Przeczytaj, zanim zaczniesz rozwiązywać

Maturzysto! Zanim rozpoczniesz rozwiązywanie zadań z naszych arkuszy:

Przygotuj:

- **Arkusz I** – 5 kartek papieru podaniowego w kratkę na czystopis i 3 na brudnopis;
  Arkusz II – 5 kartek papieru podaniowego w kratkę na czystopis i 3 na brudnopis;
- **kalkulator;**
- **długopis z czarnym wkładem;**
- **linijkę i cyrkiel;**
- **zestaw wzorów;**
- **zegar.**

- Sprawdź czas na zegarze, zanotuj godzinę rozpoczęcia pracy.
- Rozwiązuj zadania z **Arkusza I**, każde na oddzielnej stronie. Gdy minie 120 minut, zakończ pracę bez względu na to, ile zadań masz rozwiązanych.
- Jeżeli zamierzasz zdawać maturę na poziomie rozszerzonym, przerwij pracę na pół godziny.
- Odnotuj godzinę na zegarze i rozwiązuj zadania z **Arkusza II**, każde na oddzielnej kartce.
- Gdy minie 150 minut, zakończ pracę bez względu na to, ile zadań masz rozwiązanych.
- Teraz na podstawie schematu oceniania sprawdź swoją pracę. Jeżeli rozwiążesz zadanie inaczej, niż to przewiduje schemat oceniania, możesz poprosić o ocenę poprawności jego rozwiązania swojego nauczyciela. Jeżeli Twoje rozwiązanie jest bezbłędne, oceń je na maksymalną liczbę punktów przewidzianą w schemacie oceniania.

BLANKA ŁĄTKA

Pamiętaj!

Na maturze rozwiązania w brudnopisie nie będą brane pod uwagę przez komisję egzaminacyjną.

- Odnotuj liczbę punktów z każdego arkusza oddzielnie i oblicz, ile to procent liczby 50.

Powodzenia!

Z CZEGO KORZYSTAĆ NA PISEMNEJ MATURZE 2006

Zdający mogą korzystać z materiałów pomocniczych, które będą przygotowane w sali, oraz z własnych przyborów i urządzeń, które są wymienione na liście poniżej

Przedmiot	Materiały i przybory
matematyka	zestaw wybranych wzorów matematycznych dla każdego zdającego, każdy zdający powinien mieć cyrkiel, linijkę, kalkulator prosty*
chemia	karta wybranych tablic chemicznych dla każdego zdającego, każdy zdający może mieć kalkulator prosty*
fizyka i astronomia	karta wybranych wzorów i stałych fizycznych dla każdego zdającego, każdy zdający może mieć kalkulator prosty*
geografia	każdy zdający powinien mieć ołówek, gumkę, linijkę, lupę, każdy zdający może mieć kalkulator prosty*
informatyka	każdy zdający może mieć kalkulator prosty*
egzamin maturalny dla osób niesłyszących	słownik języka polskiego, słownik wyrazów obcych, słownik wyrazów bliskoznacznych – nie mniej niż 1 na 25 osób
egzamin maturalny dla osób niewidomych i słabowidzących	przykładowe grupy sprzętu i oprogramowania specjalistycznego do wykorzystywania na egzaminie maturalnym przez osoby niewidome lub słabowidzące: monitory/linijki brajlowskie, notatniki brajlowskie, drukarki brajlowskie, urządzenia lektorskie, powiększalniki.

**Kalkulator prosty – nie może to być kalkulator, który rysuje wykresy, rozwiązuje równania, oblicza parametry danych statystycznych*

(na podstawie strony CKE – www.cke.edu.pl)

Arkusz I

Poziom podstawowy

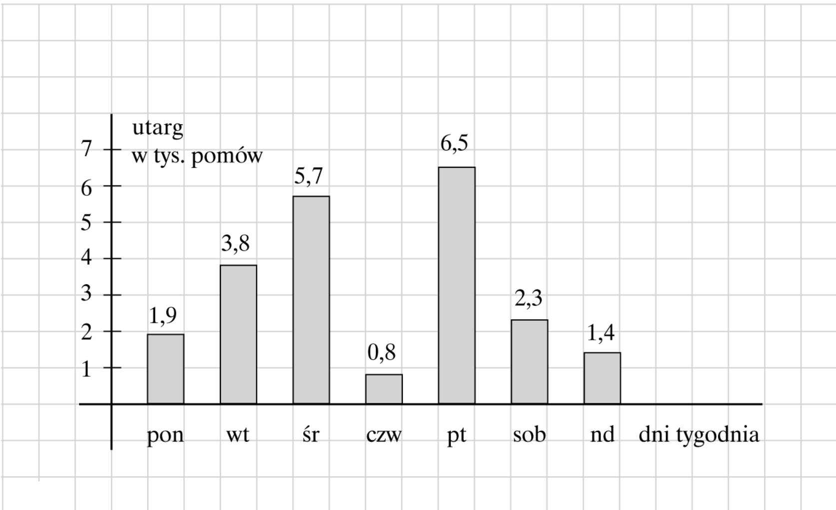
Zadanie 1.
(4 pkt)

Na poniższej fakturze podatek VAT został naliczony od wartości netto. Uzupełnij tę fakturę.

Lp.	Nazwa artykułu	J.m.	Ilość	Cena jednostkowa bez podatku VAT (zł)	Wartość netto (zł)	Podatek VAT %	Podatek VAT Kwota (zł)	Wartość z podatkiem (zł)
1	Szampon	szt.	1	8,85	8,85	22		
2	Odżywka do włosów	szt.	2			22		24,30
3	Konfitura morelowa	szt.	3	6,50	19,50	7		
4	Czekolada deserowa	szt.	5			7	1,05	
							Razem	

Zadanie 2.
(4 pkt)

Wszyscy mieszkańcy Pompolandii jeżdżą samochodami osobowymi marki Pompon. Na diagramie przedstawiono utarg jednej ze stacji benzynowych w tej krainie.



a) Oblicz średni utarg dzienny tej stacji.

b) W poniedziałek 1 litr benzyny kosztował 3,8 pomów. Ile litrów benzyny sprzedano w poniedziałek?

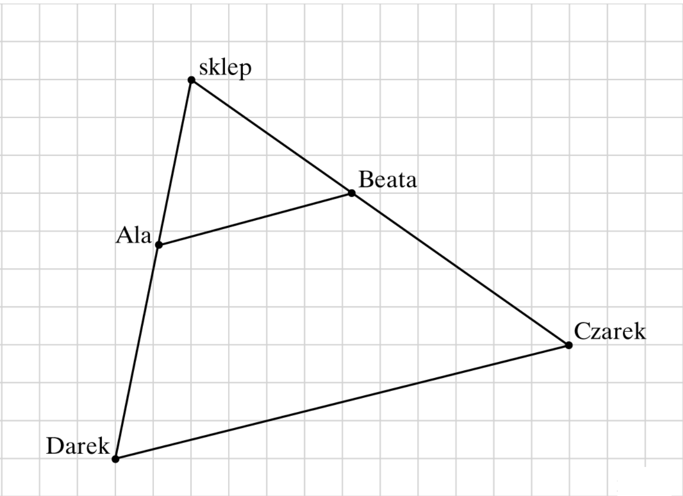
c) Ile kilometrów łącznie przejadą samochody, zużywając benzynę zakupioną na tej stacji w poniedziałek, jeśli samochód marki Pompon spala średnio 7,5 litra benzyny na 100 km? Wynik zaokrąglij do 1 km.

Zadanie 3.
(4 pkt)

W konkursie plastycznym przyznano nagrody na łączną kwotę 12 400 zł. Najwyższa nagroda wynosiła 6400 zł, a najniższa 400 zł. Wiadomo ponadto, że iloraz wartości dowolnych dwóch kolejnych nagród był taki sam. Ile nagród przyznano?

Zadanie 4.
(3 pkt)

Ala i Beata mieszkają przy tej samej ulicy w odległości 750 m od siebie. Ulica ta jest równoległa do ulicy, przy której mieszkają Czarek i Darek. Domy chłopców znajdują się w odległości 2 km od siebie. Czarek ma o 1,6 km dalej do sklepu niż Beata. Ile metrów do sklepu ma Beata?



Zadanie 5.
(6 pkt)

Wyznacz $A \cap B$, $A \setminus B$ oraz $B \setminus A$, jeżeli $A = \left\{ x \in R : \left| x - \frac{1}{2} \right| \geq 1 \right\}$, $B = \left\{ x \in R : 6 - x^2 > x^2 - x \right\}$.

Zadanie 6.
(6 pkt)

Proste o równaniach $x + y + 1 = 0$, $x - y - 3 = 0$ oraz $x + 3y - 7 = 0$ zawierają boki trójkąta. Oblicz obwód tego trójkąta. Uzasadnij, że trójkąt ten jest prostokątny i oblicz pole opisanego na nim koła.

Zadanie 7.
(4 pkt)

Wyznacz zbiór wszystkich liczb rzeczywistych x, dla których wyrażenie $\dfrac{x}{\sqrt{\dfrac{3x+1}{2x+2} - 2}} + \dfrac{1}{x+2}$ ma sens liczbowy.

Zadanie 8.
(4 pkt)

Kod dostępu do komputera składa się z trzech spośród 26 dużych liter alfabetu oraz pięciu cyfr. Na ile różnych sposobów można zakodować dostęp, jeżeli litery i cyfry mogą się powtarzać, a na ile, jeżeli nie mogą? Rozpatrz te dwa przypadki, gdy:
a) wszystkie litery są na początku kodu,
b) litery i cyfry mogą występować w dowolnym miejscu kodu.

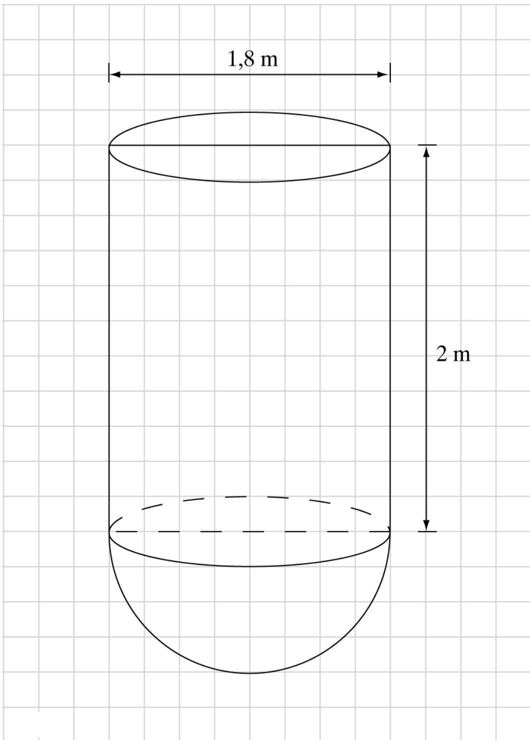
Zadanie 9.
(6 pkt)

Średnica koła o promieniu $r = 6$ jest podstawą trójkąta równobocznego. Wykonaj odpowiedni rysunek. Oblicz stosunek pola części trójkąta leżącej wewnątrz koła do pola części trójkąta leżącej na zewnątrz koła.

Zadanie 10.
(4 pkt)

Oblicz, jaką kwotę wpłacono przy zakładaniu lokaty oprocentowanej 3% w skali roku, wiedząc, że odsetki kapitalizowane są co miesiąc, a po czterech miesiącach stan konta był równy 2424,09 zł. Wynik zaokrąglij do 1 zł.

Zadanie 11.
(5 pkt)



Na rysunku przedstawiono szkic kotła parowego z półkolistym dnem. Kocioł ten wraz z pokrywą ma być dwukrotnie pokryty z zewnątrz warstwą termoodpornej farby antykorozyjnej.

a) Oblicz w litrach pojemność kotła. Do obliczeń przyjmij $\pi = 3{,}14$.

b) Ile należy kupić litrowych puszek farby, jeżeli jeden litr farby wystarcza na pomalowanie 8 m^2 powierzchni?

Arkusz II

Poziom rozszerzony

Zadanie 12.
(3 pkt)

Wektor $\vec{b}$ jest równoległy do wektora $\vec{a}=[-4,3]$. Wiedząc, że $|\vec{b}|=10$, wyznacz współrzędne wektora $\vec{b}$.

Zadanie 13.
(3 pkt)

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x)=\cos 2x-\sin\left(\frac{\pi}{6}+2x\right)$.

Zadanie 14.
(4 pkt)

Dane są zdarzenia $A\subset\Omega$, $B\subset\Omega$ takie, że $P(A')=\frac{1}{4}$, $P(B)=\frac{1}{2}$, $P(A\cup B)=\frac{7}{8}$.
Zbadaj, czy zdarzenia A i B są niezależne.

Zadanie 15.
(4 pkt)

Dla jakich wartości parametru p wielomian $W(x)=(x^2-4x+4)\left[x^2+(p-1)x+p\right]$ ma trzy różne pierwiastki?

Zadanie 16.
(9 pkt)

Przez punkt $P=(-1,4)$ prowadzimy proste przecinające osie układu współrzędnych w punktach $A=(x,0)$ i $B=(0,y)$, przy czym $x<0$ i $y>0$. Wyznacz równanie tej z nich, dla której suma odległości punktów A i B od początku układu współrzędnych jest najmniejsza.

Zadanie 17.
(4 pkt)

W zbiorze zdarzeń elementarnych Ω są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym, czyli $B_1, B_2, ..., B_n$ są zdarzeniami parami wykluczającymi się, których suma jest równa Ω oraz $P(B_i)>0$ dla $i\in\{1,2,3,...,n\}$. Jeżeli ponadto prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia $A\subset\Omega$ jest dodatnie, to prawdziwy jest wzór

$$P(B_i|A)=\frac{P(A|B_i)\cdot P(B_i)}{P(A|B_1)\cdot P(B_1)+.....+P(A|B_n)\cdot P(B_n)},\quad i\in\{1,2,3,...,n\}$$

dzięki któremu zostanie obliczone prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia B_i, pod warunkiem że zaszło zdarzenie A.
Stosując powyższy wzór, rozwiąż zadanie:
W pewnej populacji na 1000 mężczyzn 5, a na 1000 kobiet 3 ma wadę wymowy. Z próby liczącej jednakową liczbę kobiet i mężczyzn wylosowano osobę mającą wadę wymowy. Oblicz prawdopodobieństwo, że jest to mężczyzna.

Zadanie 18.
(5 pkt)

Rozwiąż równanie: $\binom{6}{2}\cdot\left(2\cdot 2^{-\frac{1}{x}}\right)^4\cdot\left(\dfrac{4}{4^{\frac{1}{4-x}}}\right)^2=240.$

Zadanie 19.
(5 pkt)

Bok trójkąta równobocznego *ABC* ma długość *a*. Na bokach *AB*, *BC*, *CA* tego trójkąta obrano odpowiednio takie punkty *D*, *E*, *F*, że $|AD|=\frac{1}{5}a$, $|BE|=\frac{1}{2}a$, $|CF|=\frac{4}{5}a$. Oblicz długości boków trójkąta *DEF*.

Zadanie 20.
(6 pkt)

Ciąg (a_n) określony jest rekurencyjnie w następujący sposób: $\begin{cases} a_1=3 \\ a_{n+1}=\dfrac{a_n}{a_n+1} \end{cases}$ dla $n\geq 1$

a) Wyznacz wzór ogólny tego ciągu.

b) Oblicz granicę $\lim\limits_{n\to\infty}\left[a_n\cdot\left(\sqrt{n^2-7n}-\sqrt{4n^2+5n+8}\right)\right]$

Zadanie 21.
(7 pkt)

Punkt *S* jest wierzchołkiem ostrosłupa prawidłowego czworokątnego *ABCDS.* Krawędź podstawy tego ostrosłupa ma długość 8, a krawędź boczna tworzy z płaszczyzną podstawy kąt 60°. Przez wierzchołek *A* podstawy, równolegle do przekątnej *BD*, poprowadzono płaszczyznę sieczną tworzącą z płaszczyzną podstawy ostrosłupa kąt 45°. Sporządź rysunek ostrosłupa, zaznacz otrzymany przekrój i oblicz pole tego przekroju.

Model odpowiedzi i schemat oceniania do arkusza I

Za każdą czynność oznaczoną ● uczeń otrzymuje 1 punkt.

Zadanie 1. (4 pkt)

- Obliczenie ceny jednostkowej i wartości netto odżywki do włosów: 9,96 zł, 19,92 zł
- Obliczenie podatku VAT: szamponu - 1,95 zł, odżywki do włosów - 4,38 zł, konfitury - 1,37 zł
- Obliczenie ceny jednostkowej i wartości netto czekolady: 3 zł, 15 zł
- Obliczenie łącznej wartości brutto: 72,02 zł

Zadanie 2. (4 pkt)

- Obliczenie średniego utargu: $\frac{1,9+3,8+5,7+0,8+6,5+2,3+1,4}{7}=3,2$ (tys. pomów)
- Obliczenie, ile litrów benzyny sprzedano w poniedziałek: $\frac{1900}{3,8}=500$
- Wskazanie metody obliczenia liczby x przejechanych kilometrów, np. $\frac{7,5}{500}=\frac{100}{x}$
- Obliczenie liczby przejechanych kilometrów: $x \approx 6667$ km

Zadanie 3. (4 pkt)

- Zauważenie, że kwoty kolejnych nagród tworzą ciąg geometryczny, w którym $a_1=6400$, $a_n=400$, $S_n=12400$ (lub $a_1=400$, $a_n=6400$, $S_n=12400$)
- Zapisanie równania: $\frac{6400-400q}{1-q}=12400$ (lub $\frac{400-6400q}{1-q}=12400$)
- Obliczenie ilorazu: $q=\frac{1}{2}$ (lub $q=2$)
- Obliczenie liczby nagród: $n=5$

Zadanie 4. (3 pkt)

- Wprowadzenie oznaczenia i zamiana jednostek, np.: x - odległość w m od sklepu do domu Beaty, 1,6 km = 1600 m
- Wykorzystanie podobieństwa odpowiednich trójkątów i zapisanie proporcji: $\frac{x}{x+1600}=\frac{750}{2000}$
- Rozwiązanie równania: $x=960$

Zadanie 5. (6 pkt)

- Wyznaczenie zbioru A: $A=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right\rangle \cup \left\langle\frac{3}{2};\infty\right)$
- Zapisanie nierówności w postaci np. $-2x^2+x+6>0$ i wyznaczenie pierwiastków trójmianu kwadratowego: $x_1=-\frac{3}{2}$, $x_2=2$
- Wyznaczenie zbioru B: $B=\left(-\frac{3}{2};2\right)$

- Wyznaczenie zbioru $A \cap B$: $A \cap B = \left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right\rangle \cup \left\langle \frac{3}{2}; 2\right)$
- Wyznaczenie zbioru $A \setminus B$: $A \setminus B = \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right\rangle \cup \langle 2; \infty)$
- Wyznaczenie zbioru $B \setminus A$: $B \setminus A = \left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

Zadanie 6.
(6 pkt)

- Analiza zadania, np. sporządzenie i oznaczenie rysunku
- Wyznaczenie współrzędnych wierchołków trójkąta z odpowiednich układów równań: $A = (-5,4), B = (1,-2), C = (4,1)$
- Obliczenie obwodu trójkąta ABC: $9\sqrt{2} + 3\sqrt{10}$
- Wykazanie, że $|AB|^2 + |BP|^2 = |AC|^2$ i zastosowanie twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
- Zauważenie, że średnicą koła opisanego na trójkącie ABC jest odcinek AC
- Obliczenie pola koła opisanego na trójkącie ABC: $\frac{45}{2}\pi$

Zadanie 7.
(4 pkt)

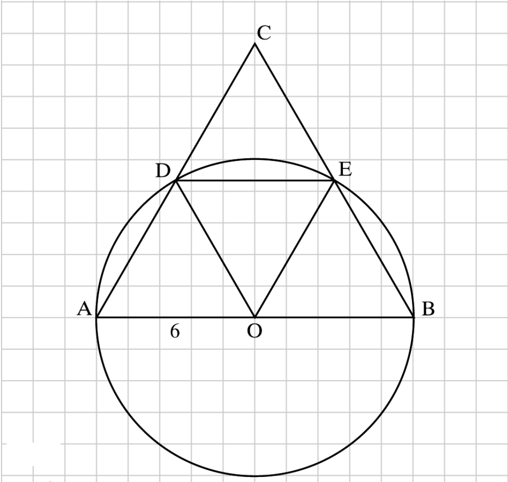
- Zapisanie warunków prowadzących do wyznaczenia szukanego zbioru: $\frac{3x+1}{2x+2} - 2 > 0$ i $2x+2 \neq 0$ i $x+2 \neq 0$
- Przekształcenie nierówności $\frac{3x+1}{2x+2} - 2 > 0$ do postaci: $\frac{-x-3}{2x+2} > 0$
- Rozwiązanie nierówności: $x \in (-3; -1)$
- Wyznaczenie zbioru: $(-3; -2) \cup (-2; -1)$

Zadanie 8.
(4 pkt)

- Obliczenie liczby kodów, gdy wszystkie litery są na początku kodu oraz litery i cyfry mogą się powtarzać: $26^3 \cdot 10^5 = 1\,757\,600\,000$
- Obliczenie liczby kodów, gdy wszystkie litery są na początku kodu oraz litery i cyfry nie mogą się powtarzać: $26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 471\,744\,000$
- Obliczenie liczby kodów, gdy litery mogą występować w dowolnym miejscu kodu oraz litery i cyfry mogą się powtarzać: $\binom{8}{3} \cdot 26^3 \cdot 10^5 = 98\,425\,600\,000$
- Obliczenie liczby kodów, gdy litery mogą występować w dowolnym miejscu kodu oraz litery i cyfry nie mogą się powtarzać: $\binom{8}{3} \cdot 26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 26\,417\,664\,000$

Zadanie 9.
(6 pkt)

- Sporządzenie rysunku i wprowadzenie oznaczeń



rys. 3

- Uzasadnienie, że: $\Delta OEB \equiv \Delta ODA \equiv \Delta ODE \equiv \Delta DEC$
- Obliczenie pola wycinka koła DOE: $P_{DOE} = 6\pi$
- Obliczenie pola części trójkąta leżącej wewnątrz koła: $P_w = 18\sqrt{3} + 6\pi$
- Obliczenie pola części trójkąta leżącej na zewnątrz koła: $P_z = 18\sqrt{3} - 6\pi$
- Obliczenie stosunku pól: $\frac{P_w}{P_z} = \frac{3\sqrt{3}+\pi}{3\sqrt{3}-\pi}$

Zadanie 10.
(4 pkt)

- Wskazanie metody rozwiązania zadania: zastosowanie wzoru na procent składany
- Zapisanie równania: $2424{,}09 = K_o \cdot \left(1+\frac{3}{1200}\right)^4$
- Obliczenie wartości potęgi: $\left(1+\frac{3}{1200}\right)^4 = 1{,}010037563$
- Obliczenie kwoty K_o i zaokrąglenie jej do 1 zł: $K_o = 2400$ zł

Zadanie 11.
(5 pkt)

- Obliczenie promienia walca i półkuli: $r = 0{,}9$ m
- Obliczenie objętości walca i półkuli: $V_w = \pi r^2 H = 1{,}62\pi\ \text{m}^3$, $V_p = \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi r^3 = 0{,}486\pi\ \text{m}^3$, $V = 2{,}106\pi\ \text{m}^3$
- Zamiana metrów sześciennych na litry: $1\text{m}^3 = 1000$ l, $V = 2106\pi$ l $\approx 6612{,}84$ l
- Obliczenie powierzchni zewnętrznej kotła: $P = 2\pi rH + \pi r^2 + \frac{1}{2}\cdot 4\pi r^2 = 2\pi rH + 3\pi r^2 = 6{,}03\pi\ \text{m}^2 \approx 18{,}9\ \text{m}^2$
- Obliczenie liczby puszek farby (dwukrotne malowanie): 5

Uwaga! Za każde poprawne rozwiązanie zadania inne od zaproponowanego w modelu odpowiedzi przyznaje się maksymalną liczbę punktów.

Model odpowiedzi i schemat oceniania do arkusza II

Za każdą czynność oznaczoną ● uczeń otrzymuje 1 punkt.

Zadanie 12. (3 pkt)

- Obliczenie długości wektora $\vec{a}$: $|\vec{a}| = 5$
- Wykorzystanie warunku równoległości wektorów do zapisania równości: $\vec{b} = 2\vec{a}$ lub $\vec{b} = -2\vec{a}$
- Obliczenie współrzędnych wektora $\vec{b}$: $\vec{b} = [-8,6]$ lub $\vec{b} = [8,-6]$

Uwaga: jeśli uczeń uwzględni tylko przypadek $\vec{b} = 2\vec{a}$, to za rozwiązanie zadania przyznaje się 2 pkt.

Zadanie 13. (3 pkt)

- Zastosowanie wzoru redukcyjnego i zapisanie wzoru funkcji np. w postaci:
  $f(x) = \cos 2x - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} - 2x\right)$, $D = R$
- Zastosowanie wzoru na różnicę cosinusów i przekształcenie wzoru funkcji do postaci: $f(x) = -\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$
- Podanie zbioru wartości funkcji $f(x)$: $\langle -1; 1\rangle$

Zadanie 14. (4 pkt)

- Skorzystanie z prawdopodobieństwa zajścia zdarzenia przeciwnego i obliczenie prawdopodobieństwa zajścia zdarzenia A: $P(A) = \frac{3}{4}$
- Skorzystanie z własności prawdopodobieństwa sumy zdarzeń i obliczenie $P(A \cap B)$: $P(A \cap B) = \frac{3}{8}$
- Obliczenie iloczynu prawdopodobieństw A i B: $P(A) \cdot P(B) = \frac{3}{8}$
- Zinterpretowanie wyniku i podanie odpowiedzi: zdarzenia są niezależne

Zadanie 15. (4 pkt)

- Sprawdzenie, że równanie $x^2 - 4x + 4 = 0$ ma jeden pierwiastek podwójny: $x = 2$
- Zapisanie warunku, przy którym równanie $x^2 + (p-1)x + p = 0$ ma dwa różne pierwiastki i żaden z nich nie jest równy 2: $\Delta > 0$ i $4 + (p-1)\cdot 2 + p \neq 0$
- Rozwiązanie nierówności $p^2 - 6p + 1 > 0$: $p \in (-\infty; 3 - 2\sqrt{2}) \cup (3 + 2\sqrt{2}; \infty)$
- Uwzględnienie warunku $p \neq -\frac{2}{3}$ i podanie odpowiedzi: $p \in \left(-\infty; -\frac{2}{3}\right) \cup \left(-\frac{2}{3}; 3 - 2\sqrt{2}\right) \cup (3 + 2\sqrt{2}; \infty)$

Zadanie 16.
(9 pkt)

- Zapisanie równania prostej przechodzącej przez punkt P: $y = mx + 4 + m$
- Wyznaczenie współrzędnych punktów A i B: $A = \left(-\frac{m+4}{m}, 0\right)$, $B = (0, m+4)$
- Zauważenie, że $m > 0$
- Wyznaczenie odległości punktów A i B od początku układu współrzędnych O:
  $|OA| = \frac{m+4}{m}$, $|OB| = m+4$
- Przedstawienie sumy długości odcinków OA i OB jako funkcji zmiennej m:
  $f(m) = \frac{m^2+5m+4}{m}$, $m \in (0; \infty)$
- Wyznaczenie pochodnej funkcji f:
  $f'(m) = \frac{m^2-4}{m^2}$, $m \in (0; \infty)$
- Obliczenie wartości m spełniającej warunki $f'(m) = 0$ i $m \in (0; \infty)$: $m = 2$
- Uzasadnienie, że dla $m = 2$ funkcja $f(m)$ osiąga wartość najmniejszą
- Zapisanie równania prostej: $y = 2x + 6$

Zadanie 17.
(4 pkt)

- Analiza zadania, np. oznaczenie i opisanie zdarzeń:
  A – „wylosowano osobę z wadą wymowy”,
  B_1 – „wylosowano mężczyznę”,
  B_2 – „wylosowano kobietę”
- Wywnioskowanie z treści zadania, że $P(B_1) = \frac{1}{2}$, $P(B_2) = \frac{1}{2}$
- Obliczenie prawdopodobieństw warunkowych: $P(A|B_1) = \frac{5}{1000}$, $P(A|B_2) = \frac{3}{1000}$
- Obliczenie prawdopodobieństwa warunkowego: $P(B_1|A) = \frac{5}{8} = 0{,}625$

Zadanie 18.
(5 pkt)

- Wyznaczenie dziedziny wyrażenia: $D = R \setminus \{0, 4\}$
- Przekształcenie równania do postaci: $\left(4^{1-\frac{1}{x}} \cdot 4^{1-\frac{1}{4-x}}\right)^2 = 16$
- Sprowadzenie równania do postaci: $\frac{x-1}{x} + \frac{3-x}{4-x} = 1$

- Przekształcenie równania do postaci: $x^2 - 4x + 4 = 0$
- Rozwiązanie równania z uwzględnieniem dziedziny: $x = 2$

Zadanie 19.
(5 pkt)

- Sporządzenie rysunku i zauważenie, że $|AF| = \frac{1}{5}a$, $|CE| = \frac{1}{2}a$, $|BD| = \frac{4}{5}a$
- Uzasadnienie, że trójkąt ADF jest trójkątem równobocznym i stwierdzenie, że $|DF| = \frac{1}{5}a$
- Wykazanie, że trójkąty DBE i FCE są przystające i wywnioskowanie, że odcinki DE oraz FE są równej długości
- Zastosowanie wzoru cosinusów w trójkącie DBE do obliczenia długości boku DE:

$$|DE|^2 = \left(\frac{4}{5}a\right)^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 - 2 \cdot \frac{4}{5}a \cdot \frac{1}{2}a \cdot \cos 60^\circ$$

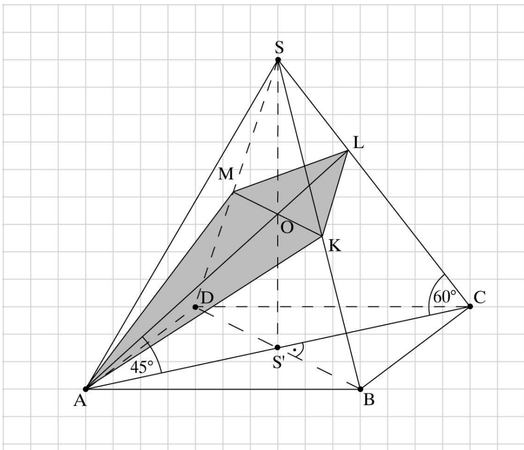
- Obliczenie długości boku DE: $|DE| = \frac{7}{10}a$

Zadanie 20.
(6 pkt)

- Wyznaczenie wzoru ogólnego ciągu (a_n): $a_n = \frac{3}{3n-2}$
- Sprawdzenie, że otrzymany wzór jest prawdziwy dla $n = 1$ oraz zapisanie założenia i tezy indukcyjnej
- Wykazanie prawdziwości tezy indukcyjnej oraz podsumowanie dowodu indukcyjnego
- Przekształcenie wyrażenia w nawiasie do postaci: $\sqrt{n^2 - 7n} - \sqrt{4n^2 + 5n + 8} = \frac{-3n^2 - 12n - 8}{\sqrt{n^2 - 7n} + \sqrt{4n^2 + 5n + 8}}$
- Przekształcenie wyrażenia do postaci: $\frac{n^2\left(-3 - \frac{12}{n} - \frac{8}{n^2}\right)}{n\left(\sqrt{1 - \frac{7}{n}} + \sqrt{4 + \frac{5}{n} + \frac{8}{n^2}}\right)}$
- Obliczenie granicy: $\lim_{n\to\infty} \left[a_n \cdot \left(\sqrt{n^2 - 7n} - \sqrt{4n^2 + 5n + 8}\right)\right] = -1$

Zadanie 21.
(7 pkt)

- Sporządzenie rysunku ostrosłupa i zaznaczenie na nim przekroju:



rys. 5

● Uzasadnienie, że otrzymany przekrój *AKLM* jest deltoidem

Przykładowy zestaw zadań maturalnych z matematyki przygotowały Jadwiga Brzezińska i Ewa Ludwikowska, egzaminatorki maturalne, autorki „Wymagań programowych z matematyki dla liceum ogólnokształcącego, liceum profilowanego i technikum" oraz „Zestawów maturalnych – zakres podstawowy i rozszerzony" (wyd. Nowa Era)
Konsultacja merytoryczna dr Edward Stachowski,
Instytut Matematyki Uniwersytetu Warszawskiego, rzeczoznawca Ministerstwa Edukacji i Nauki

CO USTNIE, CO PISEMNIE, CO OBOWIĄZKOWE, A CO DODATKOWE NA MATURZE 2006

CZĘŚĆ USTNA

przedmioty obowiązkowe

◆ **język polski** – tu nie wybierasz poziomu podstawowego czy rozszerzonego – egzamin zdajesz według zasad opisanych w informatorze maturalnym z polskiego;
◆ **język obcy** nowożytny – zdajesz na poziomie podstawowym lub rozszerzonym. Do wyboru masz: angielski, niemiecki, rosyjski, francuski, włoski, hiszpański, portugalski, szwedzki, słowacki;
◆ **język mniejszości narodowej** (dla absolwentów szkół lub klas z nauczaniem języka danej mniejszości) – podobnie jak przy polskim, nie wybierasz między poziomem podstawowym i rozszerzonym, zdajesz według zasad opisanych w informatorze maturalnym danego języka. Na maturze jako język mniejszości można zdawać: białoruski,

przedmioty dodatkowe

◆ **język obcy nowożytny** – inny niż wybrany jako obowiązkowy – zdawany na poziomie rozszerzonym. Do wyboru masz: angielski, niemiecki, rosyjski, francuski, włoski, hiszpański, portugalski, szwedzki, słowacki;
◆ **język grupy etnicznej** (kaszubski) – zdawany na jednym poziomie, określonym w standardach egzaminacyjnych w informatorze maturalnym.

CZĘŚĆ PISEMNA

przedmioty obowiązkowe

Zdajesz na poziomie podstawowym lub rozszerzonym – ty wybierasz poziom
◆ język polski;
◆ język obcy nowożytny (ten sam, który zdawałeś jako obowiązkowy w części ustnej). Do wyboru masz: angielski, niemiecki, rosyjski, francuski, włoski, hiszpański, portugalski, szwedzki, słowacki;
◆ jeden przedmiot wybrany spośród następujących:
– biologia
– chemia
– fizyka z astronomią
– geografia
– historia
– historia muzyki
– historia sztuki
– matematyka
– wiedza o społeczeństwie
– wiedza o tańcu;
◆ język mniejszości narodowej – dla absolwentów szkół lub klas, w których uczy się języka danej mniejszości. Na maturze jako język mniejszości można zdawać: białoruski, litewski, ukraiński, niemiecki.

przedmioty dodatkowe

Zdajesz na poziomie rozszerzonym
◆ jeden, dwa lub trzy przedmioty wybrane spośród następujących (oprócz tego, który wybrałeś jako obowiązkowy):
– biologia
– geografia
– chemia
– fizyka z astronomią
– historia
– historia muzyki
– historia sztuki
– informatyka
– język grecki (klasyczny) i kultura antyczna
– język łaciński i kultura antyczna
– język obcy nowożytny (inny niż ten, który wybrałeś jako obowiązkowy). Do wyboru masz: angielski, niemiecki, rosyjski, francuski, włoski, hiszpański, portugalski, szwedzki, słowacki
– język grupy etnicznej (kaszubski – może być zdawany ustnie lub pisemnie)
– matematyka
– wiedza o społeczeństwie
– wiedza o tańcu.