

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

7 KWIETNIA 2018

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Wskaż liczbę, która spełnia równanie $3|3 - x| - |5 - 3x| = 0$

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{7}{3}$

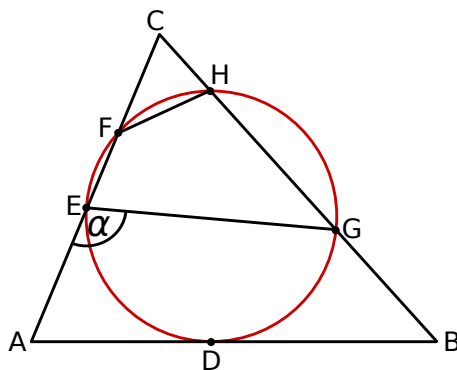
ZADANIE 2 (1 PKT)

Liczba $6^{\log_2 3}$ jest równa

- A) $3^{\log_6 2}$ B) $3 \cdot 3^{\log_2 3}$ C) $2^{\log_3 2}$ D) $3^{\log_2 3}$

ZADANIE 3 (1 PKT)

Okrąg jest styczny do boku AB trójkąta ABC w punkcie D oraz przecina boki AC i BC tego trójkąta odpowiednio w punktach E, F i G, H (zobacz rysunek). Kąt CHF ma miarę 67° .



Zaznaczony na rysunku kąt α ma miarę

- A) 157° B) 23° C) 134° D) 113°

ZADANIE 4 (1 PKT)

Wskaż liczbę spełniającą nierówność $1 + 2 \sin x < 0$.

- A) $\frac{13\pi}{12}$ B) $-\frac{\pi}{12}$ C) $\frac{\pi}{12}$ D) $-\frac{7\pi}{12}$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Ciąg (a_n) określony jest w następujący sposób $\begin{cases} a_1 = -\sqrt{2} \\ \sqrt{2}a_n = -\frac{a_{n-1}}{2} \text{ dla } n \geq 2. \end{cases}$ Setny wyraz

ciągu a_n jest równy

- A) $-\frac{\sqrt{2}}{4^{74}}$ B) $\frac{1}{4^{74}}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2^{149}}$ D) $-\frac{1}{2^{149}}$

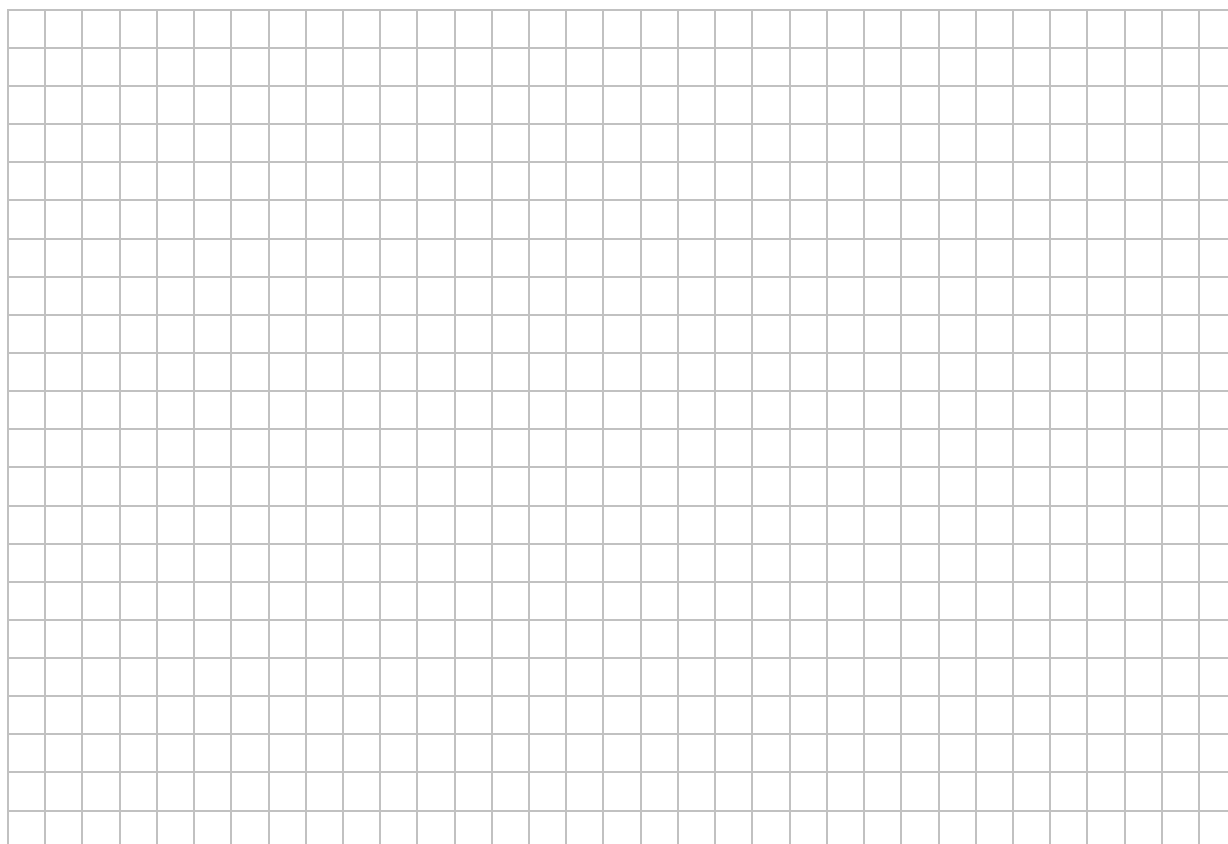
ZADANIE 6 (2 PKT)

Funkcja kwadratowa $f(x) = ax^2 + bx - 18$ ma dwa miejsca zerowe: $x_1 = -2$ i $x_2 = 9$. Oblicz najmniejszą wartość tej funkcji.



ZADANIE 7 (3 PKT)

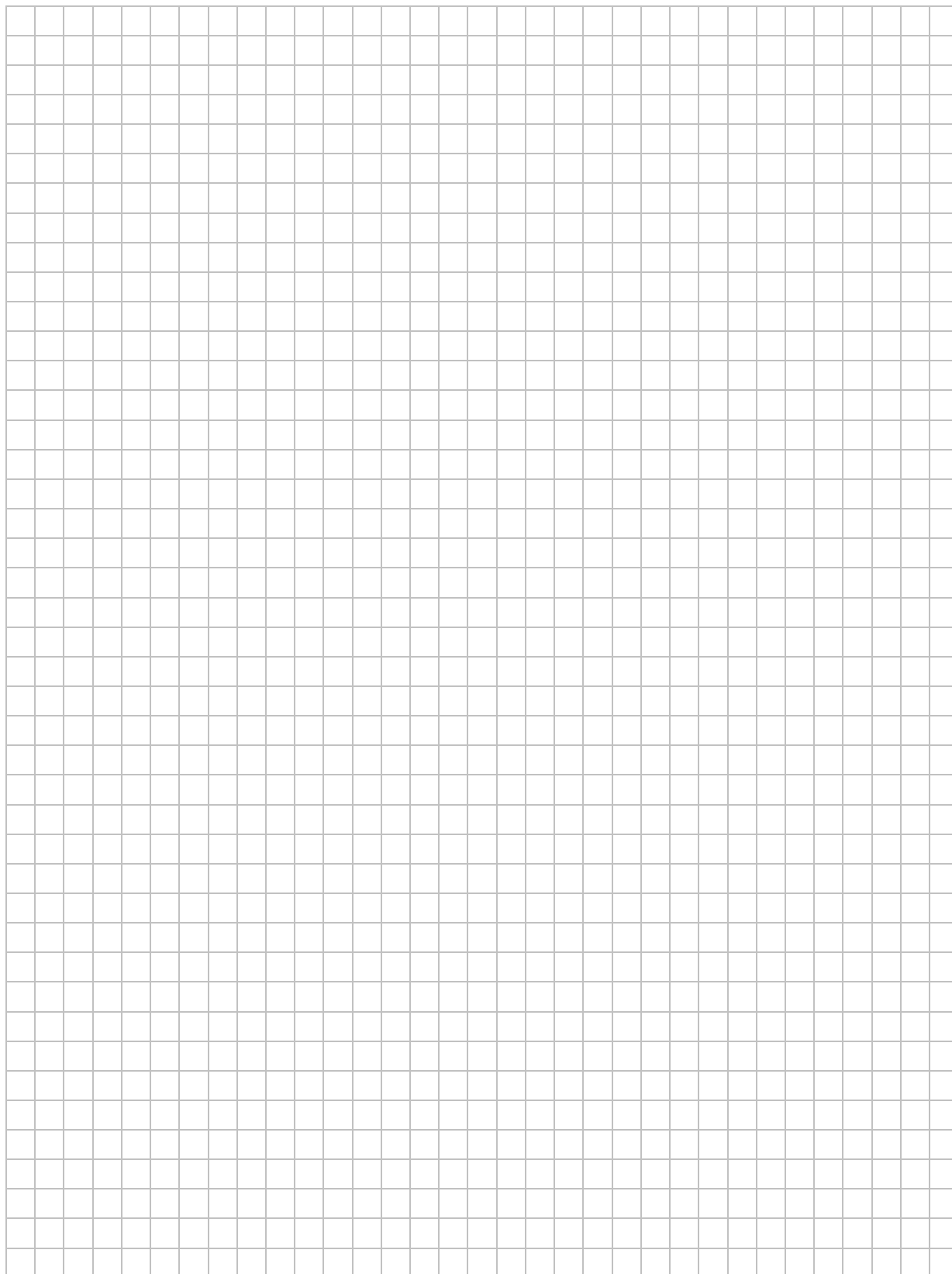
Oblicz granicę $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}(\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x})}$.



ZADANIE 8 (3 PKT)

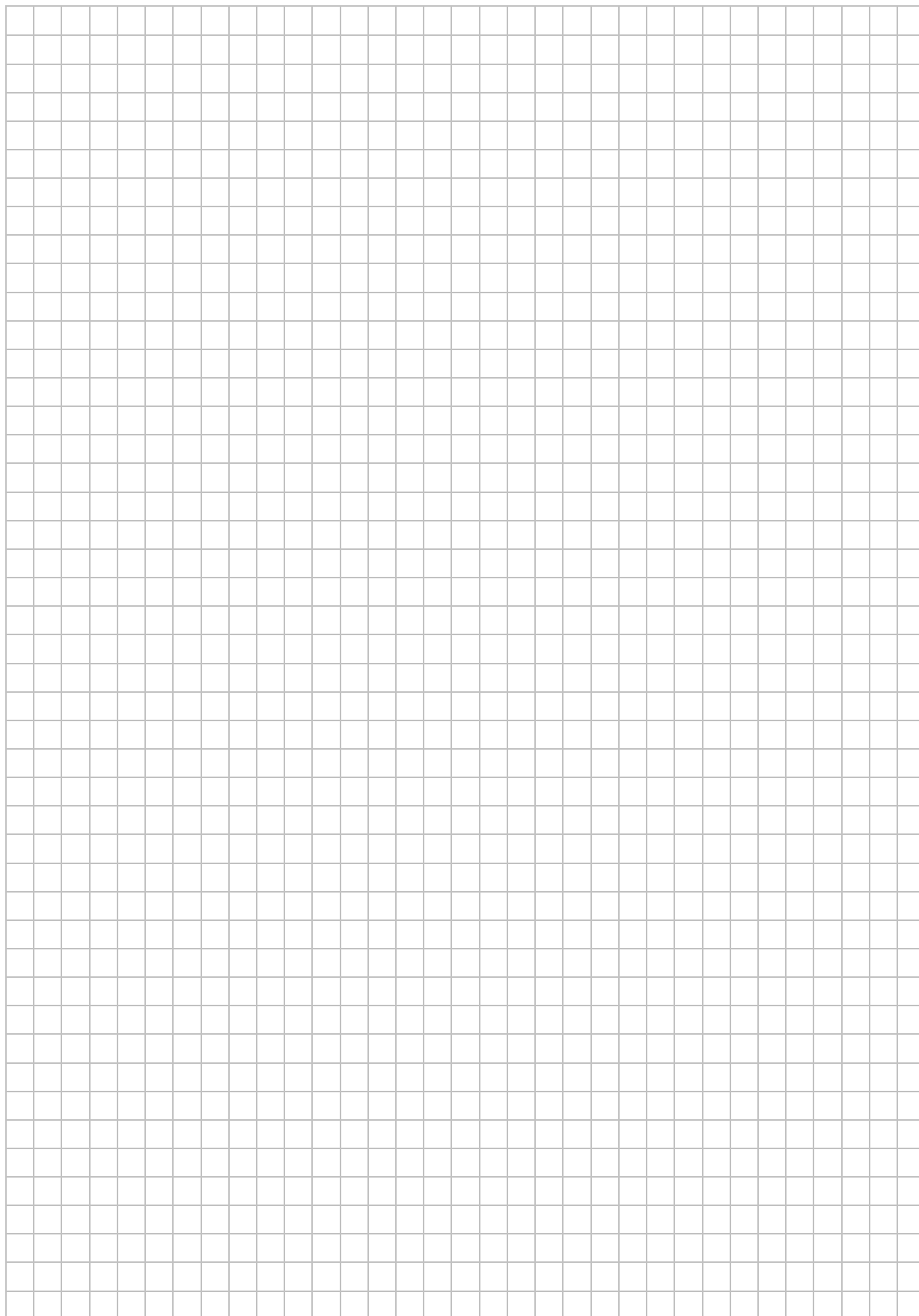
W trójkącie ostrokątnym ABC bok AB ma długość c , długość boku AC jest równa b oraz $|\angle BAC| = \alpha$. Dwusieczna kąta BAC przecina bok BC trójkąta w punkcie D i odcinek AD ma długość d . Wykaż, że

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{d}{2b} + \frac{d}{2c}.$$



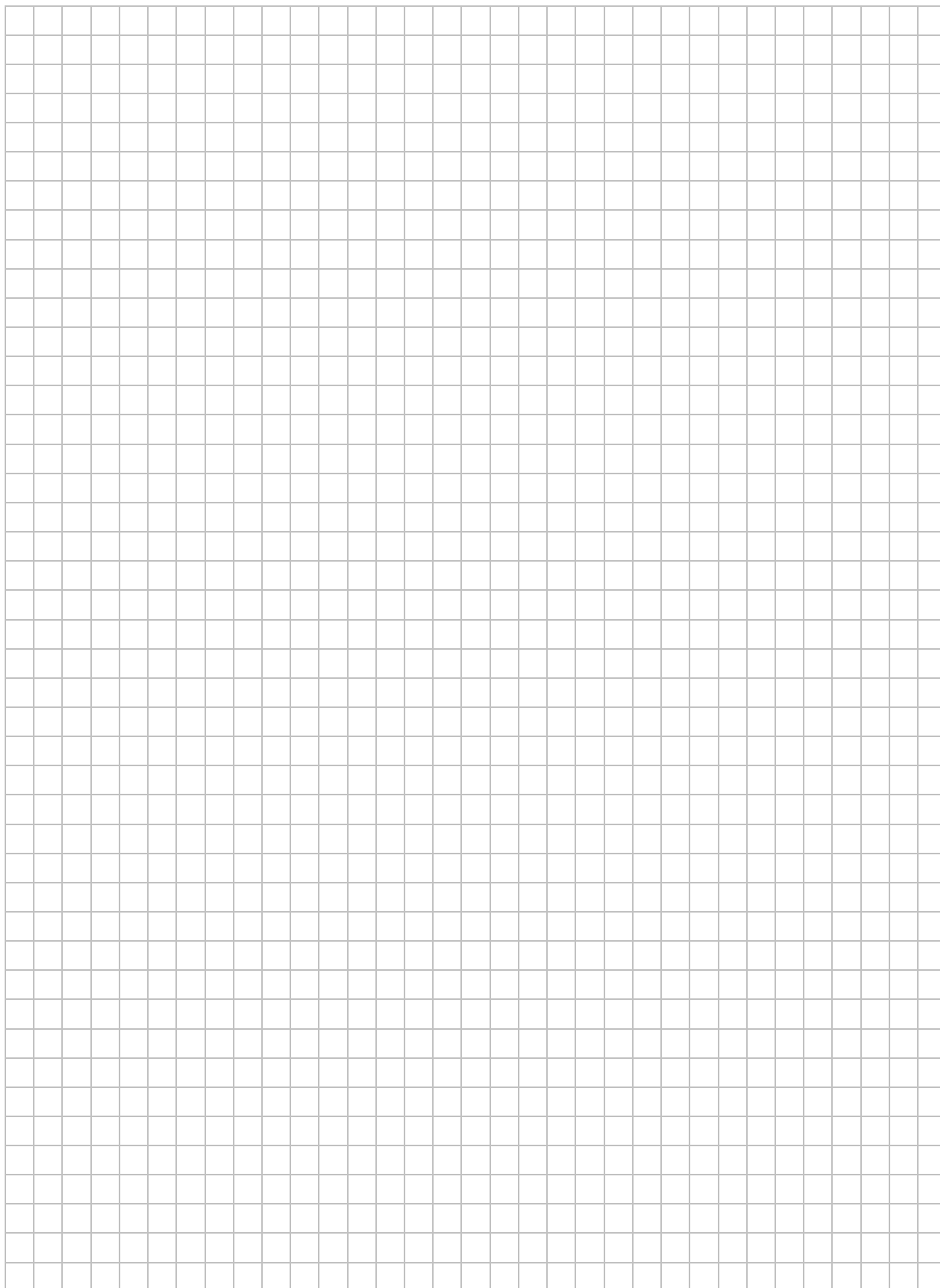
ZADANIE 9 (3 PKT)

Prosta o równaniu $y = ax$ przecina parabolę o równaniu $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$ w dwóch punktach A i B . Wykaż, że styczne do tej paraboli w punktach A i B są prostopadłe.



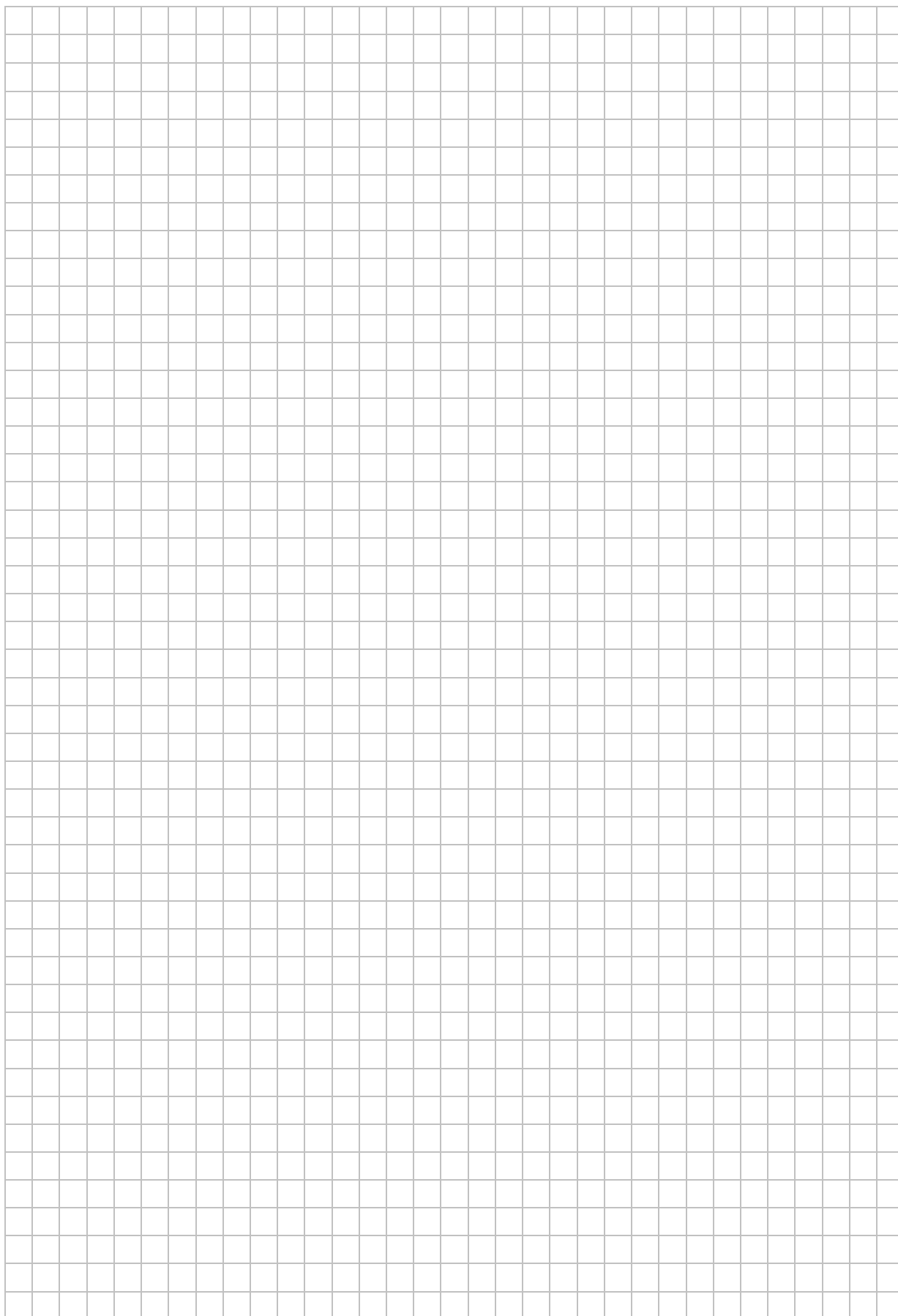
ZADANIE 10 (3 PKT)

Na loterii jest 20 losów, wśród których jeden los wygrywa 600 zł, pięć losów wygrywa po 200 zł i sześć losów wygrywa po 150 zł. Pozostałe losy są przegrywające. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że kupując jako pierwsi cztery razy po jednym losie wygramy dokładnie 600 zł?



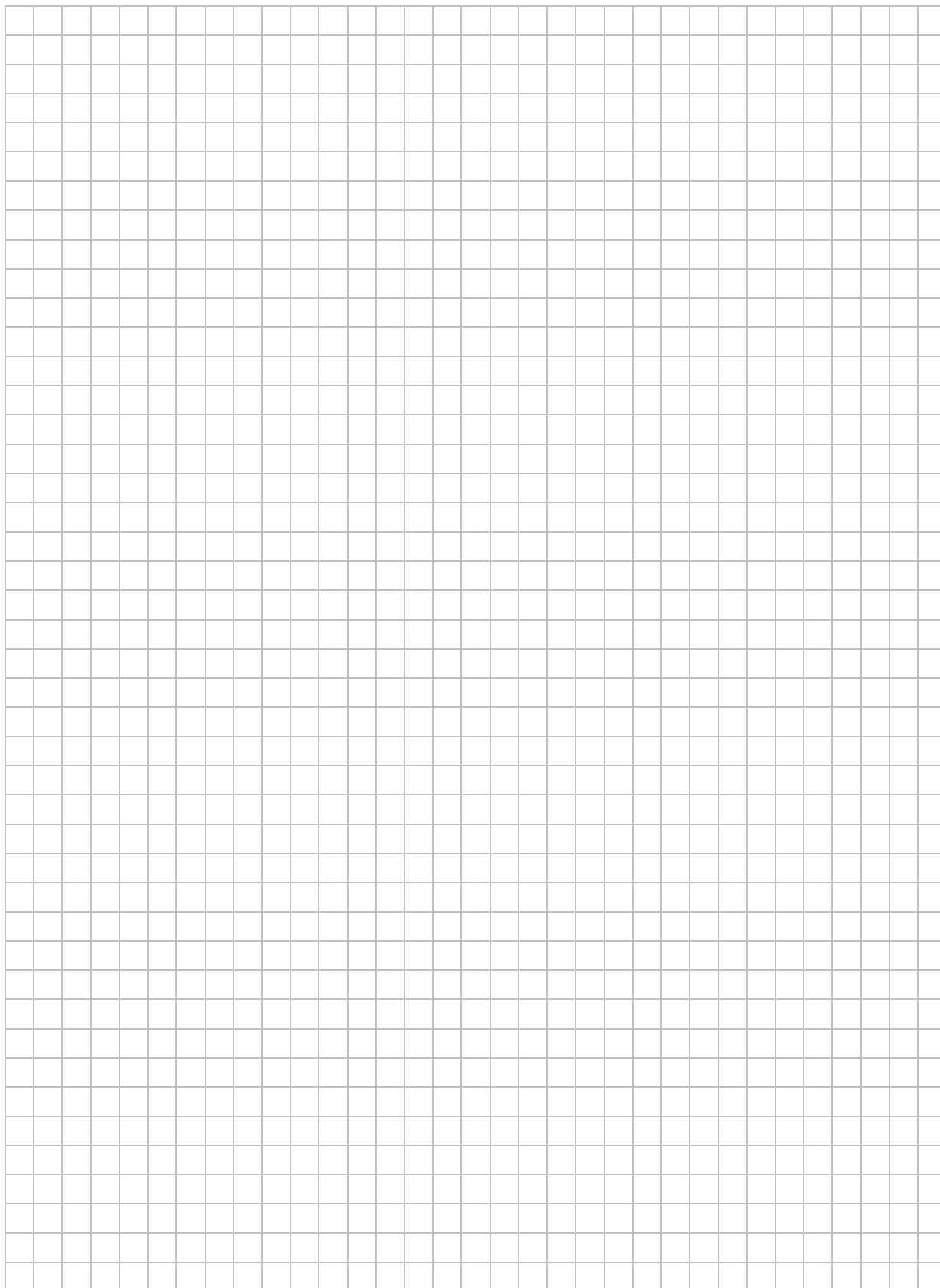
ZADANIE 11 (4 PKT)

Rozwiąż równanie $\cos 2x + \sin 2x \operatorname{tg} x + 3 \cos x = -2 \cos^2 x$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



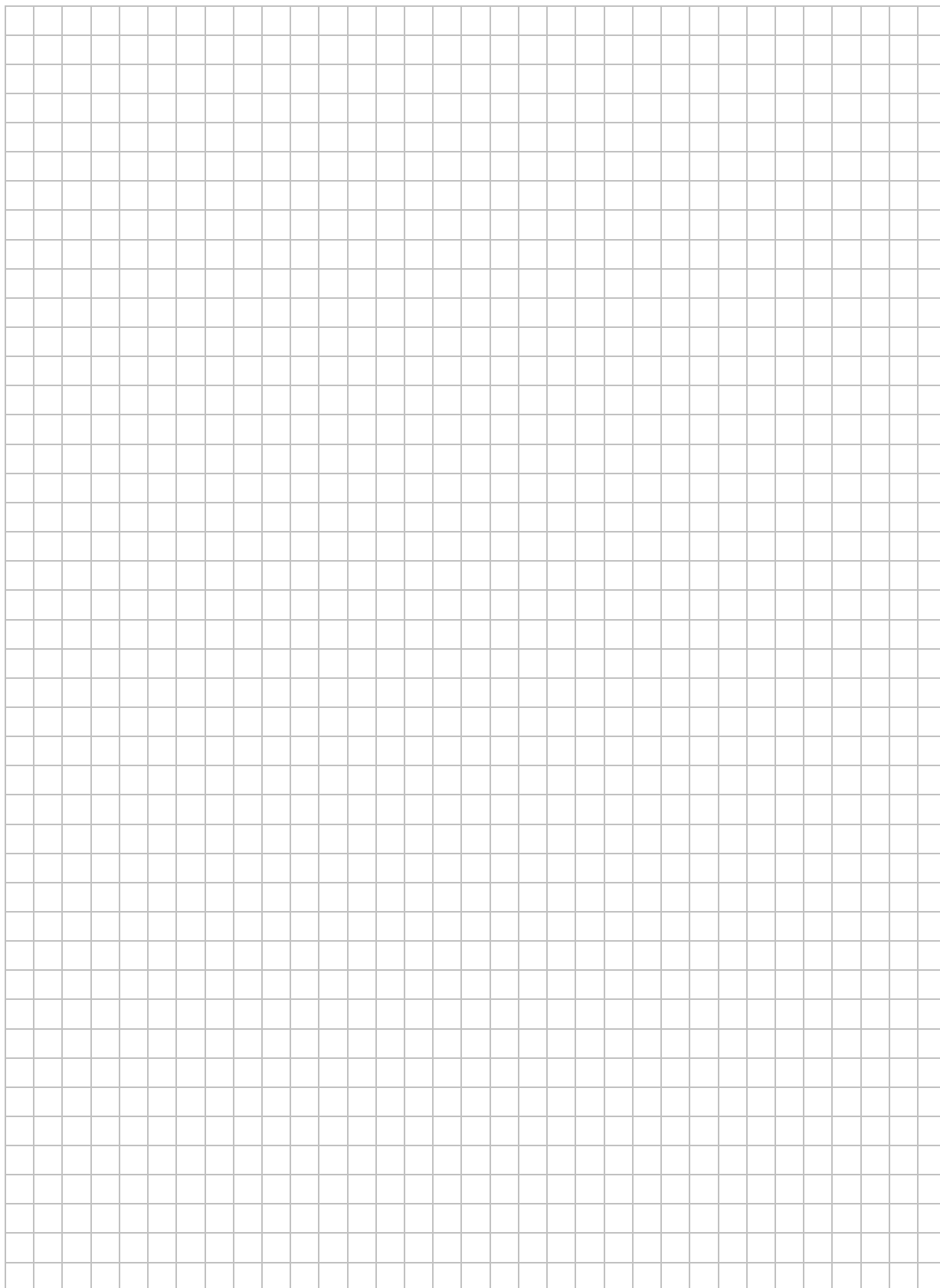
ZADANIE 12 (4 PKT)

Ciąg (a_n) jest ciągiem arytmetycznym o pierwszym wyrazie równym 123 i różnicy będącej liczbą całkowitą. Ciąg (b_n) jest określony wzorem $b_n = a_{3n}$, dla $n \geq 1$, oraz wiadomo, że suma pewnych $2k \geq 2$ początkowych wyrazów ciągu (b_n) jest równa sumie $3k$ początkowych wyrazów ciągu (a_n) . Wyznacz wzór ogólny ciągu (b_n) .



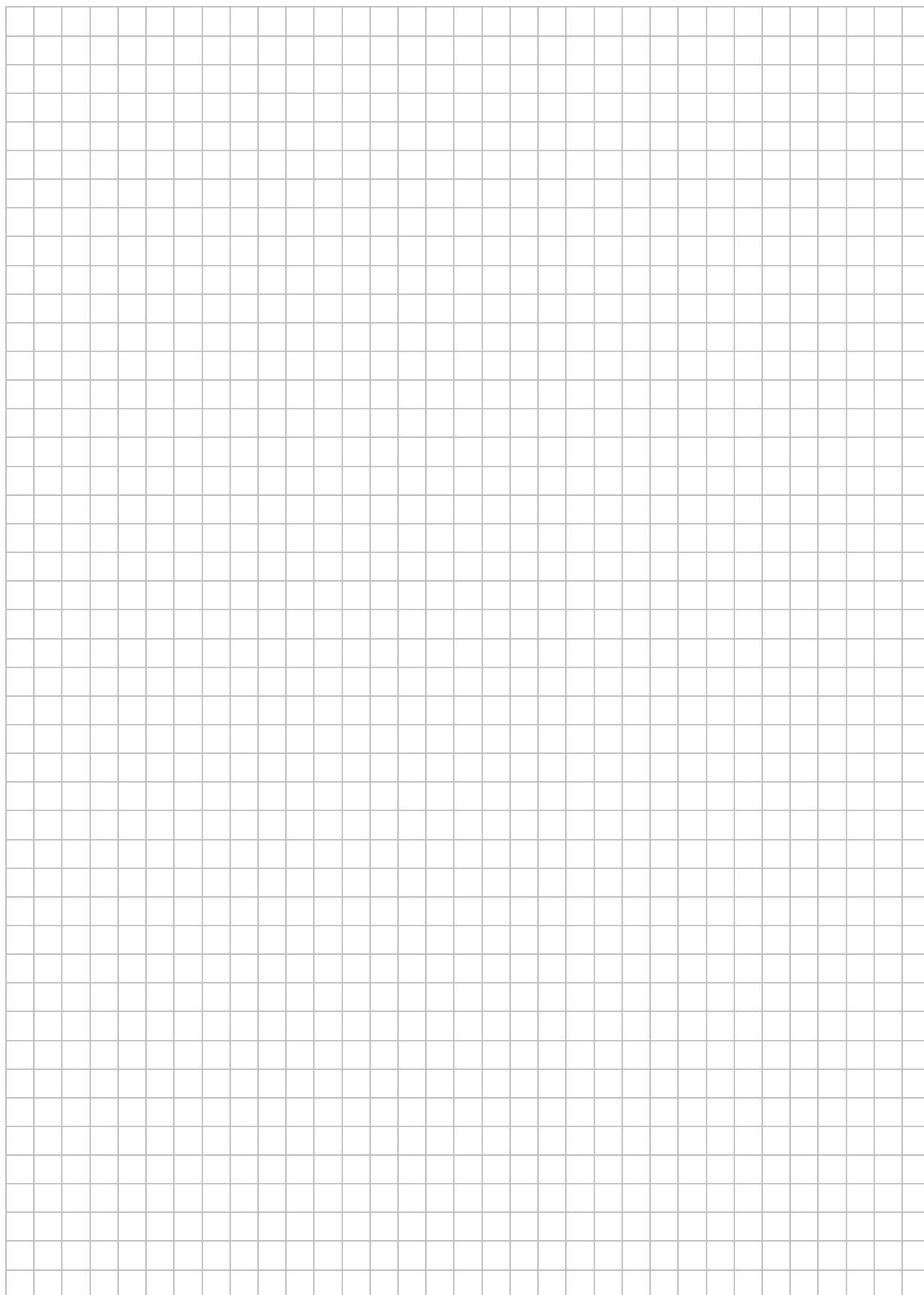
ZADANIE 13 (4 PKT)

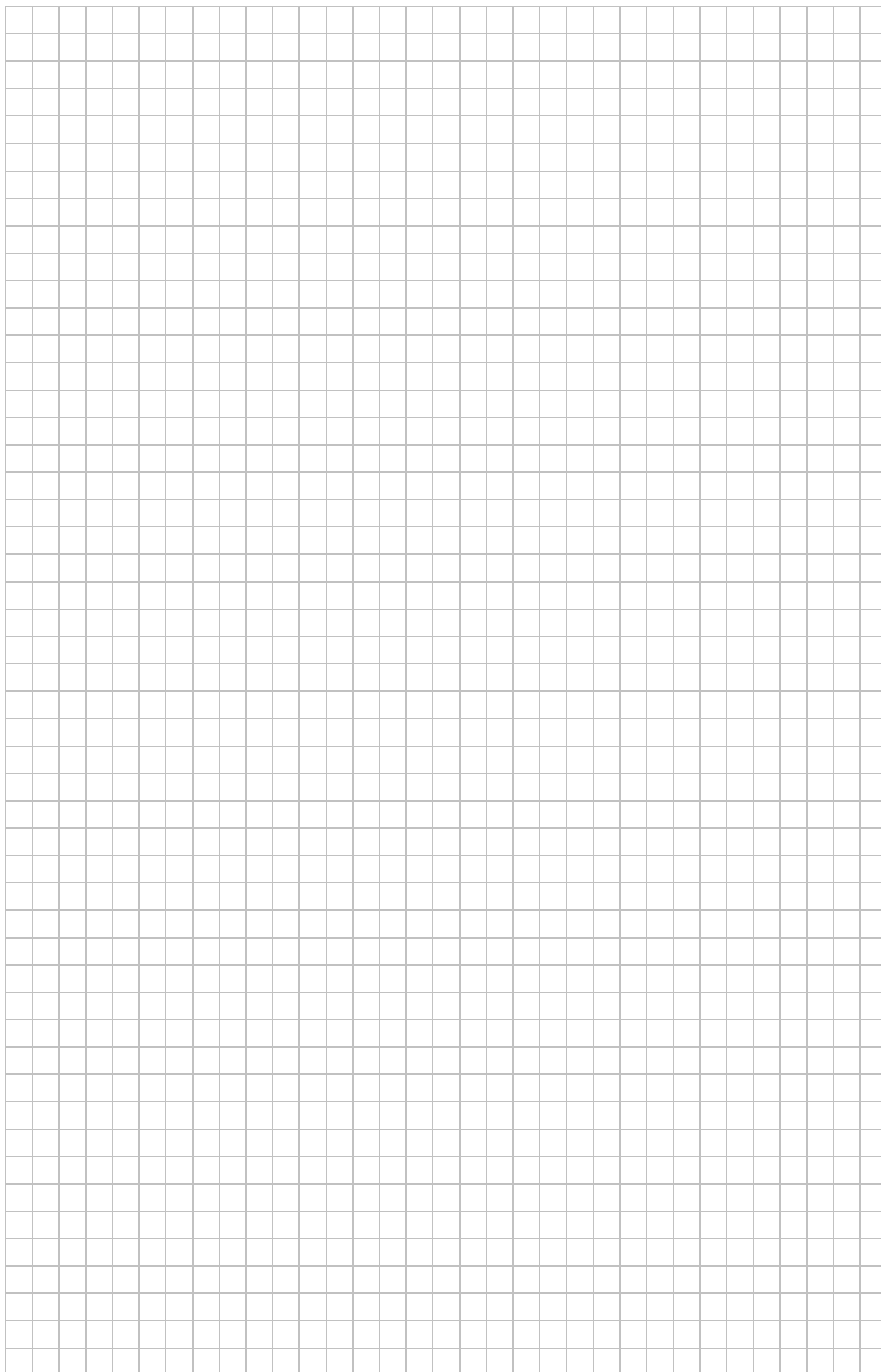
W graniastosłupie prawidłowym sześciokątnym poprowadzono płaszczyznę, która przechodzi przez krawędź podstawy oraz przez środek symetrii graniastosłupa. Płaszczyzna ta wyznacza przekrój o polu równym $48\sqrt{2}$. Stosunek wysokości graniastosłupa do długości krawędzi podstawy jest równy $\sqrt{5}$. Oblicz objętość tego graniastosłupa.



ZADANIE 14 (6 PKT)

Trapez równoramienny $ABCD$ o ramieniu długości 7 wpisany jest w okrąg, przy czym dłuższa podstawa AB trapezu, o długości 14, jest średnicą tego okręgu. Przekątne AC i BD trapezu przecinają się w punkcie P . Oblicz długość okręgu wpisanego w trójkąt CDP .





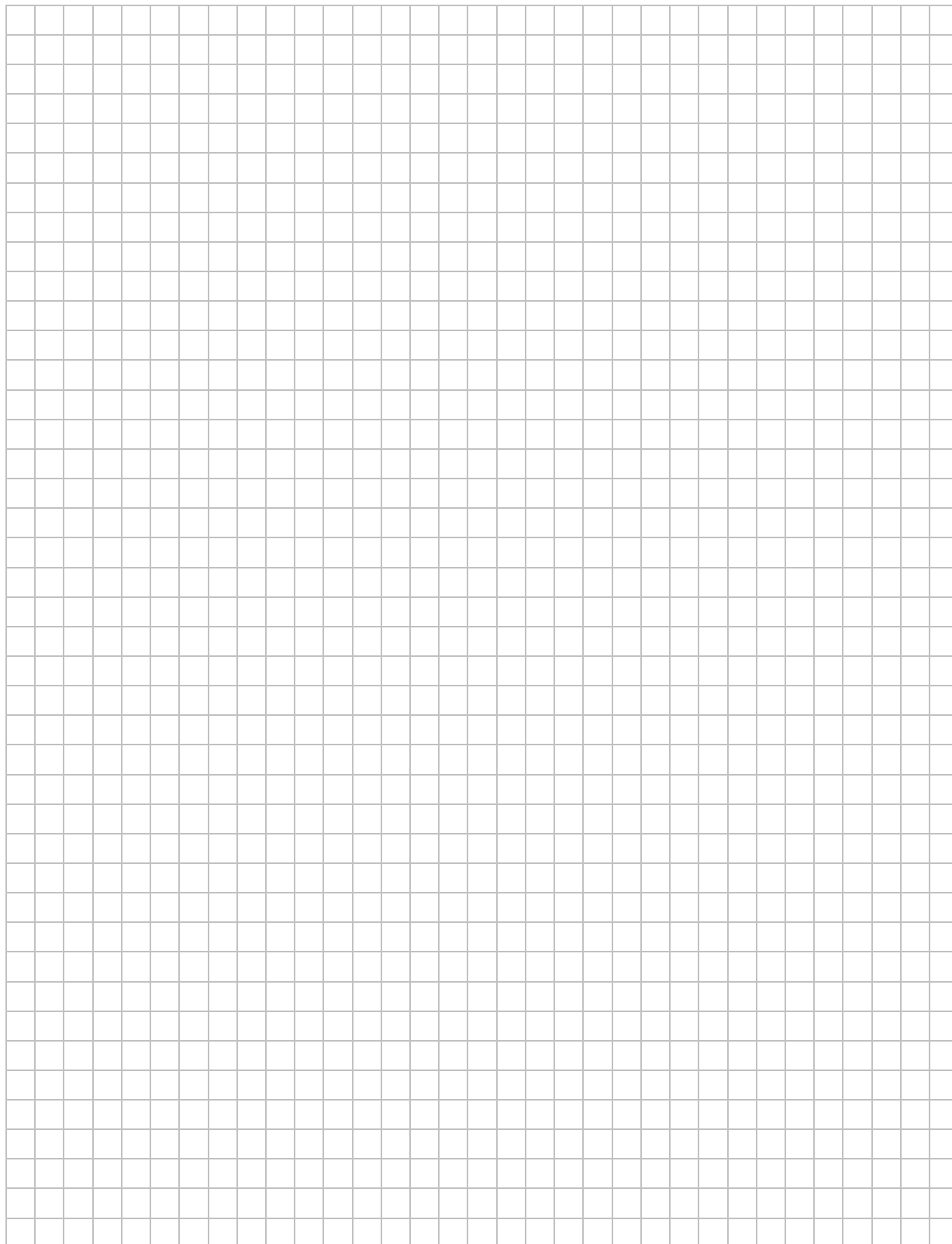
ZADANIE 15 (6 PKT)

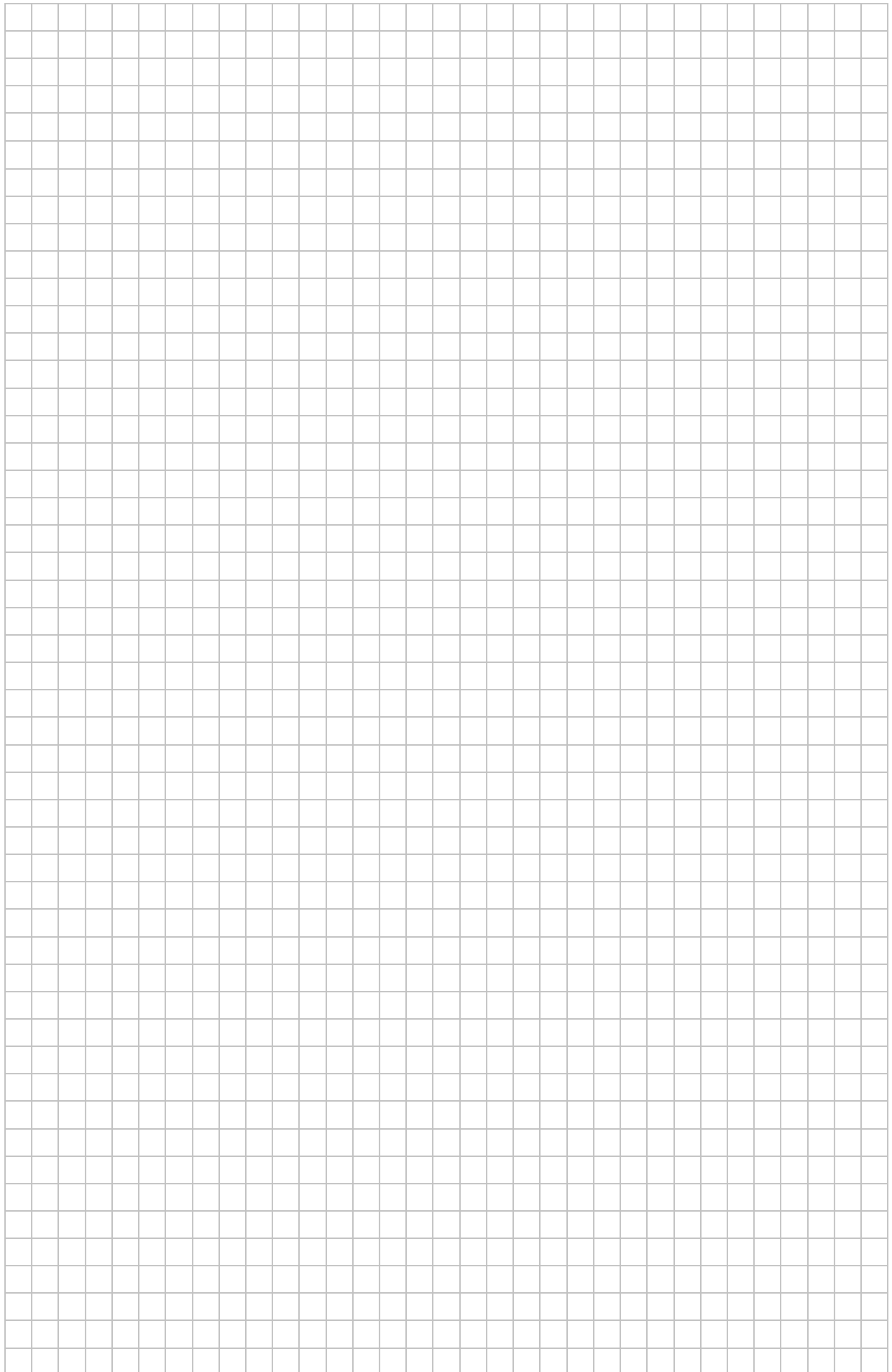
Wyznacz wszystkie wartości parametru k , dla których równanie

$$3x^2 + (2k - 2)x + 18 = 0$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1 i x_2 , przy czym $0 > x_1 > x_2$, spełniające warunek

$$(3x_1 - 2x_2)^2 + 45 = 14(3x_1 - 2x_2).$$





ZADANIE 16 (7 PKT)

Rozpatrujemy wszystkie prostopadłościany o objętości 27, których stosunek długości dwóch krawędzi wychodzących z tego samego wierzchołka jest równy 1:3 oraz suma długości wszystkich dwunastu krawędzi jest mniejsza od 52. Wyznacz pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu jako funkcję długości jednej z jego krawędzi. Wyznacz dziedzinę tej funkcji. Oblicz wymiary tego spośród rozpatrywanych prostopadłościanów, którego pole powierzchni całkowitej jest najmniejsze.

