PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM PODSTAWOWY

30 MARCA 2019

CZAS PRACY: 170 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczby a i c są dodatnie. Liczba b stanowi 96% liczby $3a+b$ oraz 120% liczby $4a+c$. Wynika stąd, że

A) $c=67,2a$ B) $c=80,64a$ C) $c=56a$ D) $c=48a$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Wskaż liczbę spełniającą nierówność $\frac{(x-2)(x+3)(2-x)}{(3-2x)(4x+6)}<0$.

A) -2 B) -3 C) 5 D) -1

ZADANIE 3 (1 PKT)

Dane są liczby $a=4,5\cdot 20^{-41}$ oraz $b=7,5\cdot 80^{-14}$. Wtedy iloraz $\frac{a}{b}$ jest równy

A) $0,6\cdot 40^{-27}$ B) $1,2\cdot 10^{-27}$ C) $0,6\cdot 40^{27}$ D) $0,3\cdot 10^{27}$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Dane są liczby $a=\log_{\frac{1}{3}}3,\ b=\log_9 27,\ c=\log_3\frac{1}{9}$. Liczby te spełniają warunek

A) $a>b>c$ B) $b>a>c$ C) $c>b>a$ D) $b>c>a$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Liczba $\sqrt[5]{3\sqrt[4]{3}}$ jest równa

A) $\sqrt[20]{3}$ B) $3\sqrt[9]{3}$ C) $\sqrt[5]{3}$ D) $\sqrt[4]{3}$

ZADANIE 6 (1 PKT)

Wyrażenie $|-1-|x||$ dla $x<0$ jest równe

A) $x-1$ B) $x+1$ C) $-x-1$ D) $-x+1$

ZADANIE 7 (1 PKT)

Równanie $\frac{x^2-3x}{x^2+3x}=0$

A) ma trzy rozwiązania: $x=-3,\ x=0,\ x=3$

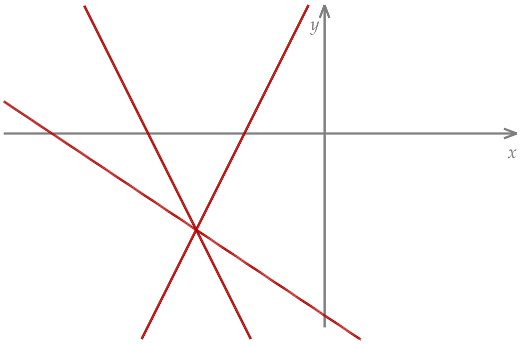
B) ma jedno rozwiązanie: $x=3$

C) ma dwa rozwiązania: $x=-3,\ x=3$

D) ma dwa rozwiązania: $x=0,\ x=3$

ZADANIE 8 (1 PKT)

Na rysunku jest przedstawiona graficzna ilustracja układu trzech równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi x i y.



Wskaż ten układ

A) $\begin{cases} y = -2x + 8 \\ y = -\frac{3}{2}x + \frac{13}{2} \\ y = 3x + 2 \end{cases}$ B) $\begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = -\frac{2}{3}x - \frac{17}{3} \\ y = -2x - 11 \end{cases}$ C) $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \\ y = -3x - 5 \end{cases}$ D) $\begin{cases} y = 3x + 7 \\ y = -\frac{2}{3}x - 4 \\ y = \frac{2}{3}x - 2 \end{cases}$

ZADANIE 9 (1 PKT)

Liczba $\frac{16}{(4-3\sqrt{2})^4}$ jest równa

A) $(4-3\sqrt{2})^4$ B) $(4+3\sqrt{2})^4$ C) $-(4+3\sqrt{2})^4$ D) $\frac{(4-3\sqrt{2})^4}{256}$

ZADANIE 10 (1 PKT)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = -3(x-2)^{-2}(x+1)^3$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 2$. Wartość funkcji f dla argumentu -2 jest równa

A) $-\frac{16}{3}$ B) $-\frac{3}{16}$ C) $\frac{16}{3}$ D) $\frac{3}{16}$

ZADANIE 11 (1 PKT)

Punkt $\left(\sqrt{3}, 1\right)$ należy do wykresu funkcji $y = 2\sqrt{3}x + b$. Wtedy współczynnik b jest równy

A) 7 B) $3\sqrt{3}$ C) -5 D) $-\sqrt{3}$

ZADANIE 12 (1 PKT)

Ciąg (a_n) określony jest wzorem $a_n = n(n^2 - (n-1)(n+1))$, gdzie $n \geqslant 1$. Suma piętnastu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa

A) 240 B) 105 C) 120 D) 136

ZADANIE 13 (1 PKT)

Wykres funkcji $f(x) = x^2 + x + 1$ przesunięto o 2 jednostki w prawo i 1 jednostkę w górę. W wyniku tej operacji otrzymano wykres funkcji

A) $y = x^2 + 3x + 4$
B) $y = x^2 - 3x + 2$
C) $y = x^2 - 3x + 4$
D) $y = x^2 + 3x + 2$

ZADANIE 14 (1 PKT)

Wszystkie wyrazy ciągu geometrycznego (a_n) określonego dla $n \geqslant 1$ są dodatnie i $2a_5 = 3a_6$. Stąd wynika, że iloraz q tego ciągu jest równy

A) $q = \frac{2}{3}$
B) $q = \frac{3}{2}$
C) $q = 6$
D) $q = 5$

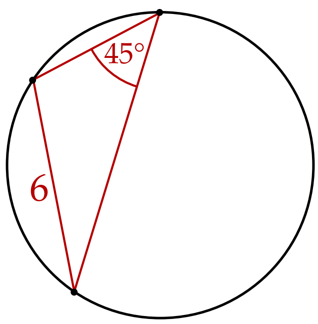
ZADANIE 15 (1 PKT)

Dany jest trójkąt o bokach długości $\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{3}$. Trójkątem podobnym do tego trójkąta jest trójkąt, którego boki mają długości

A) $\sqrt{3},\ 3,\ 2\sqrt{3}$
B) $1,\ 2\sqrt{3},\ 2$
C) $\frac{\sqrt{2}}{3},\ \frac{2}{3},\ \frac{2\sqrt{2}}{3}$
D) $\frac{1}{2},\ \frac{1}{\sqrt{3}},\ 1$

ZADANIE 16 (1 PKT)

Pole koła przedstawionego na rysunku jest równe



A) $6\sqrt{2}\pi$
B) 36π
C) 18π
D) $12\sqrt{2}\pi$

ZADANIE 17 (1 PKT)

Liczba $|\operatorname{tg} 52^\circ - 2\cos 50^\circ| \cdot |2\cos 50^\circ + \operatorname{tg} 52^\circ|$ jest równa

A) $4\cos^2 50^\circ - \operatorname{tg}^2 52^\circ$
B) $\operatorname{tg}^2 52^\circ + 4\cos^2 50^\circ$
C) $\operatorname{tg}^2 52^\circ - 4\cos^2 50^\circ$
D) $-4\cos^2 50^\circ - \operatorname{tg}^2 52^\circ$

ZADANIE 18 (1 PKT)

Różnica miar dwóch kątów rozwartych trapezu jest równa 68°. Dodatnia różnica miar kątów ostrych tego trapezu jest więc równa

A) 112°
B) 136°
C) 68°
D) 34°

ZADANIE 19 (1 PKT)

Prosta $ax + y + 1 = 0$ jest równoległa do prostej $x + ay + 1 = 0$. Wtedy

A) $a = 0$ B) $a = -2$ C) $a = 2$ D) $a^2 = 1$

ZADANIE 20 (1 PKT)

Dany jest walec, w którym promień podstawy, wysokość i średnica podstawy są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Pole powierzchni całkowitej tego walca jest równe $\frac{8\pi}{\sqrt{2}-1}$. Wynika stąd, że promień podstawy tego walca jest równy

A) 9 B) 6 C) 3 D) 2

ZADANIE 21 (1 PKT)

Punkt $A = (-3,4)$ jest końcem odcinka AB, a punkt $M = (-5,5)$ jest takim punktem tego odcinka, że $|AM| : |MB| = 1 : 4$. Długość odcinka AB jest równa

A) $4\sqrt{5}$ B) $\sqrt{5}$ C) $5\sqrt{5}$ D) $3\sqrt{5}$

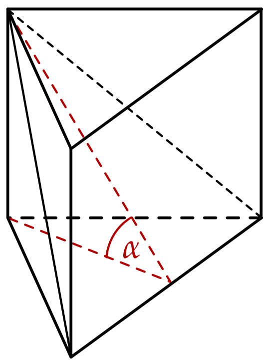
ZADANIE 22 (1 PKT)

Przekątna prostokątna ma długość 6, a długość jego krótszego boku jest równa $2\sqrt{3}$. Kąt rozwarty α między przekątnymi tego prostokąta spełnia warunek

A) $\alpha \in (70^\circ, 80^\circ)$ B) $\alpha \in (120^\circ, 140^\circ)$ C) $\alpha \in (100^\circ, 120^\circ)$ D) $\alpha \in (90^\circ, 100^\circ)$

ZADANIE 23 (1 PKT)

Wysokość graniastosłupa prawidłowego trójkątnego jest równa połowie długości jego krawędzi podstawy. Graniastosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez krawędź podstawy i jeden wierzchołek drugiej podstawy (patrz rysunek).



Płaszczyzna przekroju tworzy z podstawą graniastosłupa kąt α o mierze

A) 30° B) 45° C) 60° D) 75°

ZADANIE 24 (1 PKT)

W zestawie $\underbrace{1,1,1,\ldots,1}_{m \text{ liczb}},\underbrace{3,3,3,\ldots,3}_{m \text{ liczb}}$ jest $2m$ liczb ($m \geqslant 1$), w tym m liczb 1 i m liczb 3. Odchylenie standardowe tego zestawu liczb jest równe

A) 1 B) 2 C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D) $\sqrt{2}$

ZADANIE 25 (1 PKT)

W pudełku znajdują się dwie kule: czarna i biała. Czterokrotnie losujemy ze zwracaniem jedną kulę z tego pudełka. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że dokładnie dwa razy w czterech losowaniach wyciągniemy kulę koloru czarnego, jest równe

A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{4}$

ZADANIE 26 (2 PKT)

Rozwiąż nierówność $361x^2 + 798x + 441 > 0$.

ZADANIE 27 (2 PKT)

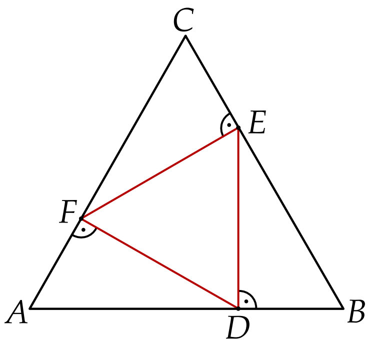
Rozwiąż równanie $\left((x+2)^3 + 216\right)\left((x^2 - x)^5 - 32\right) = 0$.

ZADANIE 28 (2 PKT)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność $\frac{x^2+y^4}{2} \geqslant x + y^2 - 1$.

ZADANIE 29 (2 PKT)

Na bokach AB, BC, CA trójkąta równobocznego ABC wybrano kolejno punkty D, E, F tak, że $DE \perp AB$, $EF \perp BC$ i $FD \perp AC$.



Wykaż, że trójkąt DEF jest trójkątem równobocznym o polu trzy razy mniejszym od pola trójkąta ABC.

ZADANIE 30 (2 PKT)

Udowodnij, że jeżeli liczby $b, d, b+d, b-d$ są różne od zera oraz $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$, to $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

ZADANIE 31 (2 PKT)

Dwudziesty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n), określonego dla $n \geqslant 1$, jest równy 395, a suma jego dwudziestu początkowych wyrazów jest równa 8930. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.

ZADANIE 32 (4 PKT)

Trasa rowerowa wokół jeziora ma długość 12 kilometrów. Dwóch rowerzystów wyrusza z tego samego miejsca i okrąża jezioro w tym samym kierunku. Średnia prędkość jednego z nich jest o 4 km/h mniejsza niż prędkość drugiego rowerzysty. Do ponownego spotkania rowerzystów doszło, gdy szybszy z nich wykonał 4 okrążenia jeziora. Jakie były średnie prędkości rowerzystów?

ZADANIE 33 (4 PKT)

Punkty $A = (4,6)$ i $B = (-12,6)$ są wierzchołkami trójkąta równoramiennego ABC, w którym $|AB| = |AC|$. Wysokość AD tego trójkąta jest zawarta w prostej o równaniu $y = \frac{1}{2}x + 4$. Oblicz współrzędne wierzchołka C tego trójkąta.

ZADANIE 34 (5 PKT)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym $ABCS$ cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy jest równy $\frac{2\sqrt{7}}{7}$. Wykaż, że pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa stanowi $\frac{2}{3}$ jego pola powierzchni całkowitej.