

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

17 KWIETNIA 2021

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba $\log_{0,5} 5 \cdot \log_{0,2} 2$ jest równa

- A)
- -1
- B)
- 1
- C)
- 10
- D)
- $0,1$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{5n^2-3n-7}{9+4n-3n^2}$ dla każdej liczby $n \geq 1$. Granica tego ciągu jest równa

- A)
- 5
- B)
- $-\frac{5}{3}$
- C)
- $-\frac{7}{9}$
- D)
- $-\frac{1}{3}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Prosta dana równaniem $y = \frac{1}{5}x + \frac{3}{5}$ jest prostopadła do stycznej do wykresu funkcji $f(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 + 3x - 4$ w punkcie

- A)
- $(2, -2)$
- B)
- $(1, -3)$
- C)
- $(0, -4)$
- D)
- $(-1, -5)$

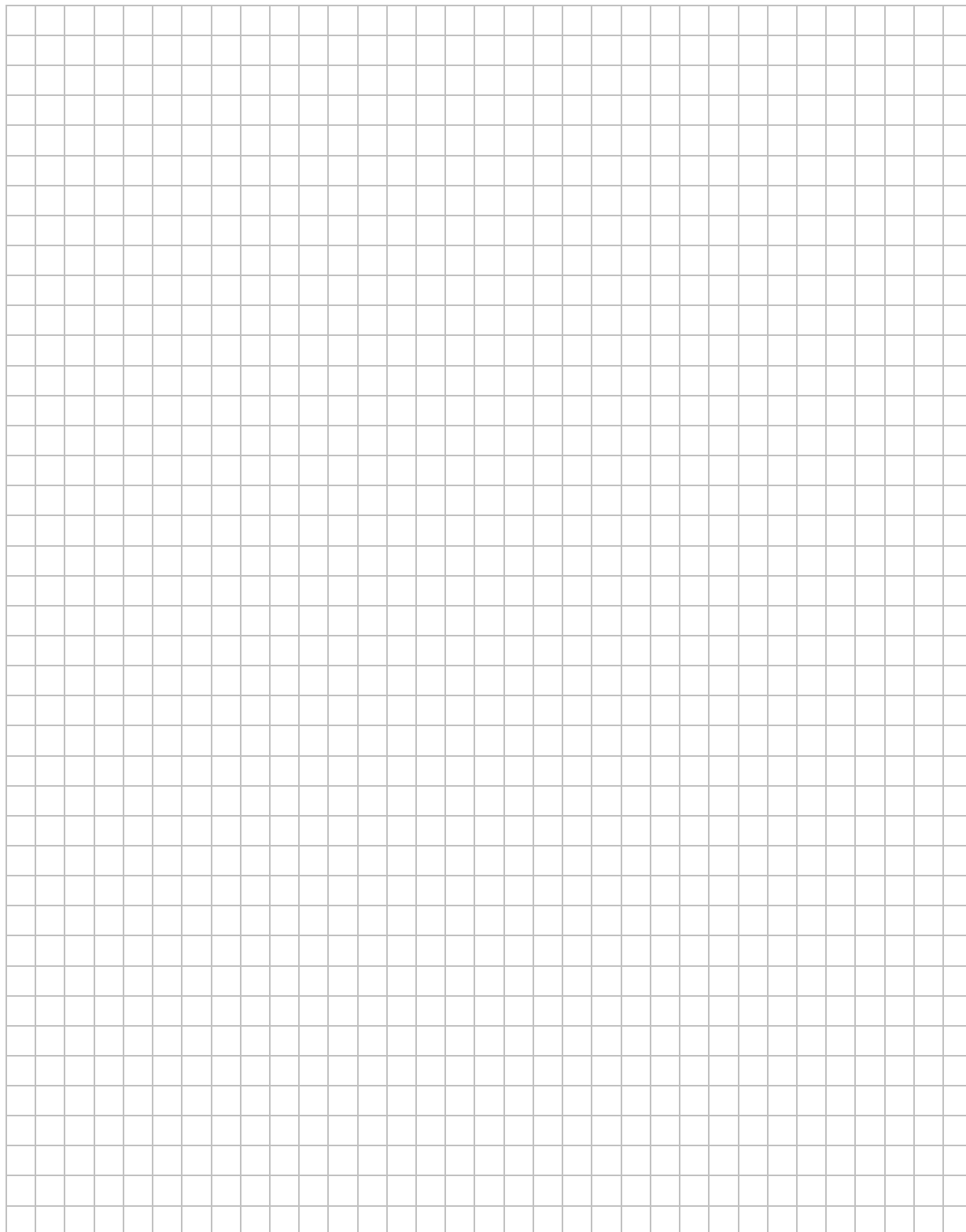
ZADANIE 4 (1 PKT)

Wskaż wektor równoległy do wektora $\vec{v} = [-72, 96]$

- A)
- $[48, 36]$
- B)
- $[45, -60]$
- C)
- $[-42, 64]$
- D)
- $[76, -57]$

ZADANIE 5 (2 PKT)

Dwa zakłady pracy produkują takie same akumulatory, przy czym stosunek liczby akumulatorów produkowanych dziennie przez pierwszy zakład do liczby akumulatorów produkowanych dziennie przez drugi zakład jest równy $\frac{2}{3}$. Badania wykazały, że niektóre z wyprodukowanych akumulatorów mają podwyższoną pojemność, przy czym własność tą ma 40% akumulatorów pochodzących z pierwszego zakładu i 30% akumulatorów pochodzących z drugiego zakładu. Oblicz jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrany akumulator pochodzący z dziennej produkcji obu zakładów nie ma podwyższonej pojemności.

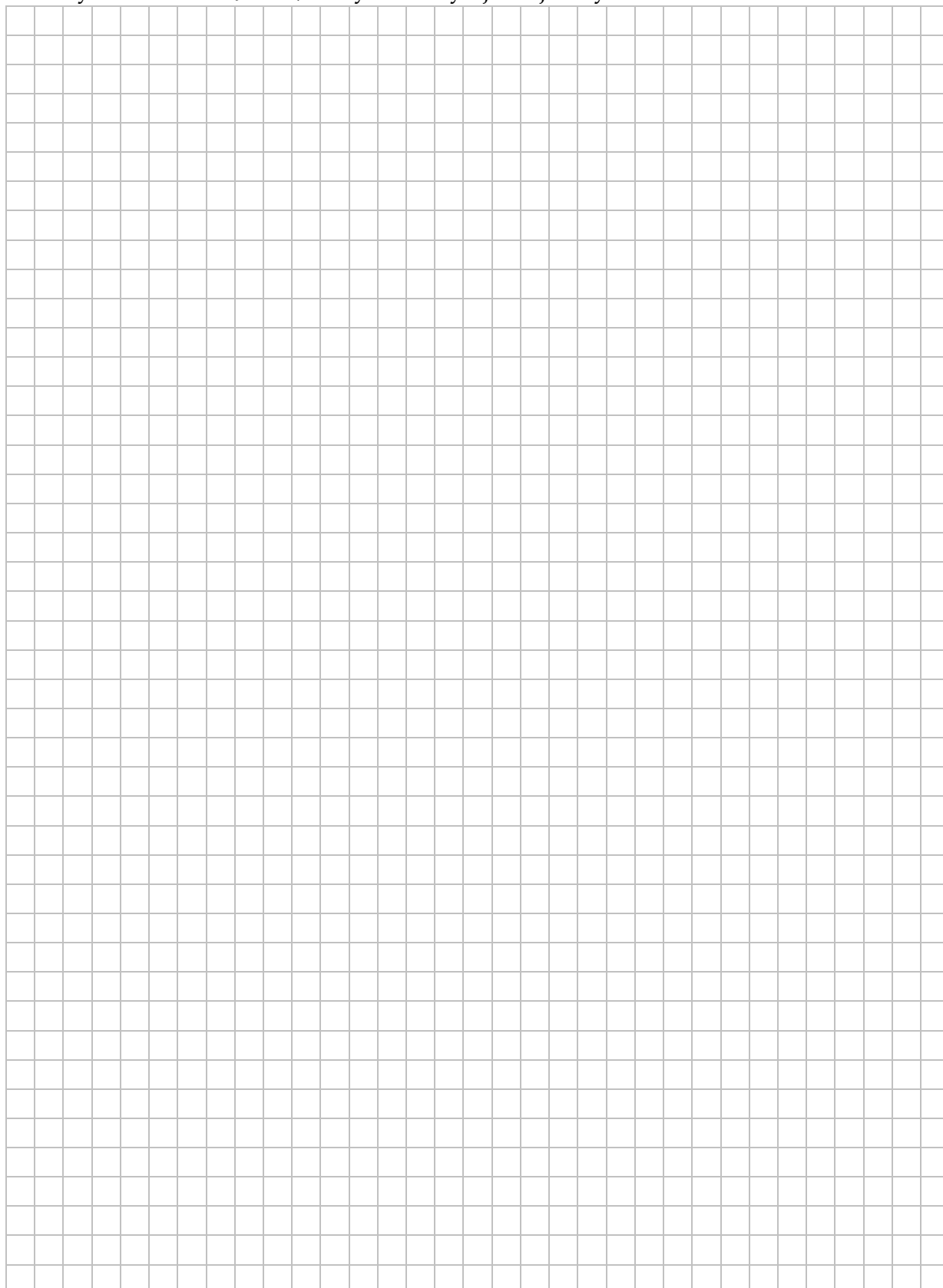


ZADANIE 6 (3 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie

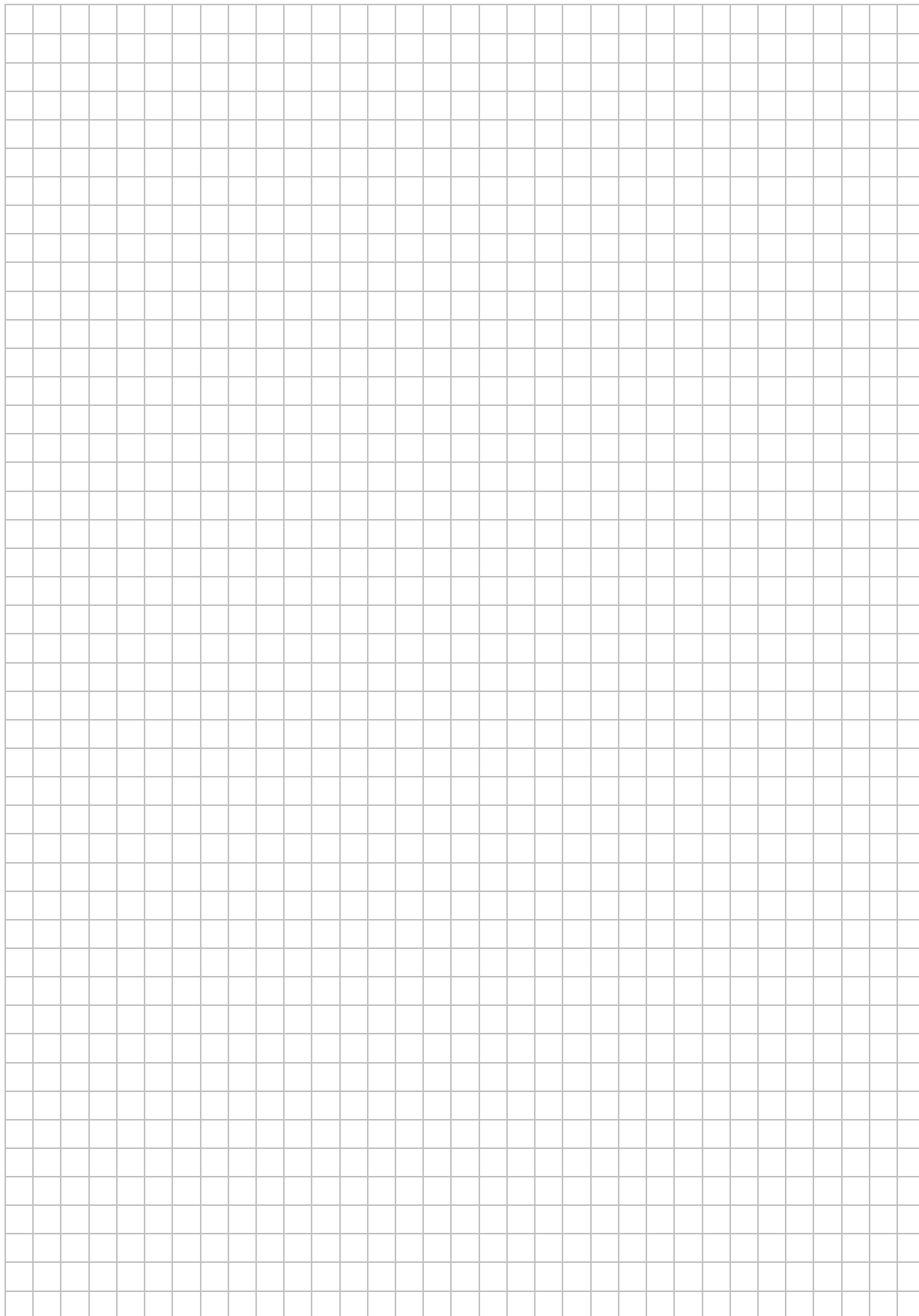
$$|49 - |13 - 4x|| - 4 = m(m - 4)$$

ma cztery różne rozwiązania, których iloczyn jest ujemny.



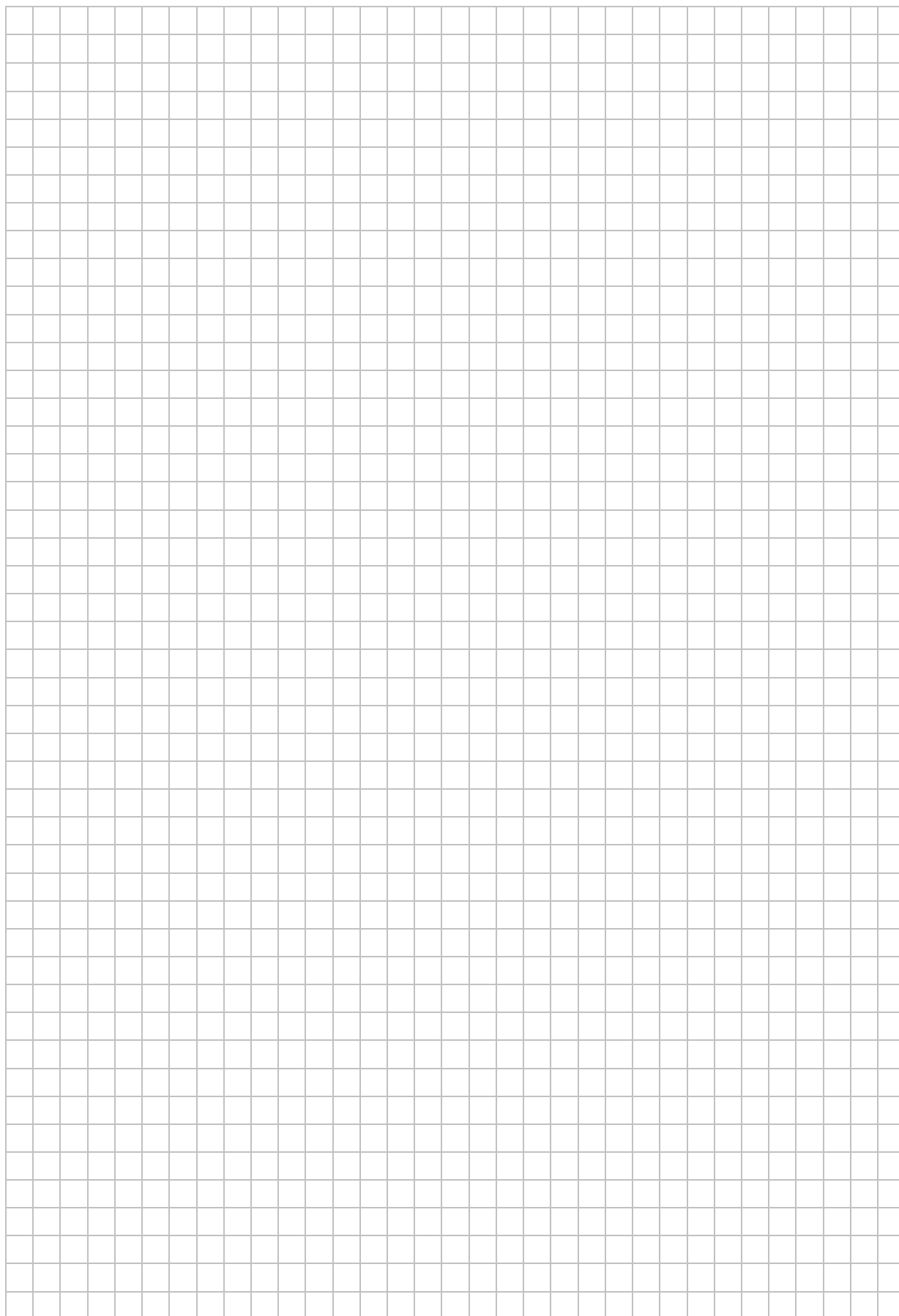
ZADANIE 7 (3 PKT)

Suma długości wszystkich wysokości trójkąta ABC jest 9 razy większa od promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt. Udowodnij, że trójkąt ABC jest równoboczny.



ZADANIE 8 (3 PKT)

Wykaż, że $\cos 40^\circ \cos 80^\circ \cos 160^\circ = -\frac{1}{8}$.

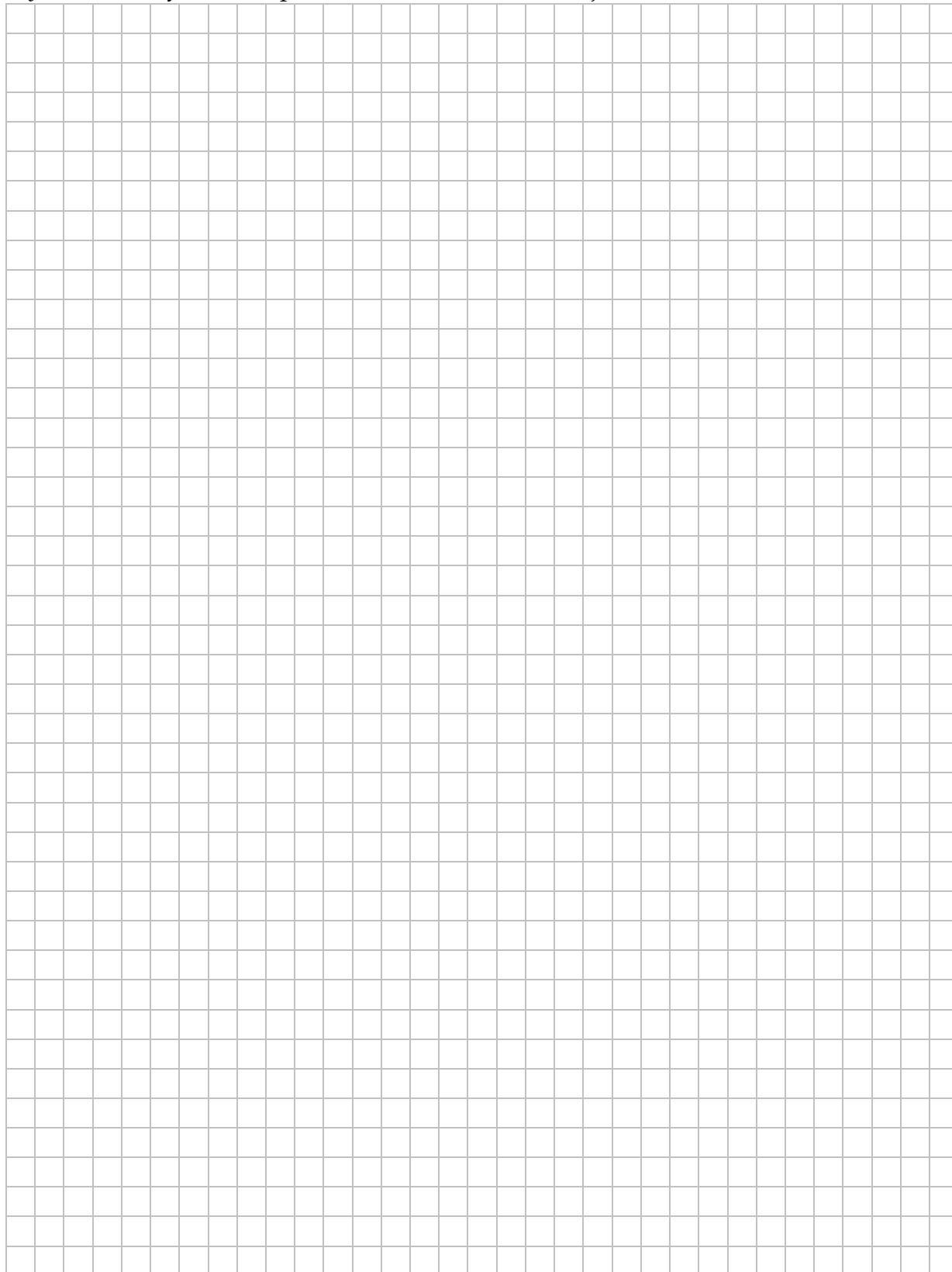


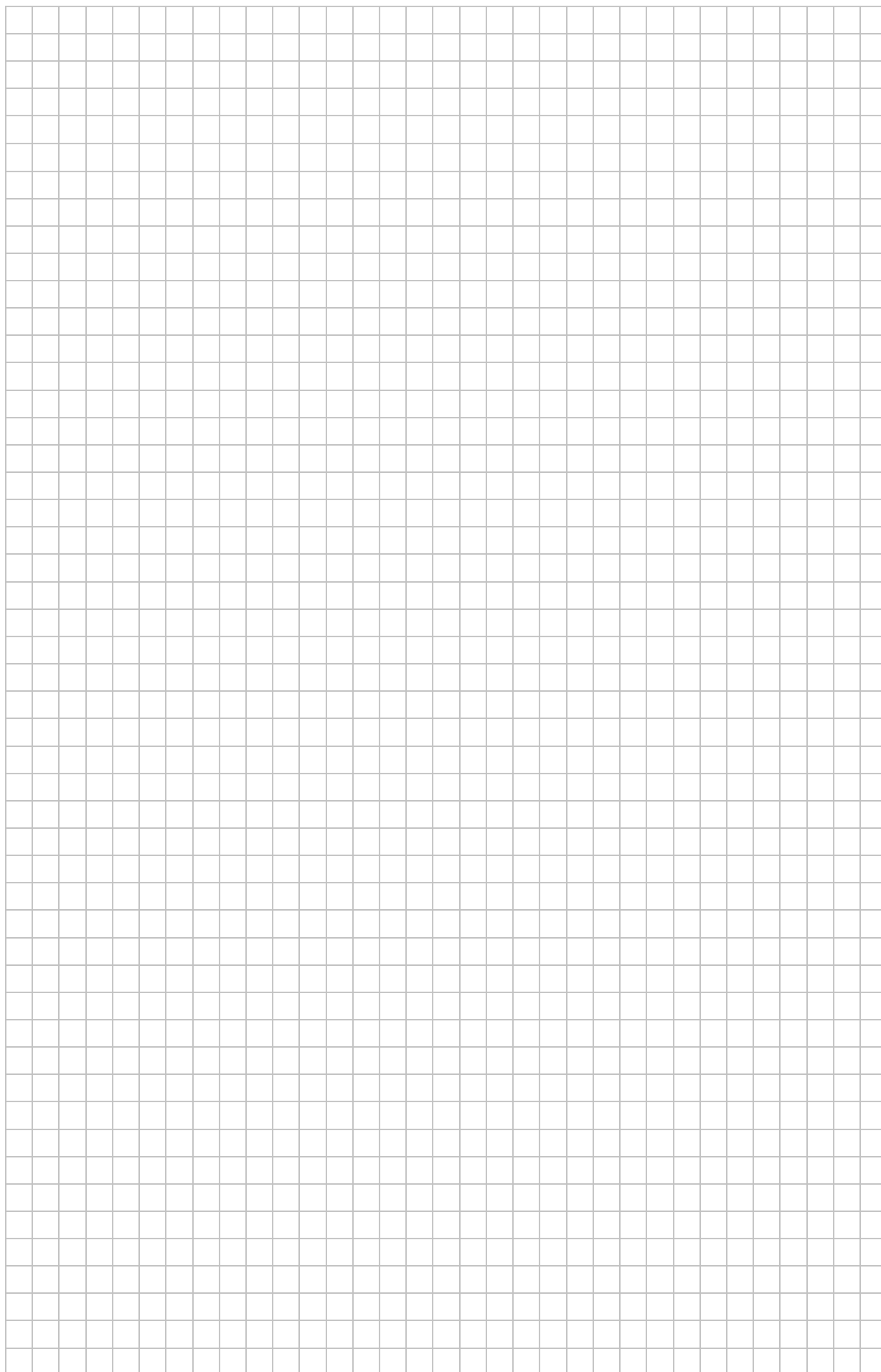
ZADANIE 9 (5 PKT)

Okrąg wpisany w trójkąt ABC jest opisany równaniem

$$x^2 + y^2 - 10x + 6y + 29 = 0.$$

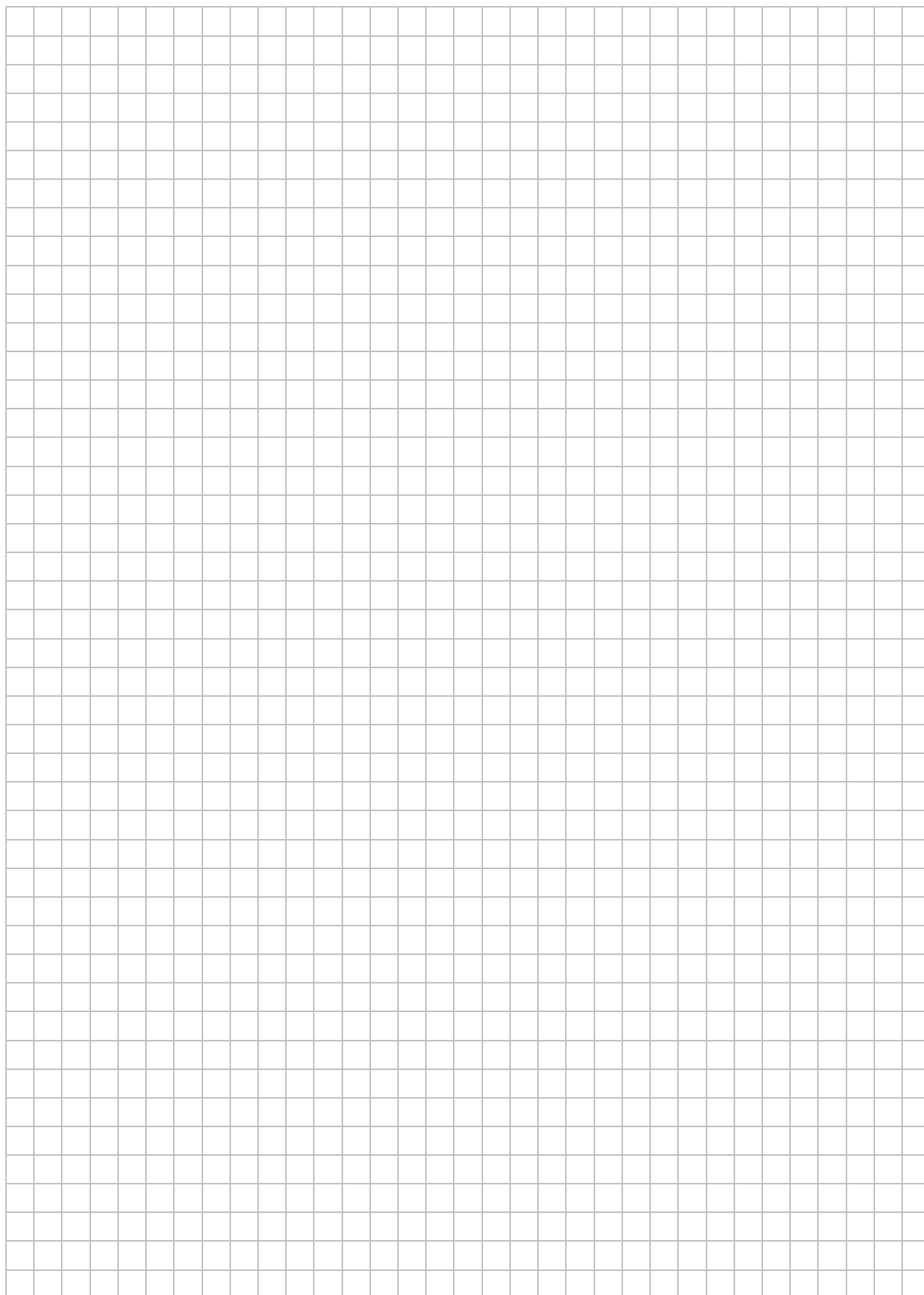
Punkty styczności tego okręgu z bokami AC i BC trójkąta ABC leżą na prostej o równaniu: $x - y - 7 = 0$. Wyznacz współrzędne wierzchołka C trójkąta ABC .





ZADANIE 10 (4 PKT)

Wykres funkcji $f(x) = x^3 - 6x^2 + 3x - 7$ przesunięto o wektor \vec{v} i wyniku tej operacji otrzymano wykres, który jest symetryczny względem początku układu współrzędnych. Wyznacz współrzędne wektora \vec{v} .



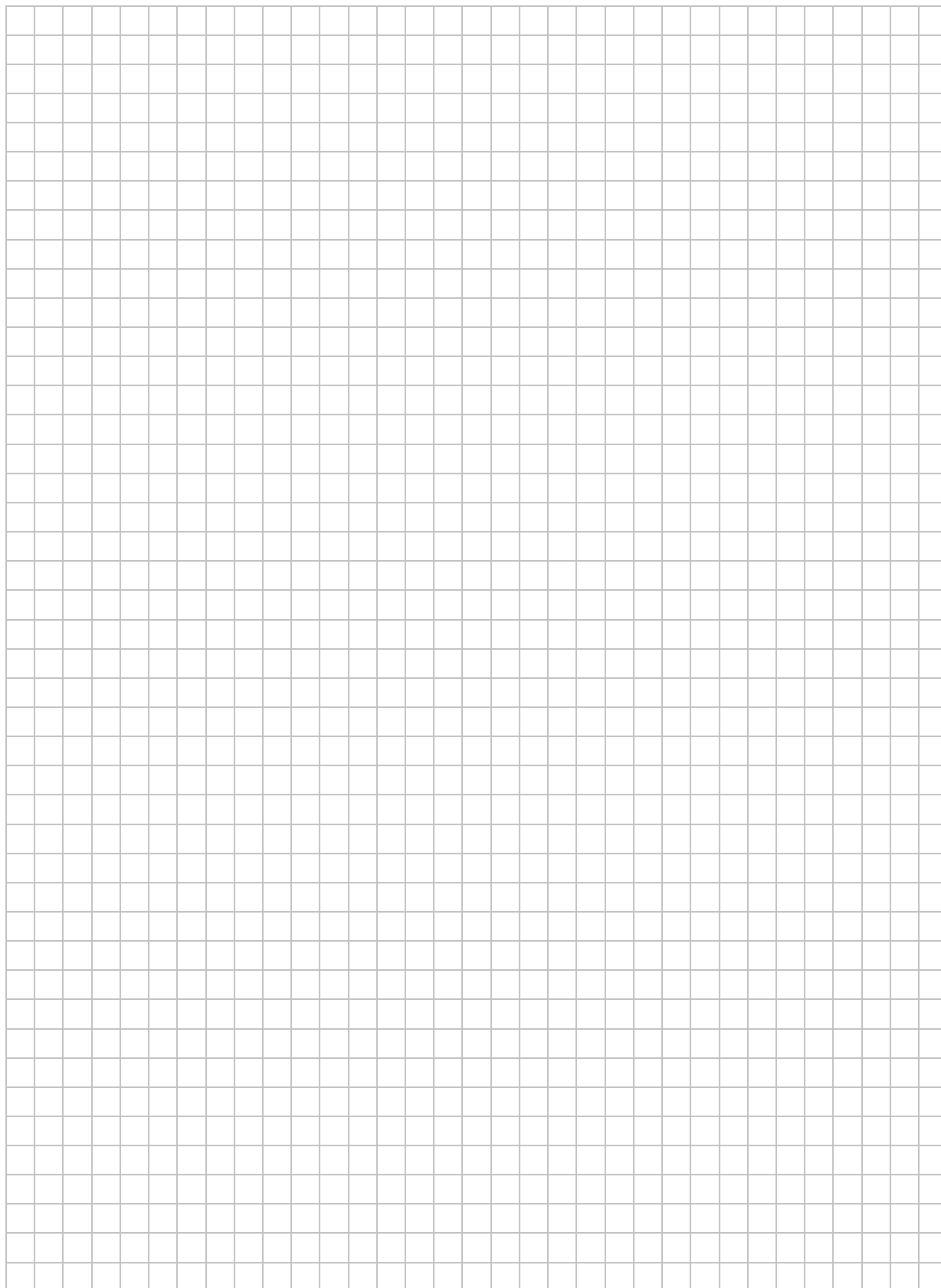
ZADANIE 11 (4 PKT)

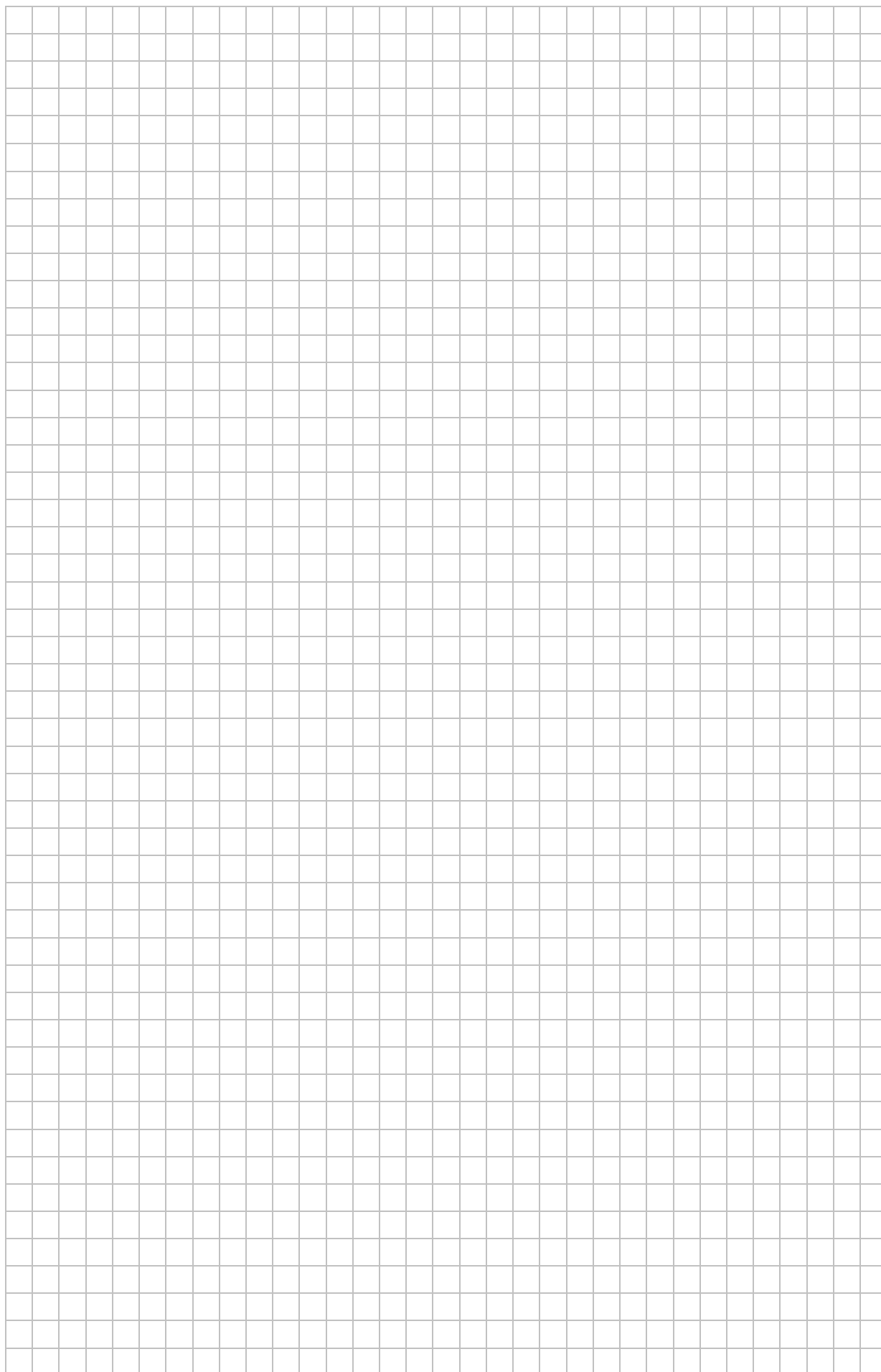
W trzywyrazowym ciągu geometrycznym (a_1, a_2, a_3) spełniona jest równość $a_1 + a_2 + a_3 = \frac{13}{3}$. Wyrazy a_1, a_2, a_3 są – odpowiednio – dziewiątym, trzecim i pierwszym wyrazem rosnącego ciągu arytmetycznego. Oblicz a_1 .



ZADANIE 12 (5 PKT)

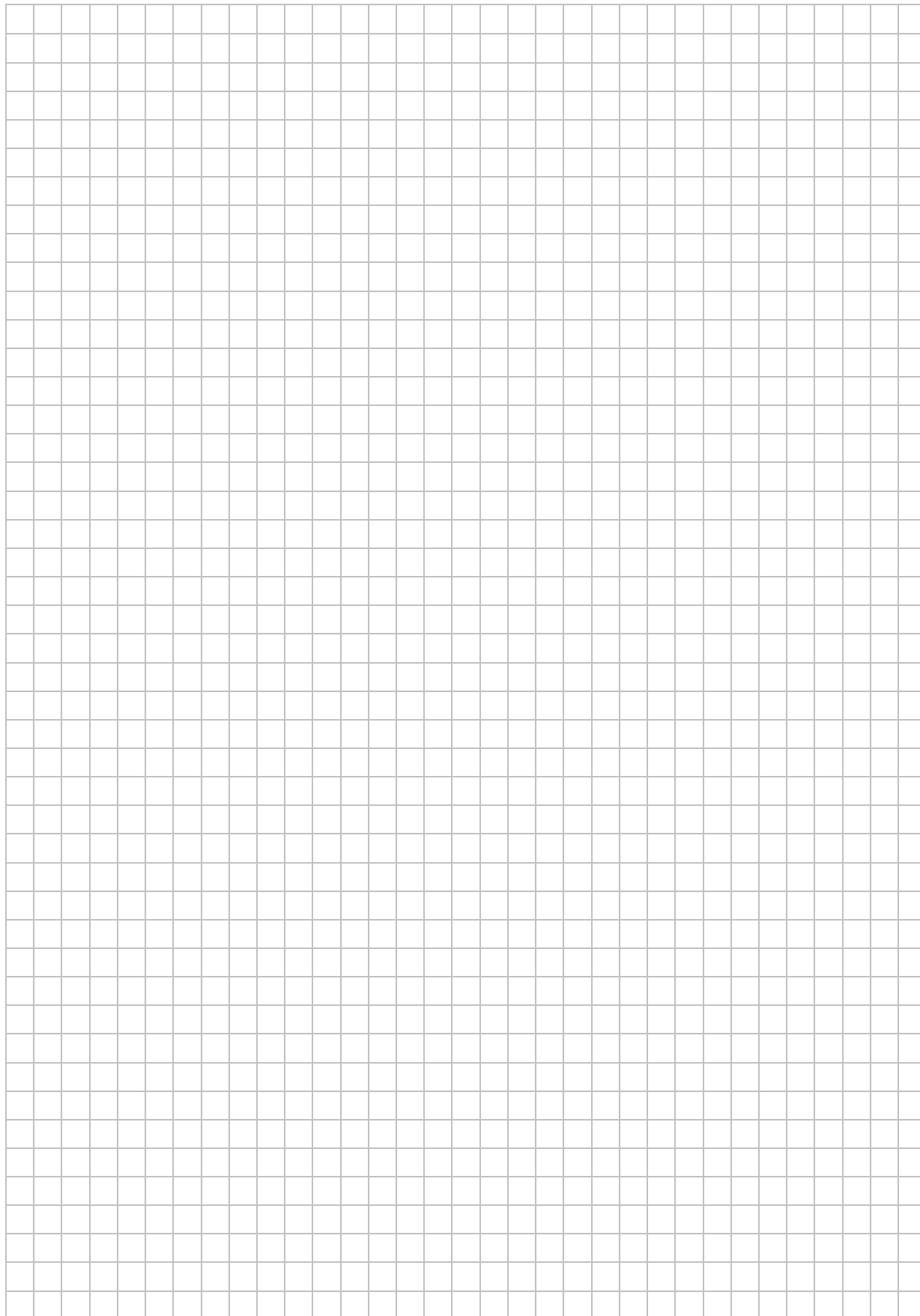
Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg o promieniu $R = 7\sqrt{2}$. Kąt ADC tego czworokąta jest ostry i jego miara jest o 15° większa od miary kąta BAD . Iloczyn sinusów wszystkich kątów wewnętrznych czworokąta $ABCD$ jest równy $\frac{3}{8}$. Oblicz długości przekątnych AC i BD tego czworokąta.





ZADANIE 13 (5 PKT)

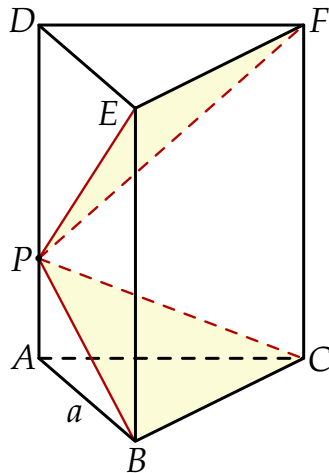
Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = 2x^5 + ax^4 - 18x^3 + bx$ przez trójmian $x^2 - x - 6$ jest równa $48 - 11x$. Oblicz resztę z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez trójmian $x^2 + x - 6$.





ZADANIE 14 (5 PKT)

Przez punkt P krawędzi bocznej AD graniastopu prawidłowego trójkątnego $ABCDEF$ o krawędzi podstawy równej a poprowadzono dwie płaszczyzny. Jedna przechodzi przez przeciwległą krawędź dolnej podstawy i jest nachylona do tej podstawy pod kątem α , a druga przechodzi przez przeciwległą krawędź górnej podstawy i jest nachylona do tej podstawy pod kątem β (zobacz rysunek).



Udowodnij, że objętość ostrosłupa $BCFEP$ jest równa

$$\frac{a^3 \sin(\alpha + \beta)}{4 \cos \alpha \cos \beta}$$

