

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

25 LUTEGO 2017

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte**ZADANIE 1 (1 PKT)**Liczba $15!$ jest podzielna przez

- A) 91 B) 71 C) 51 D) 41

ZADANIE 2 (1 PKT)Liczba $\cos \frac{5\pi}{24} \cos \frac{5\pi}{12} \sin \frac{5\pi}{24}$ jest równa

- A)
- $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- B)
- $\frac{1}{8}$
- C)
- $-\frac{1}{2}$
- D)
- $-\frac{\sqrt{3}}{8}$

ZADANIE 3 (1 PKT)Granica $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{4}{\frac{1}{x+3} + \frac{8}{x^3} - \frac{5}{x-3}}$

- A) jest równa 0 B) jest równa
- $+\infty$
- C) jest równa
- $-\infty$
- D) nie istnieje

ZADANIE 4 (1 PKT)Funkcja $f(x) = \frac{2x-1}{x^2+3}$ jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x . Pochodna tej funkcji jest określona wzorem

- A)
- $f'(x) = \frac{6x^2-2x+6}{(x^2+3)^2}$
- B)
- $f'(x) = \frac{-2x^2+2x+6}{(x^2+3)^2}$
- C)
- $f'(x) = \frac{-2x^2-2x+6}{(x^2+3)^2}$
- D)
- $f'(x) = \frac{2x^2-2x-6}{(x^2+3)^2}$

ZADANIE 5 (1 PKT)O zdarzeniach losowych A, B wiadomo, że: $P(A|B) = 0,25$, $P(B) = 0,4$ i $P(A \cup B) = 0,5$. Wtedy prawdopodobieństwo $P(A)$ jest równe

- A) 0,1 B) 0,2 C) 0,3 D) 0,4

ZADANIE 6 (2 PKT)

Trzy koła o promieniu 1 są parami styczne zewnętrznie. Oblicz pole obszaru zawartego między tymi kołami.



ZADANIE 7 (2 PKT)

Liczby a i b są rozwiązaniami równania $x^2 - 2017x + 2 = 0$. Oblicz wartość wyrażenia

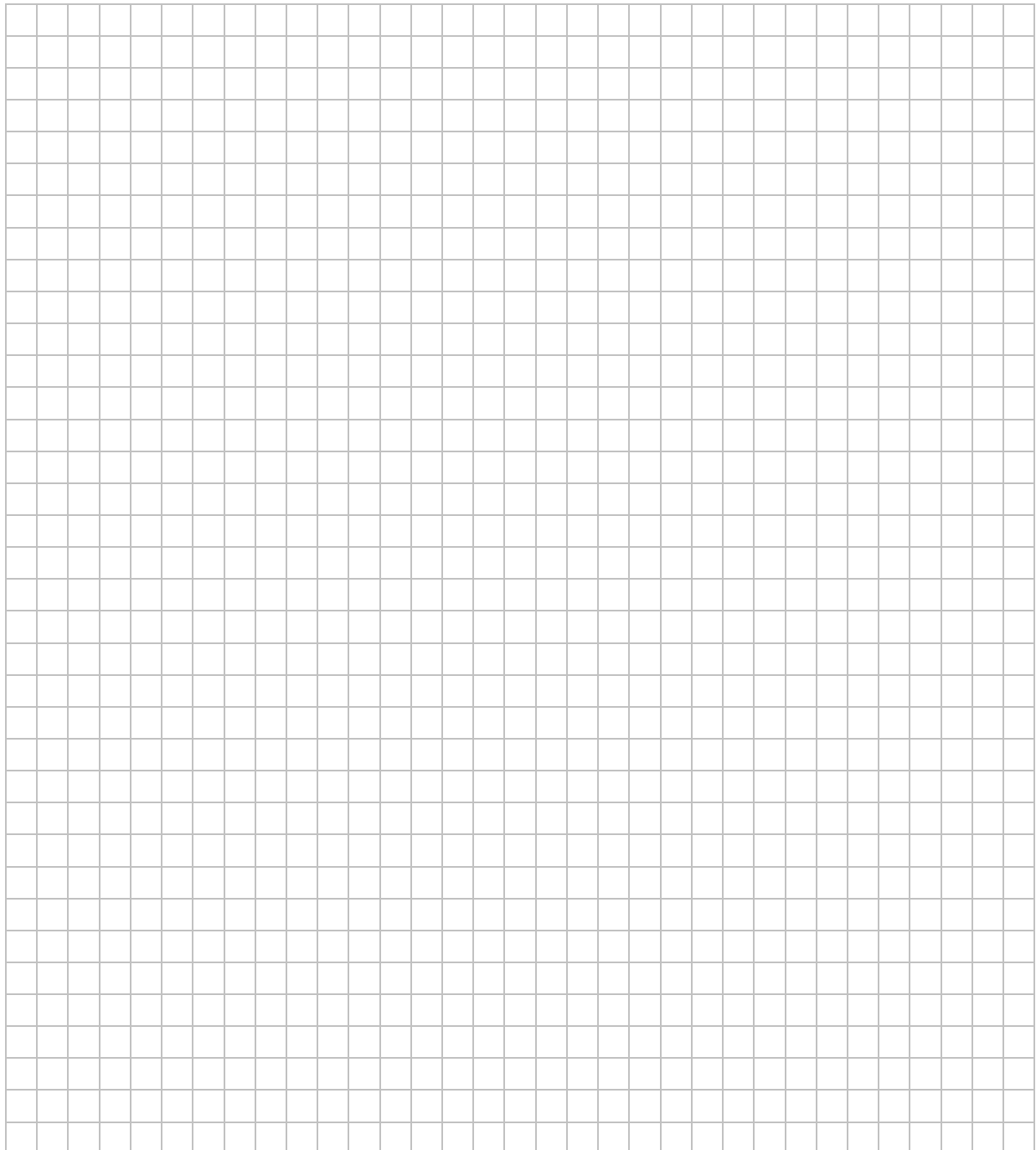
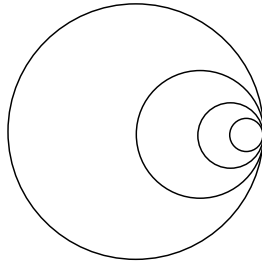
$$\frac{a}{\log_a 2} + a \log_2 b + \frac{b}{\log_b 2} + b \log_2 a.$$

ZADANIE 8 (3 PKT)

Ile jest liczb naturalnych ośmiocyfrowych, w których każda cyfra jest większa od 4 i dokładnie 3 spośród cyfr takiej liczby są równe 9?

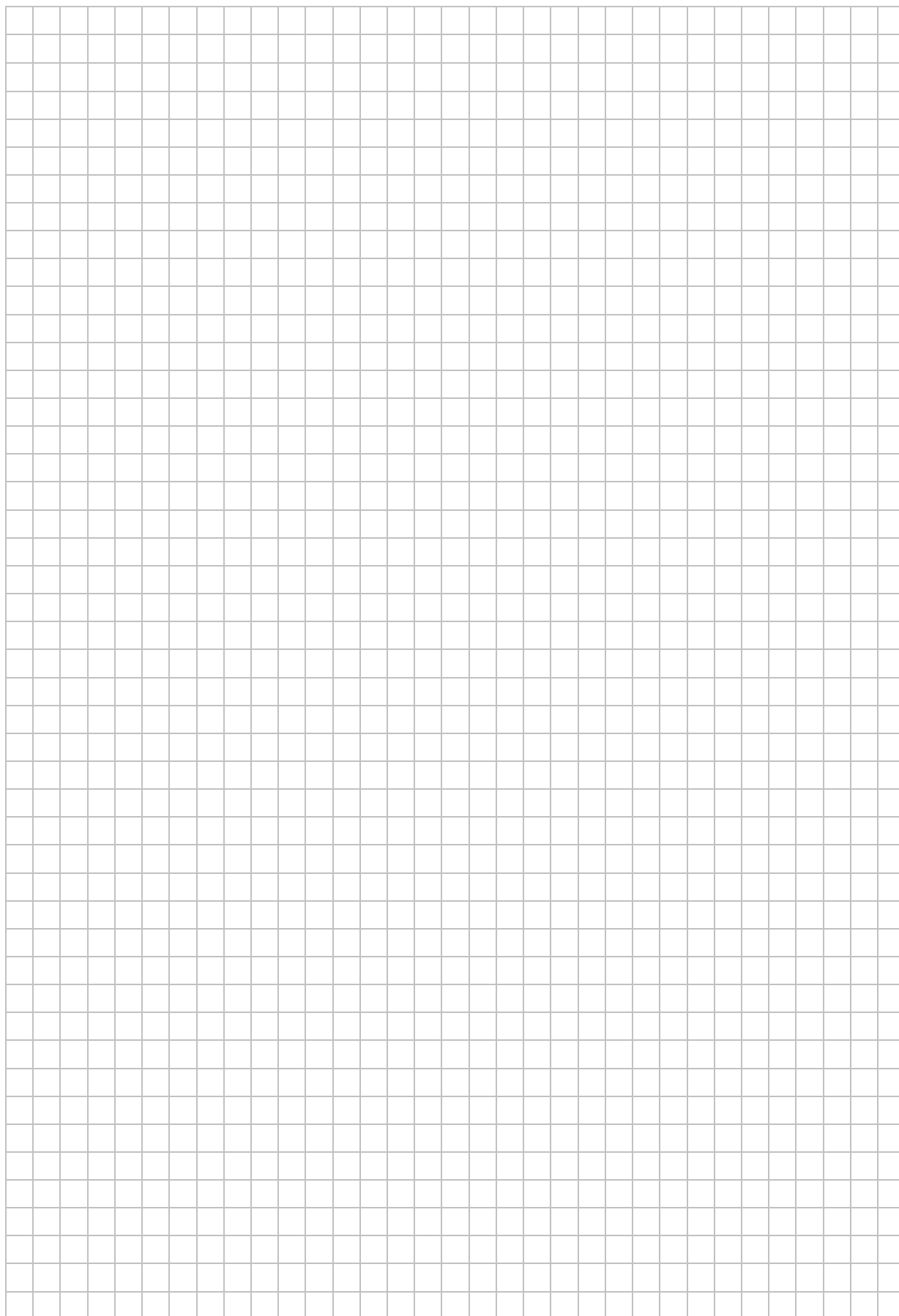
ZADANIE 9 (2 PKT)

Dany jest okrąg o_1 o promieniu r . Wewnątrz tego okręgu narysowano okrąg o_2 styczny wewnętrznie o średnicy r , wewnątrz okręgu o_2 znów narysowano okrąg styczny wewnętrznie o średnicy $\frac{1}{2}r$ itd. Czynność tę powtórzono nieskończenie wiele razy. Oblicz sumę długości wszystkich skonstruowanych w ten sposób okręgów.



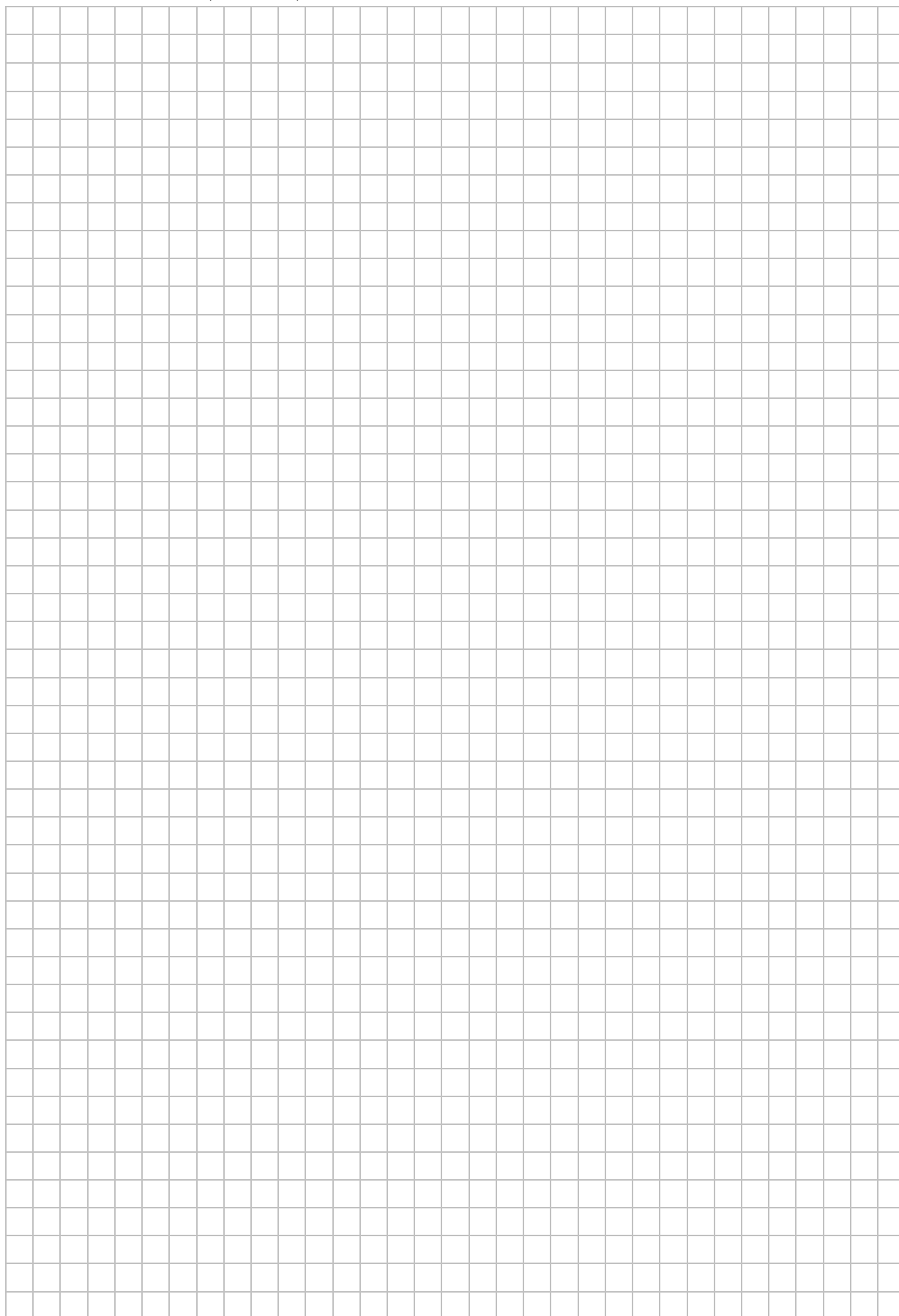
ZADANIE 10 (3 PKT)

Wykaż, że jeżeli $a \neq 0$ i $b \neq 0$, to $a^4 + b^4 \leq \frac{a^6}{b^2} + \frac{b^6}{a^2}$.



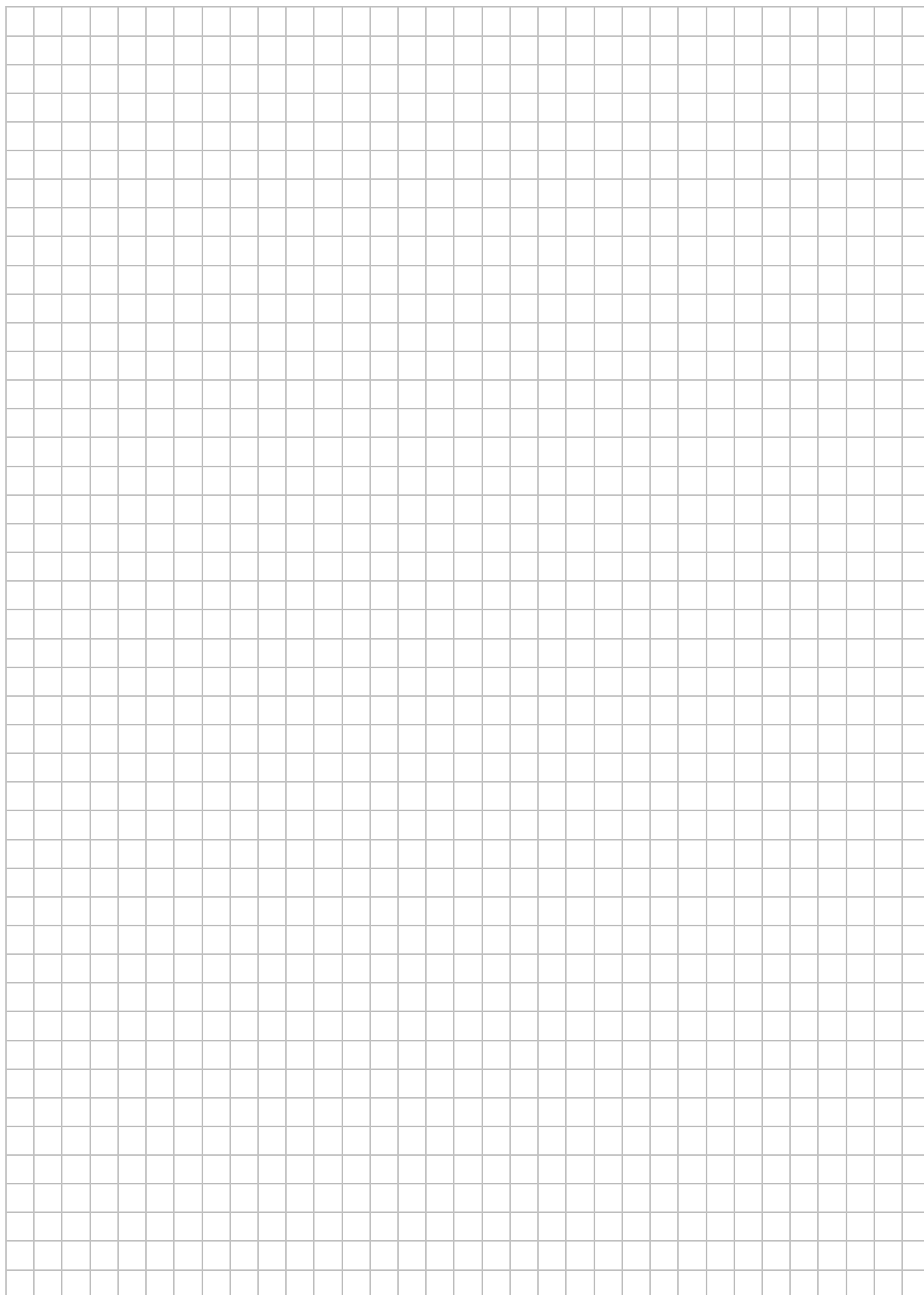
ZADANIE 11 (4 PKT)

Rozwiąż nierówność $\left| \frac{x^2+3x+2}{x^2-x-6} \right| \leq 1$.



ZADANIE 12 (3 PKT)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 9x + 7$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Wyznacz równania tych stycznych do wykresu funkcji f , które są równoległe do prostej o równaniu $9x - y + 7 = 0$.



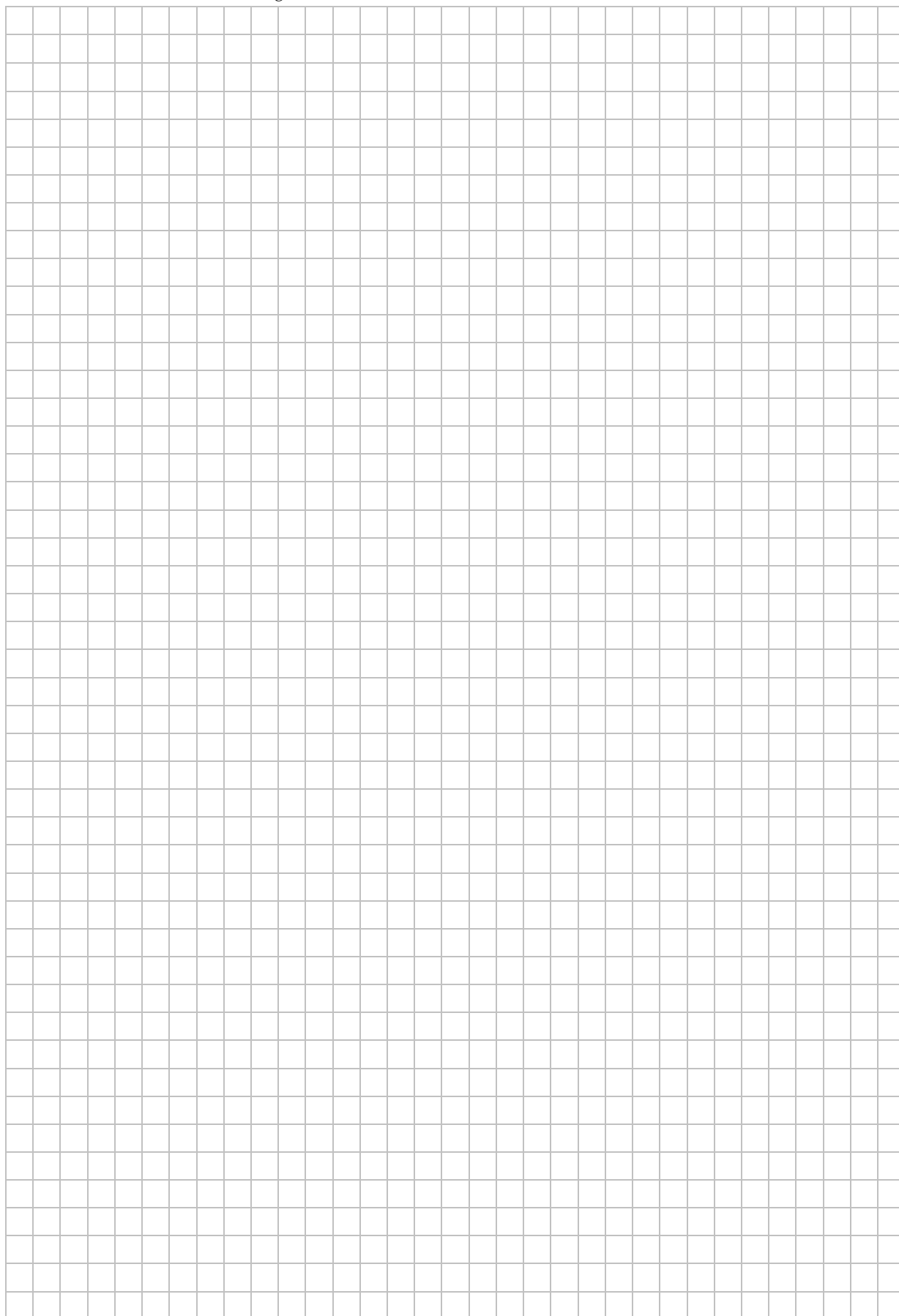
ZADANIE 13 (4 PKT)

Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości: $|BC| = 3$ i $|AC| = 4$. Na boku AB tego trójkąta wybrano taki punkt D , że $|\angle ACD| = 60^\circ$. Oblicz długość odcinka CD .



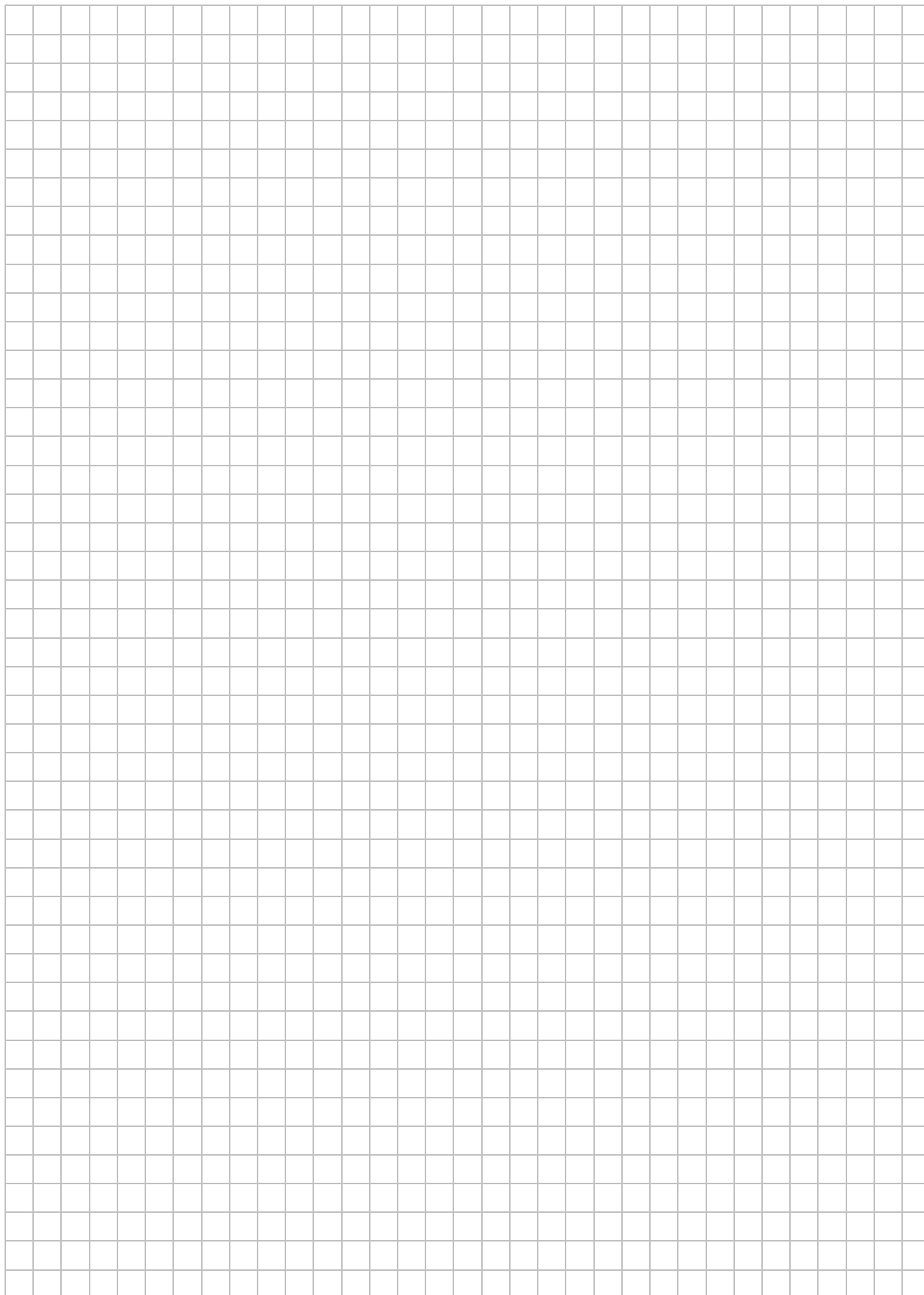
ZADANIE 14 (4 PKT)

Rozwiąż nierówność $\frac{2\sqrt{3}\cos x - 3}{1 - \sqrt{3}\operatorname{tg} x} \geq 0$ w przedziale $\langle \pi, 2\pi \rangle$.



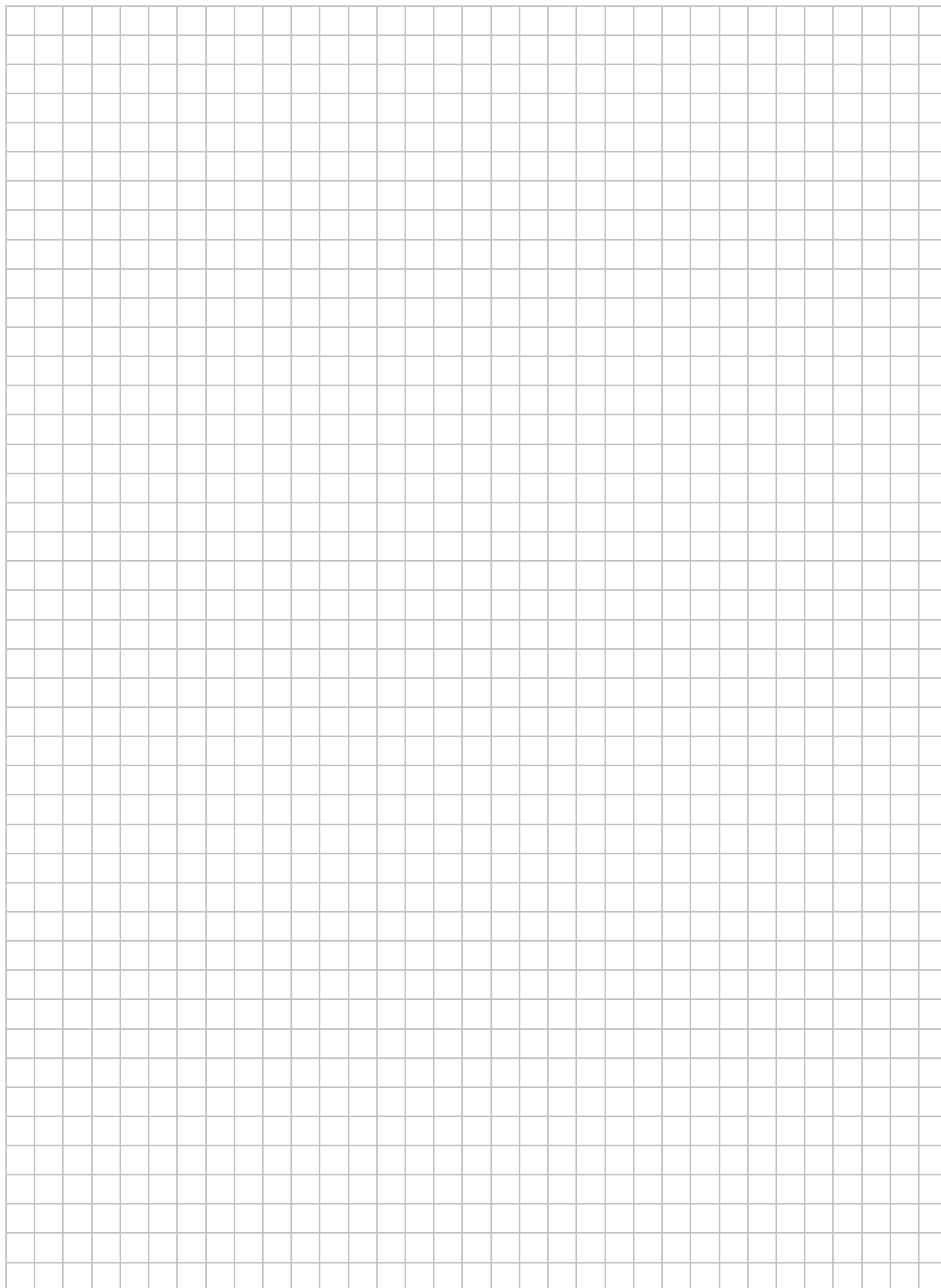
ZADANIE 15 (5 PKT)

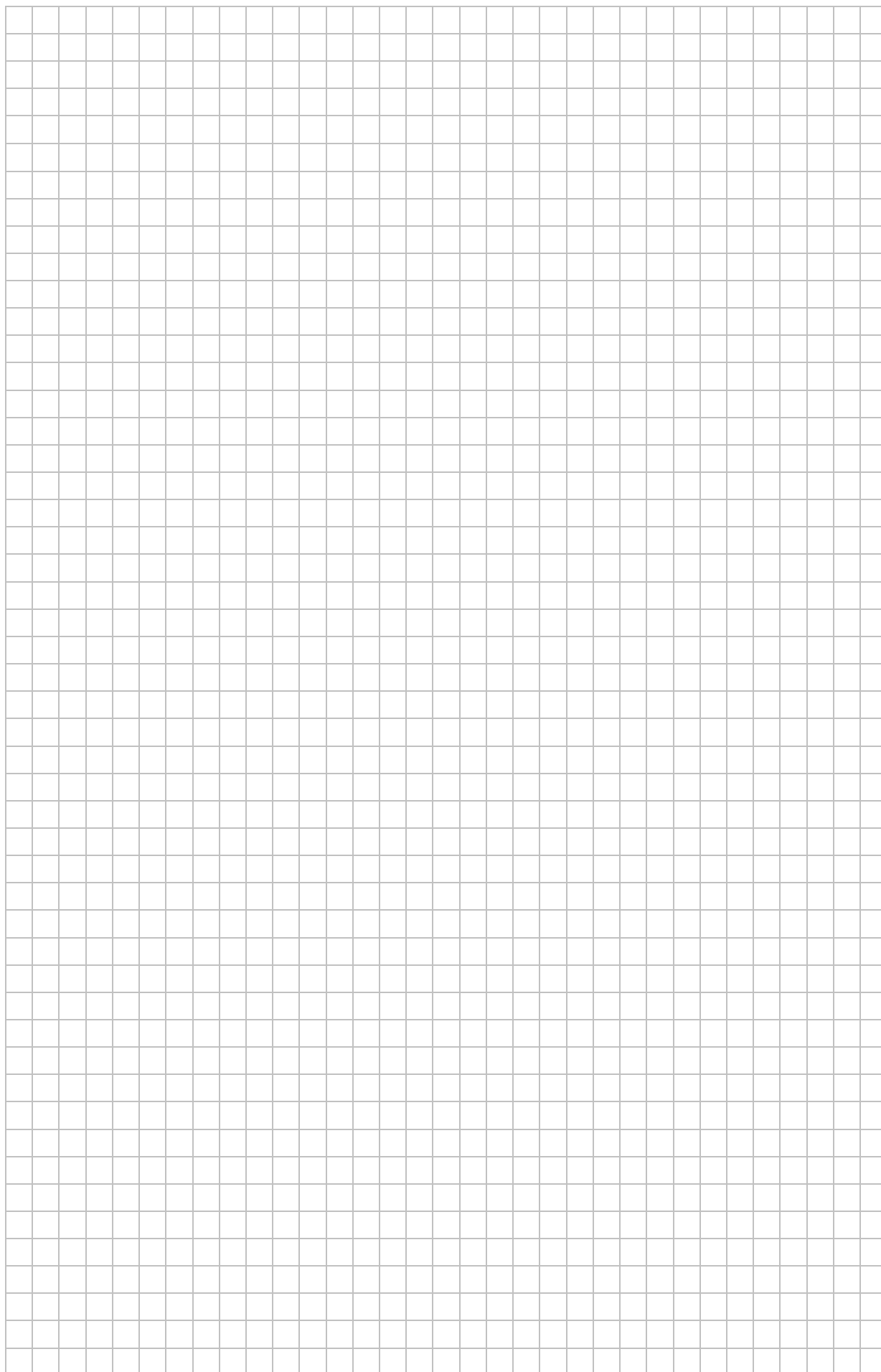
Podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest romb $ABCD$, w którym $|\angle DAB| = 60^\circ$. Krawędź SA jest wysokością ostrosłupa oraz jej długość jest równa długości krawędzi podstawy. Oblicz sinus kąta nachylenia ściany SBC do płaszczyzny podstawy.



ZADANIE 16 (6 PKT)

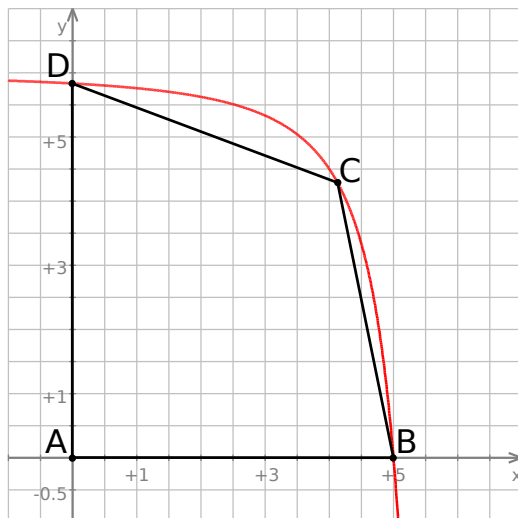
Punkty $A = (-5, 2)$ i $B = (4, -3)$ są wierzchołkami trójkąta ABC , a wysokości opuszczone z wierzchołków A i B tego trójkąta zawierają się odpowiednio w prostych o równaniach $x + 4y - 3 = 0$ oraz $12x + 7y - 27 = 0$. Oblicz długość wysokości tego trójkąta opuszczonej na bok AB .





ZADANIE 17 (7 PKT)

Na rysunku poniżej przedstawiono fragment wykresu funkcji $f(x) = \frac{6x^2 - 72x + 210}{x^2 - 12x + 36}$ określonej dla $x \in (-\infty, 6)$. Wykres ten przecina osie Ox i Oy odpowiednio w punktach B i D , a punkt A jest początkiem układu współrzędnych. Rozpatrujemy wszystkie czworokąty $ABCD$, w których punkt C leży na wykresie funkcji $y = f(x)$ pomiędzy punktami B i D .



Oblicz pierwszą współrzędną wierzchołka C tego z rozpatrywanych czworokątów, którego pole jest największe.

