Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

zadania.info

poziom podstawowy

1 maja 2021

Czas pracy: 170 minut

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Wartość wyrażenia $\frac{\sqrt[3]{-729}\cdot 9^{-\frac{1}{2}}}{3}\cdot 3^{-1}$ jest równa

A) $-\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) -1

ZADANIE 2 (1 PKT)

Dane są liczby $a=-\frac{1}{10}$, $b=\log_{\frac{1}{3}}81$, $c=\log_{\frac{1}{2}}32$. Iloczyn abc jest równy

A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{10}$ D) $-\frac{1}{2}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Koszt brutto wysłania SMS-a w usłudze Premium SMS wynosi 17,22 zł. Jaka jest wartość netto tego SMS-a, jeżeli koszt SMS-a obciążony jest 19% podatkiem dochodowym oraz 23% podatkiem VAT?

A) 7,12 zł B) 10,74 zł C) 25,20 zł D) 11,76 zł

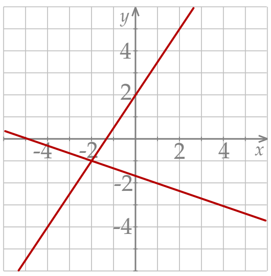
ZADANIE 4 (1 PKT)

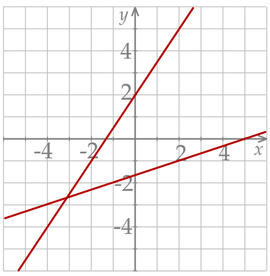
Równość $\frac{a}{3+\sqrt{3}}=\frac{3-\sqrt{3}}{3}$ zachodzi dla

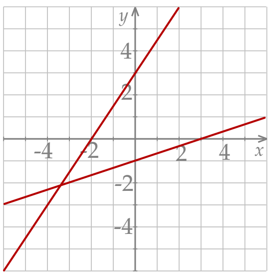
A) $a=3$ B) $a=4$ C) $a=2$ D) $a=-3$

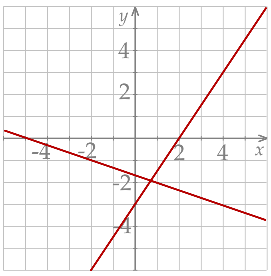
ZADANIE 5 (1 PKT)

Na jednym z poniższych rysunków przedstawiono interpretację geometryczną układu równań $\begin{cases} x-3y=5 \\ 3x-2y=-4. \end{cases}$ Wskaż ten rysunek:

A) 

B) 

C) 

D) 

ZADANIE 6 (1 PKT)

Liczba niewymiernych rozwiązań równania $3x^2(x^2-5)(3x-4)(x^2-3)=0$ jest równa

A) 1 B) 2 C) 4 D) 5

ZADANIE 7 (1 PKT)

Ile liczb całkowitych x spełnia nierówność $\frac{3}{5} < \frac{x}{15} < \frac{5}{2}$?

A) 27 B) 28 C) 29 D) 30

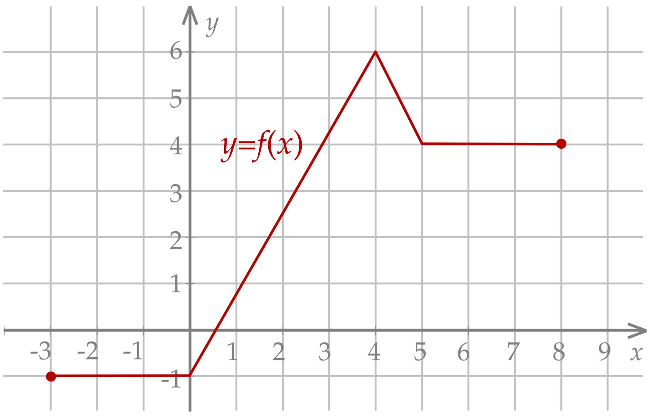
ZADANIE 8 (1 PKT)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = 3 - 4x$ dla każdej liczby z przedziału $\langle -2, 2\rangle$. Zbiorem wartości tej funkcji jest przedział

A) $\langle -11, 5\rangle$ B) $(-11, 5\rangle$ C) $\langle -5, 11\rangle$ D) $(-5, 11\rangle$

ZADANIE 9 (1 PKT)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f.



Funkcja f jest malejąca w przedziale

A) $\langle -2, 0\rangle$ B) $\langle 0, 4\rangle$ C) $\langle 5, 7\rangle$ D) $\langle 4, 5\rangle$

ZADANIE 10 (1 PKT)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{3x^2-6}{x^2}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$. Wówczas wartość funkcji $f(\sqrt[3]{3})$ jest równa

A) $1 - \frac{1}{3}\sqrt[3]{3}$ B) $3 - 2\sqrt[3]{3}$ C) $3 + 2\sqrt[3]{3}$ D) $1 + \frac{1}{3}\sqrt[3]{3}$

ZADANIE 11 (1 PKT)

Ciąg geometryczny (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{(-2)^{3n-2}}{3}$ dla $n \geqslant 1$. Suma jedenastu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa

A) $-\frac{2}{27}(1+8^{11})$ B) $-\frac{2}{27}(1-8^{11})$ C) $\frac{2}{27}(1+8^{11})$ D) $\frac{2}{27}(1-8^{11})$

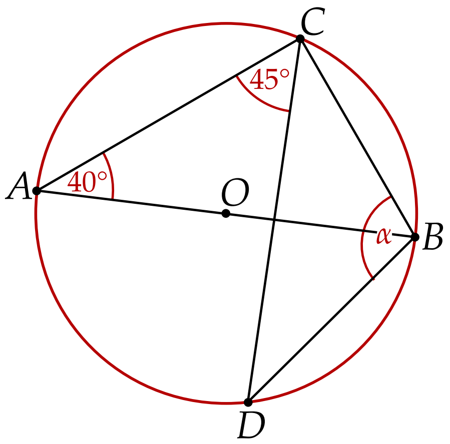
ZADANIE 12 (1 PKT)

Suma kwadratów czterech początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego o pierwszym wyrazie a_1 i różnicy r wyraża się wzorem

A) $(a_1+r)^2\cdot 4$ B) $(a_1+r)^2\cdot 6$ C) $4a_1^2+12a_1r+14r^2$ D) $4a_1^2+10a_1r+14r^2$

ZADANIE 13 (1 PKT)

Odcinek AB jest średnicą okręgu o środku O.



Miara kąta DBC oznaczonego na rysunku literą α jest równa

A) 100° B) 90° C) 95° D) 85°

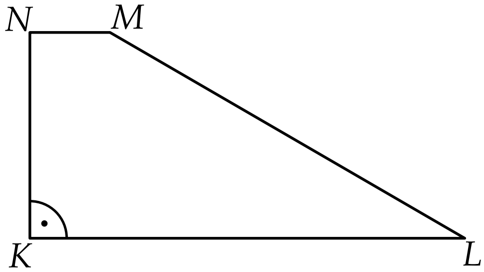
ZADANIE 14 (1 PKT)

Ciąg liczbowy określony jest wzorem $a_n=\frac{2^n-1}{2^n+1}$, dla $n\geqslant 1$. Szósty wyraz tego ciągu jest równy

A) -1 B) $\frac{12}{13}$ C) $\frac{63}{65}$ D) 1

ZADANIE 15 (1 PKT)

W trapezie $KLMN$, w którym $KL||MN$, kąt LKN jest prosty (zobacz rysunek) oraz dane są: $|MN|=3$, $|KN|=4\sqrt{3}$, $|\measuredangle KLM|=30^\circ$. Pole tego trapezu jest równe:



A) $4+2\sqrt{3}$ B) $28\sqrt{3}$ C) $36\sqrt{3}$ D) $24+6\sqrt{3}$

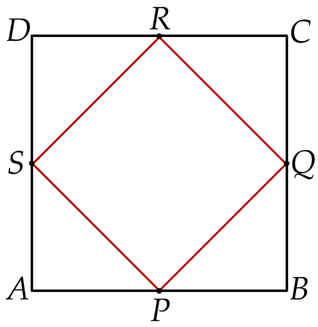
ZADANIE 16 (1 PKT)

Liczby $3\sqrt{2}+1$, $\frac{3}{\sqrt{2}-1}$, $\frac{6}{2-\sqrt{2}}$ są kolejnymi wyrazami ciągu

A) arytmetycznego B) geometrycznego C) rosnącego D) malejącego

ZADANIE 17 (1 PKT)

W kwadracie $ABCD$ połączono środki boków otrzymując kwadrat $PQRS$.



Kwadrat $ABCD$ jest podobny do kwadratu $PQRS$ w skali

A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

ZADANIE 18 (1 PKT)

Punkt $D=(3,-4)$ jest obrazem punktu C w symetrii względem punktu $S=(-1,-1)$, a punkt C jest środkiem odcinka AB, gdzie $A=(-7,1)$. Punkt B ma współrzędne

A) $B=(3,-3)$ B) $B=(-4,3)$ C) $B=(-3,3)$ D) $B=(-3,4)$

ZADANIE 19 (1 PKT)

Jeżeli $0^\circ<\alpha<90^\circ$ oraz $\operatorname{tg}\alpha=4\sin\alpha$, to

A) $\cos\alpha=\frac{1}{2}$ B) $\cos\alpha=\frac{1}{4}$ C) $\cos\alpha=\frac{4}{\sqrt{17}}$ D) $\cos\alpha=1$

ZADANIE 20 (1 PKT)

Współczynnik kierunkowy prostej, na której leżą punkty $A=(6,3)$ oraz $B=(-2,5)$, jest równy

A) $a=3$ B) $a=-1$ C) $a=\frac{5}{6}$ D) $a=-\frac{1}{4}$

ZADANIE 21 (1 PKT)

Prosta k przecina oś Oy układu współrzędnych w punkcie $(0,3)$ i jest prostopadła do prostej o równaniu $y=-2x$. Wówczas prosta k przecina oś Ox układu współrzędnych w punkcie

A) $\left(\frac{3}{2},0\right)$ B) $(-3,0)$ C) $(6,0)$ D) $(-6,0)$

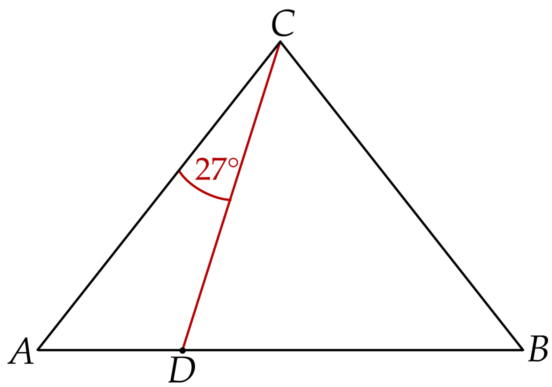
ZADANIE 22 (1 PKT)

Prosta k przecina oś Oy układu współrzędnych w punkcie $(0,-6)$ i jest równoległa do prostej o równaniu $y=-3x$. Wówczas prosta k przecina oś Ox układu współrzędnych w punkcie

A) $(-6,0)$ B) $(-2,0)$ C) $(2,0)$ D) $(12,0)$

ZADANIE 23 (1 PKT)

W trójkącie ABC, w którym $|AC|=|BC|$, na boku AB wybrano punkt D taki, że $|BD|=|CD|$ oraz $|\measuredangle ACD|=27^\circ$ (zobacz rysunek).



Wynika stąd, że kąt BCD ma miarę

A) 57° B) 53° C) 51° D) 55°

ZADANIE 24 (1 PKT)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 45°, a wysokość ostrosłupa jest równa 6. Wysokość podstawy tego ostrosłupa ma długość

A) $6\sqrt{3}$ B) 9 C) 12 D) $4\sqrt{3}$

ZADANIE 25 (1 PKT)

Na loterię przygotowano pulę 200 losów, w tym 4 wygrywające. Po wylosowaniu pewnej liczby losów, wśród których były dokładnie dwa wygrywające, szansa na wygraną była taka sama jak przed rozpoczęciem loterii. Stąd wynika, że wylosowano

A) 8 losów. B) 40 losów. C) 100 losów. D) 50 losów.

ZADANIE 26 (1 PKT)

Ile jest wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych podzielnych przez 6 i niepodzielnych przez 9?

A) 60 B) 120 C) 100 D) 150

ZADANIE 27 (1 PKT)

W pewnej loterii fantowej przygotowano dwie urny z losami, przy czym w drugiej urnie było trzy razy więcej losów niż w pierwszej urnie. Prawdopodobieństwo wybrania losu wygrywającego z pierwszej urny jest równe $\frac{1}{6}$, a prawdopodobieństwo wybrania losu wygrywającego z drugiej urny jest równe $\frac{1}{3}$. Przed rozpoczęciem loterii losy z obu urn zmieszano i umieszczono w jednej urnie. Po tej operacji prawdopodobieństwo wybrania losu wygrywającego jest równe

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{5}{12}$ D) $\frac{7}{24}$

ZADANIE 28 (1 PKT)

Średnia arytmetyczna zestawu danych: 7, 12, 8, 6, x, $2x$ jest taka sama jak średnia arytmetyczna zestawu danych: 11, 8, 9, 3, x, x, $2x$. Wynika stąd, że

A) $x = 7$ B) $x = 5$ C) $x = 13$ D) $x = 15$

ZADANIE 29 (2 PKT)

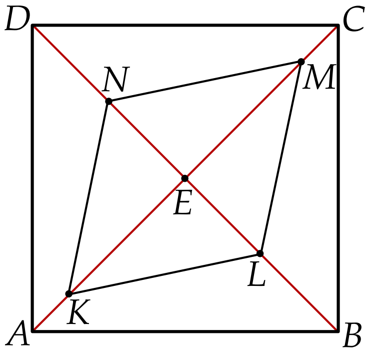
Wyznacz wszystkie liczby dodatnie x spełniające nierówność $6x^4 + 4x^3 \geqslant 18x^5$.

ZADANIE 30 (2 PKT)

Rozwiąż równanie $\frac{2x+5}{x} = \frac{x}{2x+5}$, gdzie $x \neq 0$ i $x \neq -\frac{5}{2}$.

Zadanie 31 (2 pkt)

Dany jest kwadrat $ABCD$. Przekątne AC i BD przecinają się w punkcie E. Punkty L i N są środkami odcinków – odpowiednio – BE i ED. Punkty K i M leżą na przekątnej AC tak, że $|AK| = \frac{1}{4}|AE|$ i $|CM| = \frac{1}{4}|CE|$ (zobacz rysunek). Wykaż, że stosunek pola czworokąta $KLMN$ do pola kwadratu $ABCD$ jest równy 3:8.

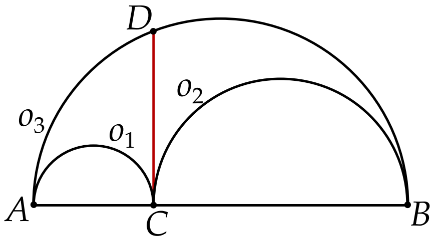


Zadanie 32 (2 pkt)

Wiedząc, że $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{1}{3}$, oblicz wartość wyrażenia $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$.

ZADANIE 33 (2 PKT)

Na średnicy AB półokręgu o_3 wybrano punkt C i na odcinkach AC i CB jako na średnicach skonstruowano półokręgi o_1 i o_2. Odcinek CD jest odcinkiem wspólnej stycznej półokręgów o_1 i o_2. Oblicz długość odcinka CD jeżeli promienie półokręgów o_1 i o_2 są odpowiednio równe r_1 i r_2.



ZADANIE 34 (2 PKT)

Wykaż, że dla dowolnej liczby $m > 0$ prawdziwa jest nierówność $m + \frac{3}{m} \geqslant \frac{1}{2}$.

ZADANIE 35 (5 PKT)

W nieskończonym ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n \geqslant 1$, suma dziewięciu początkowych wyrazów jest równa 171. Średnia arytmetyczna pierwszego, trzeciego i ósmego wyrazu tego ciągu, jest równa 15. Wyrazy $a_1,\ a_4,\ a_k$ ciągu (a_n), w podanej kolejności, tworzą nowy ciąg – trzywyrazowy ciąg geometryczny (b_n). Oblicz k.