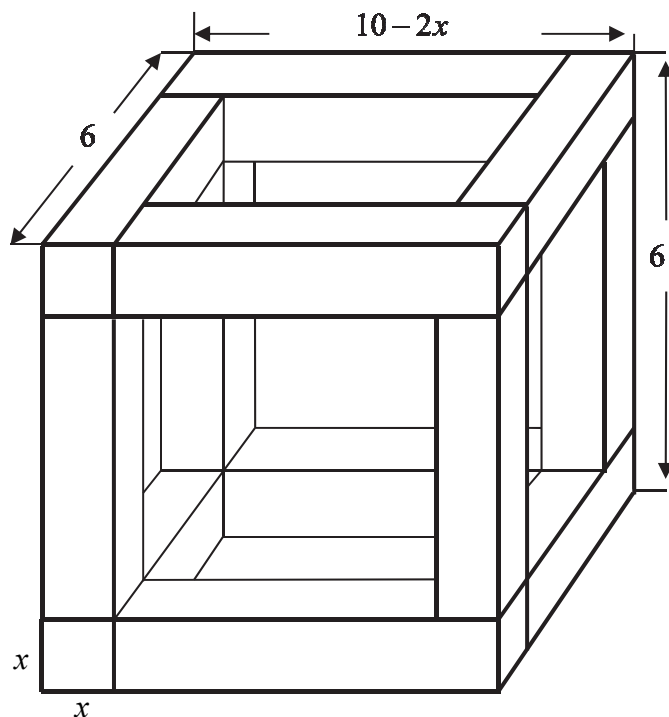


Odpowiedź: .....

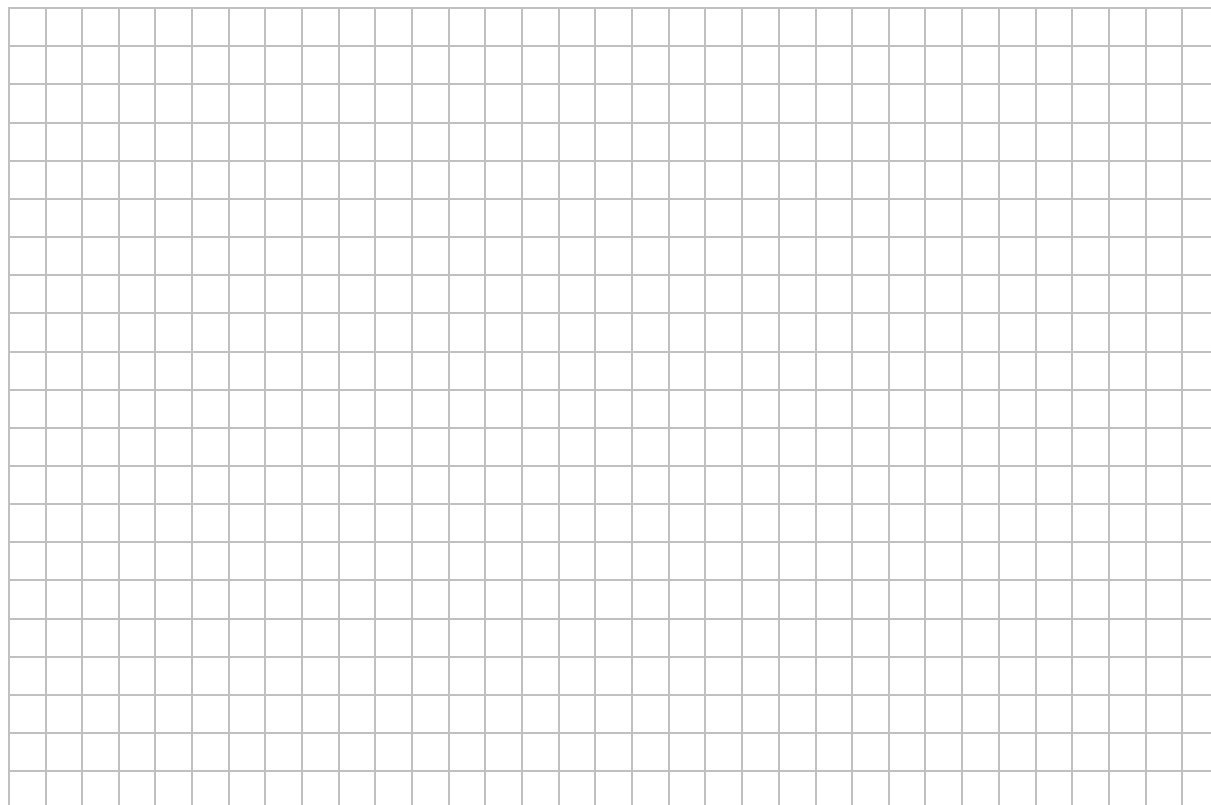
|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>14.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>6</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

**Zadanie 15. (0–7)**

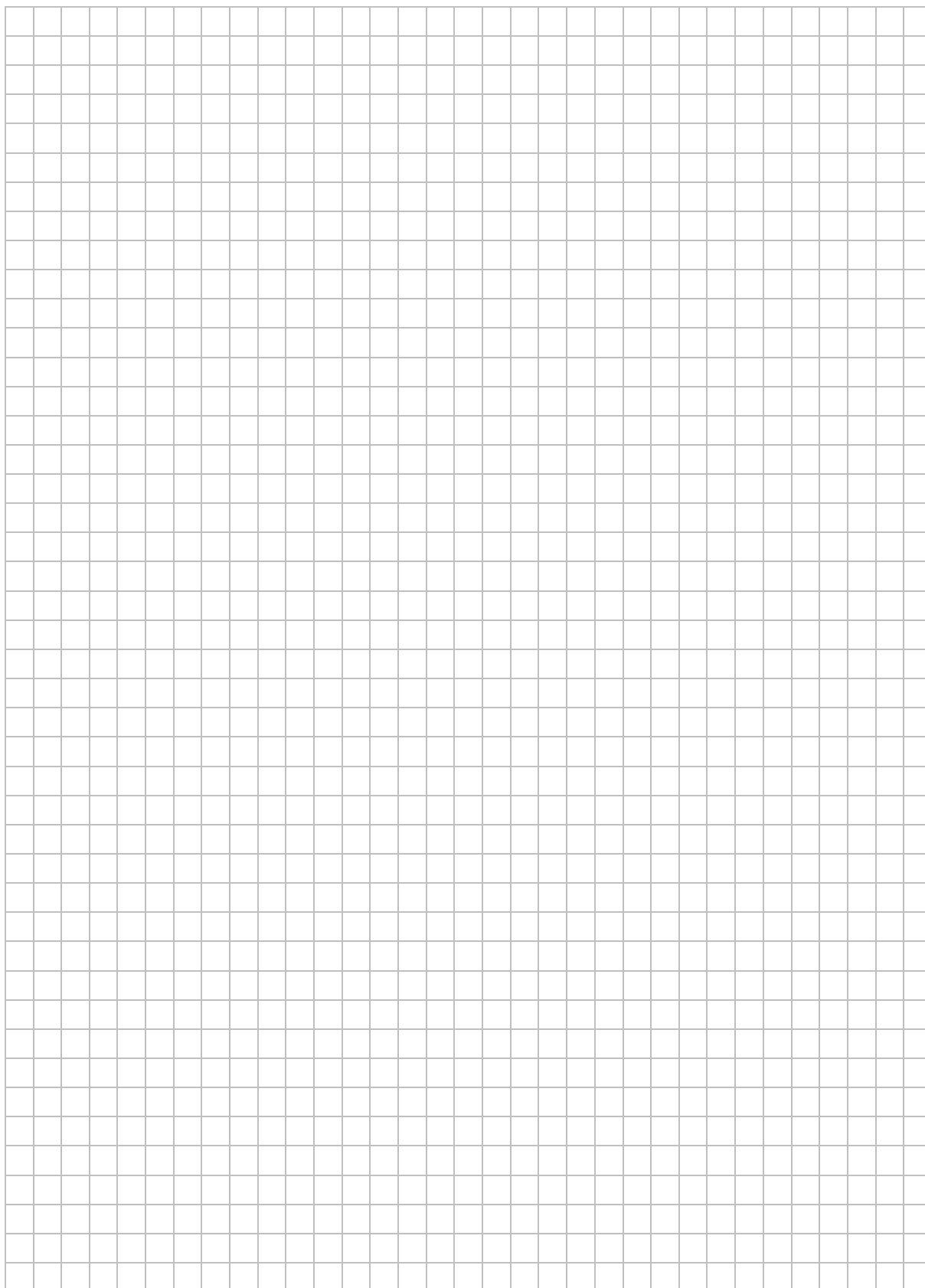
Rozpatrujemy wszystkie możliwe drewniane szkielety o kształcie przedstawionym na rysunku, wykonane z listewek. Każda z tych listewek ma kształt prostopadłościanu o podstawie kwadratu o boku długości  $x$ . Wymiary szkieletu zaznaczono na rysunku.



- Wyznacz objętość  $V$  drewna potrzebnego do budowy szkieletu jako funkcję zmiennej  $x$ .
- Wyznacz dziedzinę funkcji  $V$ .
- Oblicz tę wartość  $x$ , dla której zbudowany szkielet jest możliwie najcięższy, czyli kiedy funkcja  $V$  osiąga wartość największą. Oblicz tę największą objętość.







Odpowiedź: .....

|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>15.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>7</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

# **BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**