

# **EGZAMIN ÓSMOKLASISTY**

od roku szkolnego 2018/2019

## **MATEMATYKA**

Zasady oceniania rozwiązań zadań  
z przykładowego arkusza egzaminacyjnego (EO\_1)

**GRUDZIEŃ 2017**



Centralna Komisja Egzaminacyjna  
Warszawa

### Zadanie 1. (0–1)

#### Wymaganie ogólne

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.

#### Wymagania szczegółowe

KLASY IV–VI

XIV. Zadania tekstowe. Uczeń:

1) czyta ze zrozumieniem tekst zawierający informacje liczbowe.

KLASY VII i VIII

XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń:

1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów, w tym także wykresów w układzie współrzędnych.

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie

A

### Zadanie 2. (0–1)

#### Wymaganie ogólne

I. Sprawność rachunkowa.

1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.

#### Wymagania szczegółowe

KLASY IV–VI

IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń:

8) zapisuje ułamki dziesiętne skończone w postaci ułamków zwykłych.

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### Rozwiązanie

AD

### Zadanie 3. (0–1)

#### Wymaganie ogólne

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.

#### Wymagania szczegółowe

KLASY IV–VI

XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń:

3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach i sekundach

### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

### Rozwiązanie

PP

#### Zadanie 4. (0–1)

##### Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.

##### Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI

XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:

1) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków.

### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

### Rozwiązanie

C

#### Zadanie 5. (0–1)

##### Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.

##### Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII

I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń:

2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich.

### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

### Rozwiązanie

PP

#### Zadanie 6. (0–1)

##### Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

### **Wymaganie szczegółowe**

KLASY IV–VI

XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń:

9) w sytuacji praktycznej oblicza: drogę przy danej prędkości i czasie, prędkość przy danej drodze i czasie, czas przy danej drodze i prędkości oraz stosuje jednostki prędkości km/h i m/s.

### **Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

### **Rozwiązanie**

B

### **Zadanie 7. (0–1)**

#### **Wymaganie ogólne**

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.

#### **Wymaganie szczegółowe**

KLASY VII i VIII

XII. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń:

2) przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na rzucie monetą, rzucie sześcienną kostką do gry, rzucie kostką wielościenne lub losowaniu kuli spośród zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

#### **Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### **Rozwiązanie**

PF

### **Zadanie 8. (0–1)**

#### **Wymaganie ogólne**

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.

#### **Wymagania szczegółowe**

KLASY IV–VI

VI. Elementy algebry. Uczeń:

1) korzysta z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe, opisuje wzór słowami.

KLASY VII i VIII

III. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń:

2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych.

#### **Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

## Rozwiązanie

C

### Zadanie 9. (0–1)

#### Wymaganie ogólne

IV. Rozumowanie i argumentacja.

2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.

#### Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI

VI. Elementy algebry. Uczeń:

1) korzysta z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe, opisuje wzór słowami.

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

## Rozwiązanie

BD

### Zadanie 10. (0–1)

#### Wymaganie ogólne

IV. Rozumowanie i argumentacja.

1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.

#### Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI

XIV. Zadania tekstowe. Uczeń:

5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

## Rozwiązanie

NB

### Zadanie 11. (0–1)

#### Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

### **Wymaganie szczegółowe**

KLASY VII i VIII

VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:

8) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).

### **Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

### **Rozwiązanie**

C

### **Zadanie 12. (0–1)**

#### **Wymaganie ogólne**

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

#### **Wymaganie szczegółowe**

KLASY VII i VIII

V. Obliczenia procentowe. Uczeń:

5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach wielokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości.

#### **Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

#### **Rozwiązanie**

B

### **Zadanie 13. (0–1)**

#### **Wymaganie ogólne**

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.

#### **Wymagania szczegółowe**

KLASY IV–VI

IX. Wielokąty, koła i okręgi. Uczeń:

3) stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta.

KLASY VII i VIII

VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń:

5) zna i stosuje własności trójkątów równoramiennych (równość kątów przy podstawie).

#### **Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

## Rozwiązanie

FP

### Zadanie 14. (0–1)

#### Wymaganie ogólne

I. Sprawność rachunkowa.

1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.

#### Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII

II. Pierwiastki. Uczeń:

2) szacuje wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki.

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

## Rozwiązanie

BC

### Zadanie 15. (0–1)

#### Wymaganie ogólne

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.

#### Wymaganie szczegółowe

KLASY VII i VIII

X. Oś liczbową. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń:

4) znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne), oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dane są jeden koniec i środek.

#### Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

## Rozwiązanie

D

### Zadanie 16. (0–1)

#### Wymaganie ogólne

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.

#### Wymaganie szczegółowe

KLASY IV–VI

XIV. Zadania tekstowe. Uczeń:

5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

**Zasady oceniania**

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

**Rozwiązanie**

FP



## Zadania otwarte

### UWAGA

- Za każde poprawne rozwiązanie inne niż przedstawione przyznajemy maksymalną liczbę punktów.
- Jeśli na jakimkolwiek etapie rozwiązania zadania popełniono jeden lub więcej błędów rachunkowych, ale zastosowane metody były poprawne, to obniżamy ocenę całego rozwiązania o 1 punkt.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych kryteriów oceniania dopuszcza się:
  1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6 – 9, ...)
  2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
  3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
  4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe)
  5. trudności w zapisie liczb wielocyfrowych i liczb z dużą ilością zer
  6. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
  7. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
  8. niekończenie wyrazów
  9. problemy z zapisywaniem jednostek (np. °C – OC, ...).
  10. błędy w przepisywaniu
  11. chaotyczny zapis operacji matematycznych
  12. mylenie indeksów dolnych i górnych (np.  $P_1 - P1$ ,  $m^2 - m2$ , ...).

### Zadanie 17. (0–2)

#### Wymaganie ogólne

IV. Rozumowanie i argumentacja.

3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki

#### Wymaganie szczegółowe

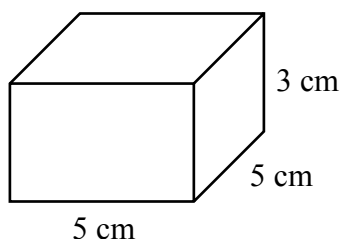
KLASY VII i VIII

XI. Geometria przestrzenna. Uczeń:

1) rozpoznaje graniastoslupy i ostrosłupy – w tym proste i prawidłowe

#### Przykładowy sposób rozwiązania

Zauważamy, że prostopadłościan ma dwie kwadratowe ściany i cztery prostokątne.



Ma on zatem 8 krawędzi o długości 5 cm i 4 krawędzie o długości 3 cm. Suma długości wszystkich krawędzi tego prostopadłościanu jest zatem równa  $8 \cdot 5 + 4 \cdot 3 = 40 + 12 = 52$  (cm).

Odpowiedź: Suma długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu jest równa 52 cm.

#### Zasady oceniania

2 pkt – rozwiązanie pełne – poprawne wyznaczenie sumy długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu (52 cm).

1 pkt – ustalenie liczby ścian kwadratowych i liczby ścian prostokątnych prostopadłościanu lub  
ustalenie liczby krawędzi o długości 5 cm lub krawędzi o długości 3 cm.

0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

### Zadanie 18. (0–2)

#### Wymaganie ogólne

IV. Rozumowanie i argumentacja.

3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki

#### Wymaganie szczegółowe

Klasy IV–VI

XIV. Zadania tekstowe. Uczeń:

6) dzieli rozwiązanie zadania na etapy, stosując własne, poprawne, wygodne dla niego strategie rozwiązania.

### **Przykładowy sposób rozwiązania zadania**

Jeśli Ania wzięłaby tylko jeden kamień z drugiego stosu, to Jarek w kolejnym ruchu może wziąć:

- 1 kamień z drugiego stosu i zostanie po 1 kamieniu na obu stosach → Ania musi wziąć 1 kamień z dowolnego stosu → ostatni kamień zostaje dla Jarka i to on wygrywa,
- 1 kamień z pierwszego stosu → Ania bierze dwa kamienie z drugiego stosu i to ona wygrywa,
- 2 kamienie z drugiego stosu → Ania bierze kamień z pierwszego stosu i to ona wygrywa.

Jeśli Ania wzięłaby jedyny kamień z pierwszego stosu, to Jarek w kolejnym ruchu może wziąć:

- 3 kamienie z drugiego stosu i to on wygrywa,
- 2 kamienie z drugiego stosu → Ania bierze ostatni kamień z drugiego stosu i to ona wygrywa,
- 1 kamień z drugiego stosu → Ania bierze 2 kamienie z drugiego stosu i to ona wygrywa,
- 1 kamień z drugiego stosu → Ania bierze 1 kamień z drugiego stosu → ostatni kamień zostaje dla Jarka i to on wygrywa.

W każdym z powyższych przypadków wygrana Ani jest uzależniona od ruchu Jarka.

Jeśli Ania wzięłaby trzy kamienie z drugiego stosu, to Jarek weźmie kamień z pierwszego stosu i to on wygrywa.

Pozostaje jedna możliwość – Ania musi wziąć 2 kamienie z drugiego stosu, po czym Jarek 1 kamień z dowolnego ze stosów. Wówczas ostatni kamień zostanie dla Ani i to ona wygrywa. Tylko w tym przypadku wygrana Ani nie jest uzależniona od ruchu Jarka.

### **Zasady oceniania**

- 2 pkt – rozwiązanie pełne – przedstawienie pełnego uzasadnienia strategii wygrywającej Ani przy wzięciu 2 kamieni z drugiego stosu.
- 1 pkt – przedstawienie przebiegu gry przynajmniej dla dwóch przypadków, w których Ania w pierwszym ruchu nie bierze dwóch kamieni z drugiego stosu  
lub  
przedstawienie przebiegu gry, w którym Ania bierze dwa kamienie z drugiego stosu, Jarek jeden z drugiego/pierwszego stosu, i na tym kończy się opis.
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

### **Zadanie 19. (0–2)**

#### **Wymaganie ogólne**

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.

#### **Wymaganie szczegółowe**

KLASY IV–VI

XIV. Zadania tekstowe. Uczeń:

5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

### **Przykładowe sposoby rozwiązania**

#### **Pierwszy sposób**

Wojtek korzystał z gratisowego wejścia w następujących dniach marca: 4, 8, 12, 16, 20, 24 i 28, czyli 7 razy.

Wojtek zapłacił za  $31 - 7 = 24$  wejścia.

$$24 \cdot 9 = 216$$

Za korzystanie z pływalni przez cały marzec Wojtek zapłacił 216 zł.

#### **Drugi sposób**

Wojtek korzystał z gratisowego wejścia w następujących dniach marca: 4, 8, 12, 16, 20, 24 i 28, czyli 7 razy.

Bez ulg promocyjnych Wojtek zapłaciłby  $31 \cdot 9 = 279$  złotych.

Zniżki promocyjne, to kwota  $7 \cdot 9 = 63$  złote.

$$279 - 63 = 216$$

Za korzystanie z pływalni przez cały marzec Wojtek zapłacił 216 zł.

#### **Trzeci sposób**

W cyklu 4 kolejnych dni Wojtek płacił po 9 zł za trzy wejścia na basen, a czwarte miał darmowe.

$$31 : 4 = 7 \text{ reszta } 3$$

Wojtek zapłacił za  $7 \cdot 3 + 3 = 24$  wejścia.

$$24 \cdot 9 = 216$$

Za korzystanie z pływalni przez cały marzec Wojtek zapłacił 216 zł.

#### **Czwarty sposób**

1 marca – 9 zł

2 marca – 9 zł

3 marca – 9 zł

4 marca – 0 zł

5 marca – 9 zł

6 marca – 9 zł

7 marca – 9 zł

8 marca – 0 zł

9 marca – 9 zł

10 marca – 9 zł

11 marca – 9 zł

12 marca – 0 zł

13 marca – 9 zł

14 marca – 9 zł

15 marca – 9 zł  
16 marca – 0 zł  
17 marca – 9 zł  
18 marca – 9 zł  
19 marca – 9 zł  
20 marca – 0 zł  
21 marca – 9 zł  
22 marca – 9 zł  
23 marca – 9 zł  
24 marca – 0 zł  
25 marca – 9 zł  
26 marca – 9 zł  
27 marca – 9 zł  
28 marca – 0 zł  
29 marca – 9 zł  
30 marca – 9 zł  
31 marca – 9 zł

$$24 \cdot 9 = 216$$

Za korzystanie z pływalni przez cały marzec Wojtek zapłacił 216 zł.

### Zasady oceniania

2 pkt – rozwiązanie pełne – obliczenie kosztu korzystania z pływalni przez cały marzec (216 zł).

1 pkt – poprawna metoda obliczenia liczby płatnych wejść na pływalnię w marcu  
lub  
poprawna metoda obliczenia kwoty zniżki  
lub  
poprawna metoda obliczenia kosztu korzystania z pływalni przez cały marzec.

0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

### Zadanie 20. (0–3)

#### Wymaganie ogólne

IV. Rozumowanie i argumentacja.

2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.

#### Wymaganie szczegółowe

Klasy IV–VI

XIV. Zadania tekstowe. Uczeń:

6) weryfikuje wynik zadania tekstowego, oceniając sensowność rozwiązania np. poprzez szacowanie, sprawdzanie wszystkich warunków zadania, ocenianie rzędu wielkości otrzymanego wyniku.

## Przykładowe sposoby rozwiązania

### Pierwszy sposób

Rozważamy liczbę opakowań z 3 piłkami, a następnie liczymy liczbę opakowań z 4 piłkami tak, aby łączna liczba piłek była równa 25.

Liczba opakowań po 3 sztuki	Liczba piłek w opakowaniach po 3 sztuki	Liczba piłek w opakowaniach po 4 sztuki	Liczba opakowań po 4 sztuki	Akceptacja rozwiązania
0	0	25	6,25	×
1	3	22	5,5	×
2	6	19	4,75	×
3	9	16	4	√
4	12	13	3,25	×
5	15	10	2,5	×
6	18	7	1,75	×
7	21	4	1	√

Trener mógł kupić 3 opakowania po 3 piłki w każdym i 4 opakowania po 4 piłki w każdym albo 7 opakowań po 3 piłki w każdym i jedno opakowanie z 4 piłkami.

### Drugi sposób

Wprowadzamy oznaczenia:

$m$  – liczba opakowań z 3 piłkami

$d$  – liczba opakowań z 4 piłkami

Budujemy równanie:

$$3m + 4d = 25$$

Jeśli  $m = 0$ , to  $d = 6,25$ .      ×

Jeśli  $m = 1$ , to  $d = 5,5$ .      ×

Jeśli  $m = 2$ , to  $d = 4,75$ .      ×

Jeśli  $m = 3$ , to  $d = 4$ .      √

Jeśli  $m = 4$ , to  $d = 3,25$ .      ×

Jeśli  $m = 5$ , to  $d = 2,5$ .      ×

Jeśli  $m = 6$ , to  $d = 1,75$ .      ×

Jeśli  $m = 7$ , to  $d = 1$ .      √

Jeśli  $m = 8$ , to  $d = \frac{1}{3}$ .      ×

Trener mógł kupić 3 opakowania po 3 piłki w każdym i 4 opakowania po 4 piłki w każdym albo 7 opakowań po 3 piłki w każdym i jedno opakowanie z 4 piłkami.

### Trzeci sposób

Zauważamy, że 25 to liczba nieparzysta. Aby kupić łącznie nieparzystą liczbę piłek, liczba piłek w małych opakowaniach lub liczba piłek w dużych opakowaniach musi być nieparzysta. Jednak skoro każde duże opakowanie zawiera 4 piłki, to ich liczba będzie zawsze parzysta, czyli liczba piłek w małych opakowaniach musi być nieparzysta.

Zauważamy, że gdyby trener kupił 0, 2, 4 lub jakąś inną parzystą liczbę małych opakowań z piłkami, to łączna liczba znajdujących się w nich piłek byłaby parzysta – a ma być nieparzysta.

Czyli wystarczy sprawdzić nieparzyste liczby małych opakowań.

1 małe opakowanie to 3 piłki, wtedy piłek w dużych opakowaniach musi być 22, a to jest liczba niepodzielna przez 4,

lub

**3 małe opakowania to 9 piłek, wtedy pozostałe 16 piłek mieści się w 4 dużych opakowaniach,**

lub

5 małych opakowań to 15 piłek, wtedy piłek w dużych opakowaniach musi być 10, a to jest liczba niepodzielna przez 4,

lub

**7 małych opakowań to 21 piłek, wtedy pozostałe 4 piłki mieszczą się w 1 dużym opakowaniu.**

Dalej już nie trzeba sprawdzać, bo 9 małych opakowań to 27 piłek, a to już jest więcej niż 25.

Trener mógł kupić 3 opakowania po 3 piłki w każdym i 4 opakowania po 4 piłki w każdym albo 7 opakowań po 3 piłki w każdym i jedno opakowanie z 4 piłkami.

### Zasady oceniania

3 pkt – rozwiązanie pełne – podanie dwóch możliwości.

2 pkt – podanie jednego możliwości.

1 pkt – zapisanie poprawnego równania, z 2 niewiadomymi, opisującego związku między wielkościami podanymi w zadaniu (nawet bez oznaczenia niewiadomych użytych w równaniach)

lub

poprawny sposób poszukiwania rozwiązań (przynajmniej 3 próby) bez wskazania rozwiązania.

0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

### Zadanie 21. (0–3)

#### Wymaganie ogólne

IV. Rozumowanie i argumentacja.

3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.

#### Wymaganie szczegółowe

Klasy IV–VI

XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń:

2) oblicza pola: trójkąta, kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu, przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych, w tym także dla danych wymagających zamiany jednostek i w sytuacjach z nietypowymi wymiarami, na przykład pole trójkąta o boku 1 km i wysokości 1 mm.

## Przykładowe sposoby rozwiązania

### **Pierwszy sposób**

$$8 : 2 = 4$$

Szara widoczna część paska jest prostokątem o wymiarach 2 cm na 4 cm.

Biała część jest trapezem o wysokości 2 cm i podstawach  $12 - 4 = 8$  centymetrów oraz  $8 - 2 = 6$  centymetrów.

$$\frac{6+8}{2} \cdot 2 = 14$$

Odpowiedź: Pole widocznej białej części paska jest równe  $14 \text{ cm}^2$ .

### **Drugi sposób**

$$8 : 2 = 4$$

Szara widoczna część paska jest prostokątem o wymiarach 2 cm na 4 cm.

Biała część składa się z prostokąta o jednym boku długości 2 cm i drugim – długości  $12 - 4 - 2 = 6$  centymetrów oraz trójkąta prostokątnego równoramiennego o przyprostokątnych długości 2 cm.

$$2 \cdot 6 + \frac{2 \cdot 2}{2} = 14$$

Odpowiedź: Pole widocznej białej części paska jest równe  $14 \text{ cm}^2$ .

### **Zasady oceniania**

3 pkt – rozwiązanie pełne – obliczenie pola widocznej białej części paska ( $14 \text{ cm}^2$ ).

2 pkt – poprawny sposób obliczenia pola widocznej białej części paska.

1 pkt – poprawny sposób obliczenia wymiarów białego trapezu.

0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.

## **Zadanie 22. (0–4)**

### **Wymaganie ogólne**

IV. Rozumowanie i argumentacja.

3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.

### **Wymaganie szczegółowe**

KLASY VII i VIII

VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń:

4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym także z obliczeniami procentowymi.

## Przykładowe sposoby rozwiązania

### **Pierwszy sposób**

W wypożyczalni *Gierka* płaci się po 50 groszy więcej za każdy dzień wypożyczenia powyżej trzeciego,



a w wypożyczalni *Planszówka* płaci się o 4 zł wyższą opłatę stałą za trzy początkowe dni wypożyczenia.

Aby koszty były jednakowe, trzeba znaleźć taką liczbę dodatkowych dni (powyżej trzeciego), dla której te różnice się zrównoważą.

$$4 : 0,5 = 8 \text{ (dni)}$$

$$8 + 3 = 11$$

Odpowiedź: Przy wypożyczeniu gry na 11 dni koszty w obu wypożyczalniach są jednakowe.

### Drugi sposób

Oznaczmy:

$x$  – liczba dni powyżej trzeciego

$8 + 2,5x$  – koszt w wypożyczalni *Gierka* na  $(x + 3)$  dni

$12 + 2x$  – koszt w wypożyczalni *Planszówka*  $(x + 3)$  dni

$$8 + 2,5x = 12 + 2x$$

$$4 = 0,5x$$

$$x = 8$$

$$x + 3 = 11$$

Odpowiedź: Przy wypożyczeniu gry na 11 dni koszty w obu wypożyczalniach są jednakowe.

### Trzeci sposób

Liczba dni	Liczba dni powyżej trzeciego	Wypożyczalnia <i>Gierka</i>	Wypożyczalnia <i>Planszówka</i>	Różnica kosztów
		Łączny koszt wypożyczenia	Łączny koszt wypożyczenia	
8	5	$8 + 5 \cdot 2,5 = 20,5$	$12 + 5 \cdot 2 = 22$	$22 - 20,5 = 1,5$ <i>Gierka</i> tańsza o 1,50 zł
9	6	$8 + 6 \cdot 2,5 = 23$	$12 + 6 \cdot 2 = 24$	$24 - 23 = 1$ <i>Gierka</i> tańsza o 1 zł
10	7	$8 + 7 \cdot 2,5 = 25,5$	$12 + 7 \cdot 2 = 26$	$26 - 25,5 = 0,5$ <i>Gierka</i> tańsza o 0,50 zł
11	8	$8 + 8 \cdot 2,5 = 28$	$12 + 8 \cdot 2 = 28$	Równy koszt
12	9	$8 + 9 \cdot 2,5 = 30,5$	$12 + 9 \cdot 2 = 30$	$30,5 - 30 = 0,5$ <i>Planszówka</i> tańsza o 0,50 zł

Tylko dla 11 dni koszt jest równy, bo kiedy zwiększamy liczbę dni, koszt wypożyczenia w wypożyczalni *Gierka* rośnie szybciej niż w *Planszówka*.

Odpowiedź: Przy wypożyczeniu gry na 11 dni koszty w obu wypożyczalniach są jednakowe.

## Zasady oceniania

- 4 pkt – rozwiązanie pełne – obliczenie liczby dni wypożyczenia gry przy jednakowych kosztach w obu wypożyczalniach (11).
- 3 pkt – poprawny sposób obliczenia liczby dni wypożyczenia gry przy jednakowych kosztach w obu wypożyczalniach z uwzględnieniem 3 dni objętych stałą opłatą.
- 2 pkt – poprawny sposób obliczenia liczby dni wypożyczenia gry przy jednakowych kosztach w obu wypożyczalniach bez uwzględnienia 3 dni objętych stałą opłatą  
lub  
zapisanie poprawnego równania opisującego związku między wielkościami podanymi w zadaniu (nawet bez oznaczenia niewiadomej)  
lub  
poprawny sposób poszukiwania rozwiązania (przynajmniej 2 próby) bez wskazania rozwiązania.
- 1 pkt – ustalenie różnicy w opłacie stałej oraz różnicy w kosztach wypożyczenia za każdy dzień (powyżej 3 dni) w obu wypożyczalniach  
lub  
zapisanie za pomocą wyrażenia algebraicznego kosztów wypożyczenia gry w co najmniej jednej wypożyczalni  
lub  
poprawny sposób obliczenia kosztów wypożyczenia gry w obu wypożyczalniach przy tej samej liczbie dni.
- 0 pkt – rozwiązanie, w którym nie dokonano istotnego postępu.