Próbny Egzamin Maturalny z Matematyki

Zestaw przygotowany przez serwis

www.zadania.info

POZIOM ROZSZERZONY

29 kwietnia 2017

Czas pracy: 180 minut

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Jeżeli $2^a = 3$, $3^b = 5$ i $5^c = 4$, to iloczyn abc jest równy

A) $\log_4 5$ B) $\log_5 4$ C) 4 D) 2

ZADANIE 2 (1 PKT)

Ewa i Kasia rzucają śnieżkami do celu. Ewa trafia do celu średnio raz na pięć rzutów, a Kasia trafia do celu średnio trzy razy na dziesięć rzutów. Prawdopodobieństwo, że cel zostanie trafiony dokładnie raz, jeżeli każda z dziewcząt wykona po jednym rzucie jest równe

A) 0,5 B) 0,56 C) 0,38 D) 0,06

ZADANIE 3 (1 PKT)

Wielomian $W(x) = (x+1)^5 - (x-1)^5$ zapisano w postaci $W(x) = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$. Suma $a_5 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0$ jest równa

A) 32 B) 0 C) 1 D) 2

ZADANIE 4 (1 PKT)

Która z poniższych funkcji nie ma ekstremów lokalnych?

A) $f(x) = x^3 - 3x$ B) $f(x) = x^5 + 2x^3$ C) $f(x) = 3 - x^4$ D) $f(x) = |x-2|$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Dla której z podanych funkcji granica prawostronna $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ jest skończona?

A) $f(x) = x + \frac{1}{x-2}$ B) $f(x) = \frac{x+2}{x^2-4}$ C) $f(x) = \log(x-2)$ D) $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$

ZADANIE 6 (2 PKT)

Na płaszczyźnie dany jest nieskończony ciąg (T_n), dla $n \geqslant 1$, trójkątów równobocznych. Pole trójkąta T_{n+2} jest dwa razy mniejsze od pola trójkąta T_n dla $n \geqslant 1$. Uzasadnij, że suma pól trójkątów T_1 i T_2 jest równa sumie pól wszystkich pozostałych trójkątów.

ZADANIE 7 (2 PKT)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 2$. Oblicz pochodną funkcji f w punkcie $x = 8$.

ZADANIE 8 (3 PKT)

Liczby niezerowe a, b, c są wyrazami ciągu geometrycznego o numerach odpowiednio p, r, s. Oblicz wartość wyrażenia

$$\frac{a^r b^s c^p}{a^s b^p c^r}.$$

ZADANIE 9 (3 PKT)

Udowodnij, że średnica okręgu wpisanego w trapez równoramienny, ma długość równą średniej geometrycznej długości podstaw trapezu.

ZADANIE 10 (3 PKT)

Oblicz miarę kąta ostrego pod jakim przecinają się styczne do wykresu funkcji

$$y = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}x$$

poprowadzone w punktach o pierwszych współrzędnych równych $x = -2$ i $x = 1$.

ZADANIE 11 (4 PKT)

Uzasadnij, że jeżeli liczby niezerowe a, b, c spełniają warunek $a^3 + b^3 = 2c^3$ to

$$\frac{1}{a^2+ac+c^2} + \frac{1}{c^2+cb+b^2} = \frac{2}{a^2+ab+b^2}.$$

ZADANIE 12 (4 PKT)

Rozwiąż nierówność $|6-2x|-4 \leqslant |5+3x|$.

ZADANIE 13 (6 PKT)

Napisz równanie okręgu, który jest styczny do prostej $y = x$ w punkcie $A = (-2, -2)$, oraz który odcina z prostej $y = -x - 6$ cięciwę o długości 8.

ZADANIE 14 (5 PKT)

Rozwiąż równanie $(2-\cos 2x)(2+\cos 2x)=\sin x\cos x+\frac{7}{2}$ w przedziale $\langle 0,\pi\rangle$.

ZADANIE 15 (6 PKT)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCDS$ o podstawie $ABCD$. Pole trójkąta ASC jest równe 120, a cosinus kąta ASB jest równy $\frac{144}{169}$. Oblicz pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.

ZADANIE 16 (7 PKT)

Na wykresie funkcji $y = \frac{1}{4}x^4 + x^3 - 5x^2 - 22x + 50$ znajdź współrzędne punktu A, którego odległość od prostej o równaniu $y = 2x - 22$ jest najmniejsza.