CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.



**UZUPEŁNIA ZDAJĄCY**

| KOD | PESEL |
|---|---|
| | |

*miejsce na naklejkę*



# EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

## POZIOM ROZSZERZONY

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 24 strony (zadania 1–11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

**UZUPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania kryteriów oceniania
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę

**9 MAJA 2019**

**Godzina rozpoczęcia: 9:00**

**Czas pracy: 180 minut**

**Liczba punktów do uzyskania: 50**

MMA-R1_1P-192

## Zadanie 1. *(5 pkt)*

Funkcja $f$ jest określona wzorem $f(x)=\frac{|x+2|}{x+2}-x+3|x-1|$, dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq -2$. Wyznacz zbiór wartości tej funkcji.

Odpowiedź: ........................................................................................................................ .

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 1. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 5 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

**Zadanie 2.** ***(3 pkt)***

Udowodnij, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych $x$ i $y$, takich że $x < y$, i dowolnej dodatniej liczby rzeczywistej $a$ prawdziwa jest nierówność $\frac{x+a}{y+a} + \frac{y}{x} > 2$.

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 2. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 3 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

## Zadanie 3. *(3 pkt)*

Dany jest trójkąt równoramienny $ABC$, w którym $|AC| = |BC|$. Na ramieniu $AC$ tego trójkąta wybrano punkt $M$ ($M \neq A$ i $M \neq C$), a na ramieniu $BC$ wybrano punkt $N$, w taki sposób, że $|AM| = |CN|$. Przez punkty $M$ i $N$ poprowadzono proste prostopadłe do podstawy $AB$ tego trójkąta, które wyznaczają na niej punkty $S$ i $T$. Udowodnij, że $|ST| = \frac{1}{2}|AB|$.

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 3. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 3 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

**Zadanie 4.** ***(5 pkt)***

Ciąg $(a, b, c)$ jest geometryczny, ciąg $(a+1, b+5, c)$ jest malejącym ciągiem arytmetycznym oraz $a+b+c=39$. Oblicz $a$, $b$, $c$.

Odpowiedź: ..........................................................................................................................

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 4. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 5 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

**Zadanie 5.** ***(6 pkt)***

Dane są okręgi o równaniach $x^2+y^2-12x-8y+43=0$ i $x^2+y^2-2ax+4y+a^2-77=0$. Wyznacz wszystkie wartości parametru $a$, dla których te okręgi mają dokładnie jeden punkt wspólny. Rozważ wszystkie przypadki.

Odpowiedź: .......................................................................................................................

| | | |
|---|---|---|
| **Wypełnia egzaminator** | **Nr zadania** | **5.** |
| | **Maks. liczba pkt** | **6** |
| | **Uzyskana liczba pkt** | |

## Zadanie 6. *(5 pkt)*

Wielomian określony wzorem $W(x)=2x^3+(m^3+2)x^2-11x-2(2m+1)$ jest podzielny przez dwumian $(x-2)$ oraz przy dzieleniu przez dwumian $(x+1)$ daje resztę 6. Oblicz $m$ oraz pierwiastki wielomianu $W$ dla wyznaczonej wartości $m$.

Odpowiedź: ............................................................................................................................ .

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 6. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 5 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

## Zadanie 7. *(4 pkt)*

Rozwiąż równanie $\cos 2x = \sin x + 1$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

Odpowiedź: ............................................................................................................................ .

| **Wypełnia egzaminator** | **Nr zadania** | **7.** |
|---|---|---|
| | **Maks. liczba pkt** | **4** |
| | **Uzyskana liczba pkt** | |

## **Zadanie 8.** *(4 pkt)*

Punkt $D$ leży na boku $AB$ trójkąta $ABC$ oraz $|AC| = 16$, $|AD| = 6$, $|CD| = 14$ i $|BC| = |BD|$.
Oblicz obwód trójkąta $ABC$.

Odpowiedź: ............................................................................................................................... .

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 8. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 4 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

## Zadanie 9. *(6 pkt)*

Wyznacz wszystkie wartości parametru $m$, dla których funkcja kwadratowa $f$ określona wzorem

$$f(x) = (2m+1)x^2 + (m+2)x + m - 3$$

ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste $x_1$, $x_2$ spełniające warunek $(x_1 - x_2)^2 + 5x_1x_2 \geq 1$.

Odpowiedź: ................................................................................................................................ .

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 9. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 6 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

## Zadanie 10. *(3 pkt)*

Ze zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ losujemy kolejno ze zwracaniem trzy liczby. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że dokładnie dwie spośród trzech wylosowanych liczb będą równe. Wynik zapisz w postaci ułamka nieskracalnego.

Odpowiedź: ............................................................................................................................ .

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 10. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 3 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

## Zadanie 11. *(6 pkt)*

Podstawą ostrosłupa *ABCDS* jest prostokąt *ABCD*, którego boki mają długości $|AB| = 32$ i $|BC| = 18$. Ściany boczne *ABS* i *CDS* są trójkątami przystającymi i każda z nich jest nachylona do płaszczyzny podstawy ostrosłupa pod kątem $\alpha$. Ściany boczne *BCS* i *ADS* są trójkątami przystającymi i każda z nich jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $\beta$. Miary kątów $\alpha$ i $\beta$ spełniają warunek: $\alpha + \beta = 90°$. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.

Odpowiedź: ............................................................................................................................ .

| Wypełnia egzaminator | Nr zadania | 11. |
|---|---|---|
| | Maks. liczba pkt | 6 |
| | Uzyskana liczba pkt | |

# BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*