PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

4 MARCA 2017

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Ile jest liczb x należących do przedziału $\langle \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2} \rangle$, które spełniają równanie $|\sin x| = \frac{1}{2017}$?

A) 2 B) 8 C) 6 D) 4

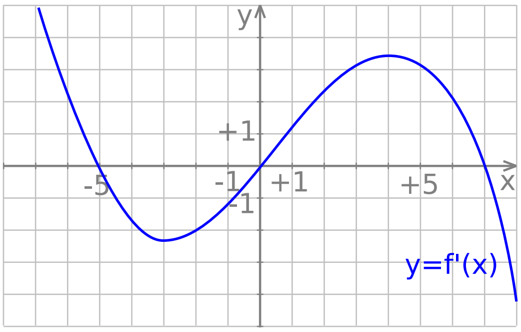
ZADANIE 2 (1 PKT)

W rozwinięciu wyrażenia $(2x+3y)^6$ współczynnik przy iloczynie xy^5 jest równy

A) 1458 B) 2916 C) 972 D) 486

ZADANIE 3 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu pochodnej $y = f'(x)$ funkcji $y = f(x)$.



Wynika stąd, że funkcja $y = f(x)$ jest rosnąca w przedziale

A) $\langle -3, 4\rangle$ B) $\langle -5, 0\rangle$ C) $\langle 1, 5\rangle$ D) $\langle -5, -3\rangle$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Ile jest liczb naturalnych pięciocyfrowych, w których iloczyn cyfr jest równy 0?

A) 59049 B) 30951 C) 3439 D) 6561

ZADANIE 5 (1 PKT)

Granica $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{(pn^2-2n)^3}{3n^6-5} = -9$. Wynika stąd, że

A) $p = -9$ B) $p = -3$ C) $p = 27$ D) $p = -27$

ZADANIE 6 (2 PKT)

Rozwiąż nierówność $8x^3 + 4x^2 - 18x - 9 \leqslant 0$.

ZADANIE 7 (2 PKT)

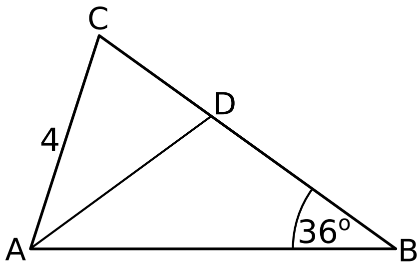
Dany jest ciąg (a_n) określony dla każdej liczby całkowitej $n \geqslant 1$, w którym $a_5 = 3$ oraz dla każdej liczby $n \geqslant 1$ prawdziwa jest równość $a_{n+1} = a_n - n + 5$. Oblicz pierwszy wyraz ciągu (a_n) i ustal, czy ciąg ten jest rosnący.

ZADANIE 8 (3 PKT)

Oblicz wartość wyrażenia $\cos\frac{25\pi}{12}\cos\frac{5\pi}{12}$.

ZADANIE 9 (3 PKT)

W trójkącie równoramiennym ABC o podstawie AC dane są: $|AC| = 4$ oraz $|\measuredangle ABC| = 36^\circ$. Odcinek AD jest odcinkiem dwusiecznej kąta BAC (zobacz rysunek).



Oblicz długość odcinka CD.

ZADANIE 10 (3 PKT)

W urnie znajdują się drewniane klocki, przy czym każdy z klocków jest biały lub czarny oraz każdy z klocków ma kształt kuli lub sześcianu. Wiadomo, że prawdopodobieństwo wylosowania czarnego klocka jest równe $\frac{13}{16}$, prawdopodobieństwo wylosowania klocka w kształcie sześcianu jest równe $\frac{5}{8}$, a prawdopodobieństwo wylosowania klocka, który jest biały lub jest kulą jest równe $\frac{1}{2}$. Oblicz prawdopodobieństwo wybrania klocka, który jest białą kulą.

ZADANIE 11 (3 PKT)

Pole trapezu równoramiennego opisanego na okręgu jest równe S, a kąt ostry przy podstawie ma miarę α. Wykaż, że ramię tego trapezu ma długość $\sqrt{\frac{S}{\sin\alpha}}$.

ZADANIE 12 (4 PKT)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n) określony dla $n \geqslant 1$, w którym pierwszy wyraz jest liczbą naturalną, a iloczyn pierwszego i trzeciego wyrazu jest równy 1. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest liczbą z przedziału $(3,4)$. Oblicz iloraz tego ciągu.

Zadanie 13 (4 pkt)

Punkty $P=(-3,3)$, $Q=(-7,5)$ i $R=(-1,-3)$ są środkami odpowiednio boków BC, CD i DA równoległoboku $ABCD$. Wyznacz współrzędne wierzchołków tego równoległoboku.

ZADANIE 14 (4 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru a, dla których wykresy funkcji f i g, określonych wzorami $f(x) = x + 1$ oraz $g(x) = ax - 2$, przecinają się w punkcie o obu współrzędnych ujemnych.

ZADANIE 15 (5 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametrów a i b, dla których wykresy funkcji

$$f(x) = x^2 + (a+2)x + a$$
$$g(x) = (-a-2)x^2 + ax + a + b$$

przecinają się w dwóch różnych punktach leżących na osi Ox.

ZADANIE 16 (5 PKT)

Podstawą ostrosłupa jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 40. Pola ścian bocznych ABS, BCS, CDS i ADS są odpowiednio równe: 740, $240\sqrt{5}$, 260 i 400. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

ZADANIE 17 (7 PKT)

Rozpatrujemy wszystkie graniastosłupy prawidłowe czworokątne, których pole powierzchni całkowitej jest równe 2. Oblicz długości krawędzi tego graniastosłupa, który ma największą objętość. Podaj tę największą objętość.