OKRĘGOWA KOMISJA EGZAMINACYJNA W JAWORZNIE
43-600 Jaworzno, ul.Mickiewicza 4 tel. (032) 6163399, 6162814

Strategia przygotowań do egzaminu maturalnego z matematyki w 2009 roku

Co warto wiedzieć o maturze z matematyki?

Egzamin na **poziomie podstawowym** trwa 120 minut i polega na rozwiązaniu zadań egzaminacyjnych sprawdzających rozumienie pojęć i umiejętność ich zastosowania w życiu codziennym oraz zadań o charakterze problemowym. Zadania egzaminacyjne obejmują zakres wymagań dla poziomu podstawowego.

Egzamin na **poziomie rozszerzonym** trwa 180 minut i polega na rozwiązaniu zadań egzaminacyjnych wymagających rozwiązywania problemów matematycznych. Zadania egzaminacyjne obejmują zakres wymagań dla poziomu rozszerzonego z uwzględnieniem umiejętności wymaganych na poziomie podstawowym.

Co warto wiedzieć o maturze z matematyki?

Za rozwiązanie wszystkich zadań arkusza poziomu podstawowego albo arkusza poziomu rozszerzonego można otrzymać maksymalnie

50 punktów

Co warto wiedzieć o maturze
z matematyki?

www.oke.jaworzno.pl

www.cke.edu.pl

Co warto wiedzieć o maturze z matematyki?

„STARE" STANDARDY WYMAGAŃ EGZAMINACYJNYCH

TREŚCI WSPÓLNE „STAREJ" I „NOWEJ" PODSTAWY PROGRAMOWEJ

Co będzie, czego nie będzie na egzaminie maturalnym w 2009 roku

Co warto wiedzieć o maturze z matematyki?

Zapoznaj się z przykładowymi arkuszami egzaminacyjnymi z uwzględnieniem nowej podstawy programowej, która obowiązuje na egzaminie maturalnym od 2008

Tego nie będzie !!!!

- Zbiory; suma, iloczyn, różnica zbiorów. Podstawowe pojęcia rachunku zdań.
- Indukcja matematyczna
- Różnowartościowość funkcji
- Funkcje parzyste, nieparzyste, okresowe- korzystanie z def.
- Dwumian Newtona
- Twierdzenie Bezouta (dzielenie wielomianów)
- Definicję funkcji homograficznej
- Wzory redukcyjne
- Proste równania i nierówności wykładnicze i logarytmiczne
- Prawdopodobieństwo warunkowe i prawdopodobieństwo całkowite.
- Niezależność zdarzeń.
- Schemat Bernoulli'ego

Popracuj nad doskonaleniem takich umiejętności jak:

- Przedstawianie toku rozumowania w postaci wyrażenia algebraicznego lub równania.
- Argumentowanie i uzasadnianie wniosków oraz ocena zgodności wyników z warunkami zadania.
- Wykonywanie obliczeń arytmetycznych i przekształcanie wyrażeń algebraicznych.
- Kreślenie wykresów funkcji (krzywa będąca wykresem funkcji musi przechodzić przez punkty charakterystyczne dla niej).
- Analityczna interpretacja problemów geometrycznych.

Wnioski dla zdających egzamin maturalny:

- Należy uważnie czytać zadanie i polecenia w nim występujące.
- Wszystkie istotne elementy rozwiązania powinny być zapisane.
- Zdający zamiast napisać np.: $x \in (2,3)$ może użyć zapisu :x >2 i x < 3 lub zbiór opisać słownie pod warunkiem, że będzie on zapisany w sposób poprawny i czytelny dla egzaminatorów
- W rozwiązaniu można umieszczać rysunki, które ułatwią analizę zadania, ale ich poprawność będzie oceniana tylko wtedy, gdy w treści zadania było polecenie sporządzenia rysunku.

Wnioski dla zdających egzamin maturalny:

- Wszystkie rozwiązania, łącznie z rysunkami muszą być narysowane czarnym atramentem
- Jeśli rozwiązanie nie zmieści się na przeznaczonym na nie miejscu, można je kontynuować w brudnopisie, ale koniecznie w rozwiązaniu zadania zaznaczyć, że będzie tam kontynuowane, a w brudnopisie trzeba je opisać.
- Każda poprawna i skuteczna metoda rozwiązania, która zostanie zapisana przez zdającego będzie pozytywnie oceniona przez egzaminatorów

Za prawidłowe rozwiązanie każdego z zadań inną metodą niż przewidziana w schemacie punktowania należy przyznać zdającemu maksymalną liczbę punktów

Fizyka! Dramat!

Zadanie 4. *(5 pkt)*

Samochód przebył w pewnym czasie 210 km. Gdyby jechał ze średnią prędkością o 10 km/h większą, to czas przejazdu skróciłby się o pół godziny. Oblicz, z jaką średnią prędkością jechał ten samochód.

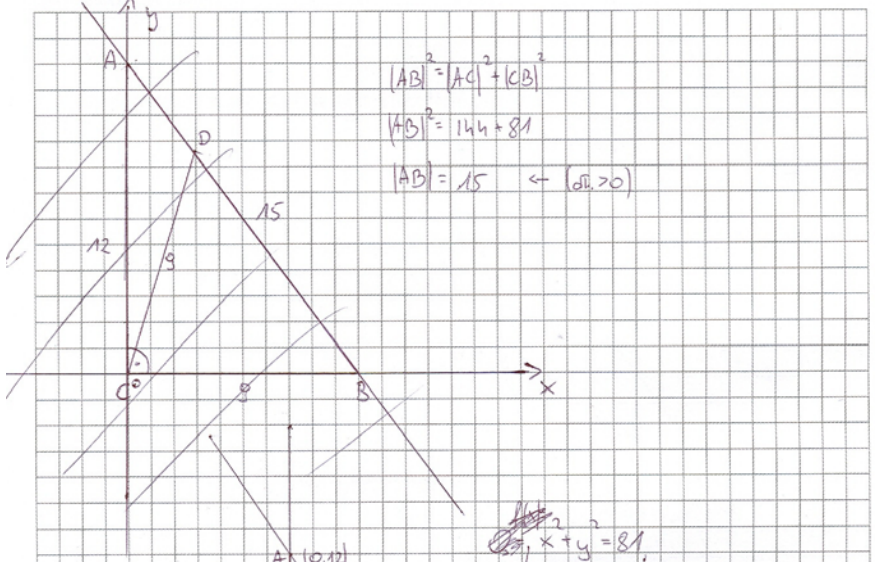
Fizyka! Dramat! Nie pamiętam żadnego wzoru!
chyba jakiś tak: $v = \frac{s}{t}$ No i co z tego?
Ile tu przejechał średnio samochód w ciągu godziny?
W trasie jakieś 60-70 km/h. Nie dam na pewno jakiejś zamotnej wykładni - wypadły niepedagogiczne.
Zatem, że na początku jechał 60 km/h. $v = \frac{s}{t}$ $t = \frac{s}{v}$
$t = \frac{210}{60} = 5\frac{1}{2}$ Gdyby jechał o 10 km/h szybciej to:
$t = \frac{210}{70} = 4\frac{1}{5}$ $5\frac{1}{4} - 4\frac{1}{5} \neq \frac{1}{2}$ Nie ze dwie różnice.

v	$v+10$	$t_1 = \frac{210}{v}$	$t_2 = \frac{210}{v+10}$	$t_1 - t_2$
45	55	4,667	3,818	0,849
50	60	4,2	3,5	0,7
55	65	3,818	3,231	0,587
60	70	3,5	3	0,5

odp. Wygląda na to, że samochód jechał z prędkością 60 $\frac{km}{h}$.

Zadanie 12. *(4 pkt)*

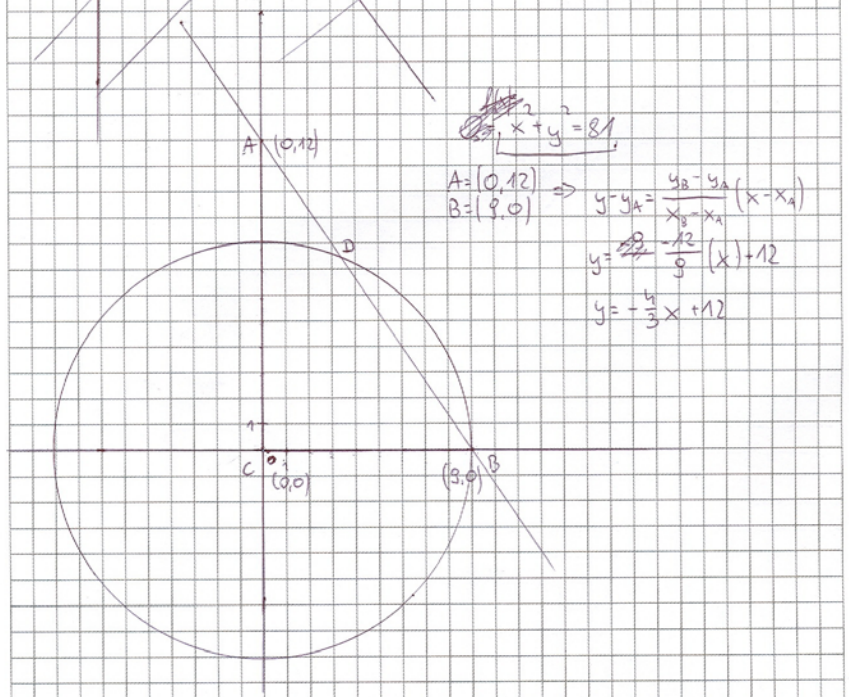
W trójkącie prostokątnym ABC przyprostokątne mają długości: $|BC| = 9$, $|CA| = 12$. Na boku AB wybrano punkt D tak, że odcinki BC i CD mają równe długości. Oblicz długość odcinka AD.



$|AB|^2 = |AC|^2 + |CB|^2$

$|AB|^2 = 144 + 81$

$|AB| = 15 \leftarrow (\sqrt{\ } > 0)$



$x^2 + y^2 = 81$

$A = (0,12)$
$B = (9,0)$ $\Rightarrow$ $y - y_A = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_A)$

$y = \frac{-12}{9}(x) + 12$

$y = -\frac{4}{3}x + 12$

$D \in \begin{cases} x^2 + y^2 = 81 \\ y = -\frac{4}{3}x + 12 \end{cases}$

PRZEPRASZAM, DOBRZE

$\begin{cases} x^2 + \left(-\frac{4}{3}x + 12\right)^2 = 81 \\ \end{cases}$ ✓

$x^2 + \frac{16}{9}x^2 - 32x + 144 - 81 = 0$ $\quad x^2 + y^2 - 81 = y + \frac{4}{3}x - 12$

$\frac{25}{9}x^2 - 32x + 63 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 1024 - 700$

$\Delta = 324$

$\sqrt{\Delta} = 18$

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{32 - 18}{\frac{50}{9}} = 14 \cdot \frac{9}{50} = \frac{63}{25}$

$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{32 + 18}{\frac{50}{9}} = 50 \cdot \frac{9}{50} = 9$

$x_2 \in B(9,0)$

$D = \left(\frac{63}{25}, y_D\right)$

$y_D = -\frac{4}{3} \cdot \frac{63}{25} + 12$

$y_D = -\frac{84}{25} + 12$

$y_D = \frac{216}{25}$

$A = (0,12)$
$D = \left(\frac{63}{25}, \frac{216}{25}\right)$ $\Rightarrow$ $|AD| = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2}$

$|AD| = \sqrt{\left(\frac{63}{25}\right)^2 + \left(\frac{216}{25} - 12\right)^2}$

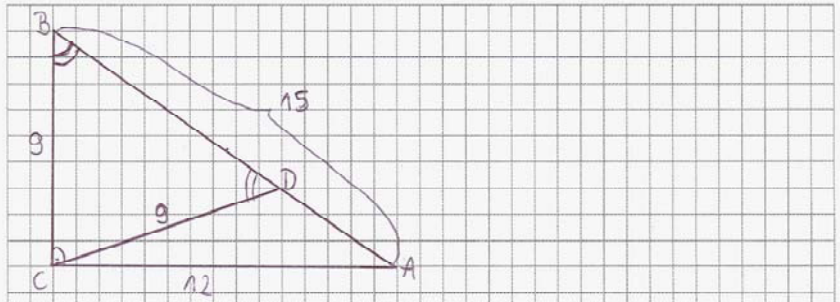
$|AD| = \sqrt{\frac{3969}{625} + \left(\frac{-84}{25}\right)^2}$

$|AD| = \sqrt{\frac{3969 + 7056}{625}}$

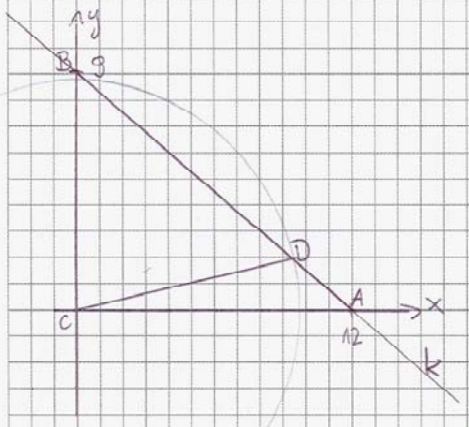
$|AD| = \frac{105}{25} = \frac{21}{5}$ j.

Zadanie 12. *(4 pkt)*

W trójkącie prostokątnym ABC przyprostokątne mają długości: $|BC| = 9$, $|CA| = 12$. Na boku AB wybrano punkt D tak, że odcinki BC i CD mają równe długości. Oblicz długość odcinka AD.



$|AB| = \sqrt{12^2+9^2} = \sqrt{144+81} = \sqrt{225} = 15$



$C=(0,0)$

$B=(0;9)$

$A=(12;0)$

$D \in k$

$k: \quad y = \frac{9}{-12}(x-12)$

$\rightarrow \quad y = -\frac{3}{4}x + 9$

$D = \left(x; -\frac{3}{4}x+9\right)$

$O_1: \quad x^2+y^2 = 81$

$\begin{cases} y = -\frac{3}{4}x+9 \\ x^2+y^2=81 \end{cases}$

$\begin{cases} y = -\frac{3}{4}x+9 \\ x^2+\left(-\frac{3}{4}x+9\right)^2=81 \end{cases}$

$\begin{cases} y = -\frac{3}{4}x+9 \\ x^2+\frac{9}{16}x^2-13{,}5x+\cancel{81}=\cancel{81} \end{cases}$

$\begin{cases} 1)\ y = -\frac{3}{4}x+9 \\ 2)\ \frac{25}{16}x^2-13{,}5x=0 \end{cases}$

$2)\ \frac{25}{16}x\left(x-\frac{27}{2}\cdot\frac{16}{25}\right)=0$

$x=0 \ \vee \ x = \frac{27}{\cancel{2}}\cdot\frac{\overset{8}{\cancel{16}}}{25} = \frac{216}{25} = 8\frac{16}{25}$

$y=9 \qquad y = -\frac{3}{4}\cdot\frac{216}{25}+9 = \frac{-3\cdot 54+225}{25} = \frac{63}{25}$

$A=(12;0),\ D=\left(8\frac{16}{25}; \frac{63}{25}\right)$

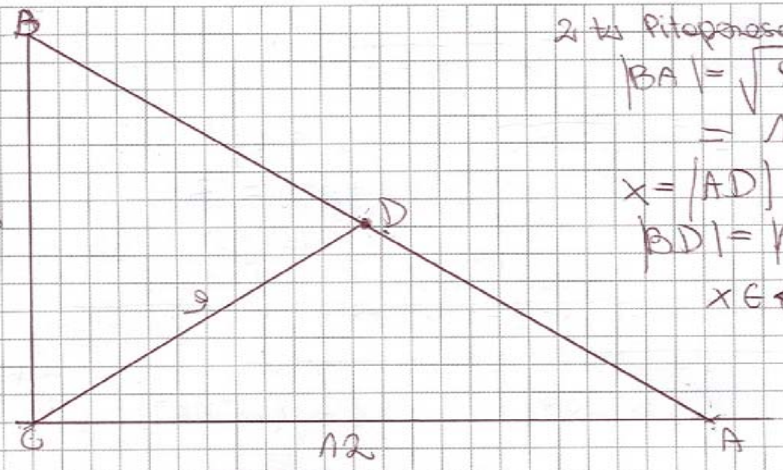
$|AD| = \sqrt{\left(8\frac{16}{25}-12\right)^2+\left(\frac{63}{25}\right)^2} = \sqrt{\left(3\frac{9}{25}\right)^2+\frac{3969}{625}} = \sqrt{\frac{7056+3969}{625}}$

$= \frac{\sqrt{11025}}{25} = \frac{105}{25} = \frac{21}{5}$

Odp. $|AD| = \frac{21}{5}$

Zadanie 12. *(4 pkt)*

W trójkącie prostokątnym ABC przyprostokątne mają długości: $|BC| = 9$, $|CA| = 12$. Na boku AB wybrano punkt D tak, że odcinki BC i CD mają równe długości. Oblicz długość odcinka AD.



Z tw Pitagorasa

$|BA| = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$

$x = |AD|$

$|BD| = |AB| - x$

$x \in \langle 0; 15 \rangle$

STEWARTA

Z tw ~~Stewarta~~ Wiemy, że

$|CD|^2 \cdot |BA| = |CA|^2 \cdot |BD| + |CB|^2 \cdot |AD| - |BA| \cdot |DA| \cdot |BD|$

$9^2 \cdot \cancel{15}^{5} = \cancel{12^2}^{48} \cdot (15 - x) + \cancel{9^2}^{27}(x) - \cancel{15}^{5} x (15 - x)$

$405 = 720 - 48x + 27x - 75x + 5x^2$

$5x^2 - 96x + 315 = 0$

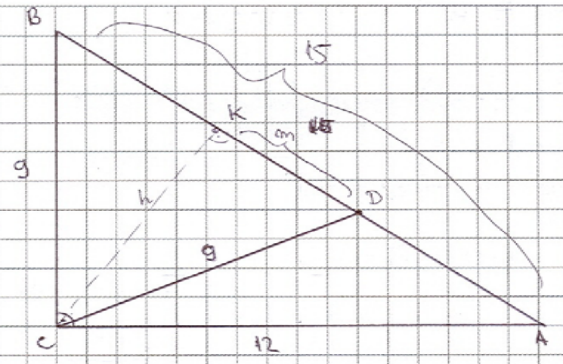
$\Delta = 96^2 - 4 \cdot 5 \cdot 315 = 9216 - 6300 = 2916 = 54^2$

$x_1 = \frac{96 - 54}{10} = 4{,}2$ lub $x_2 = \frac{96 + 54}{10} = 15$

Odp AD może być równe 4,2 lub 15.

Zadanie 12. *(4 pkt)*

W trójkącie prostokątnym ABC przyprostokątne mają długości: $|BC| = 9$, $|CA| = 12$. Na boku AB wybrano punkt D tak, że odcinki BC i CD mają równe długości. Oblicz długość odcinka AD.



Z Tw. Pitagorasa dla ΔABC

$$81 + 144 = c^2$$
$$c = 15$$

Niech h będzie wysokością ΔCAB tak jak na rysunku.

Zauważmy, że pole ΔABC można obliczyć na dwa sposoby

$$\frac{12 \cdot 9}{2} = \frac{15 \cdot h}{2} \quad \text{stąd} \quad h = \frac{108}{15} = 7\frac{1}{5} = \frac{36}{5}$$

Z Tw. Pitagorasa dla ΔCKD mamy:

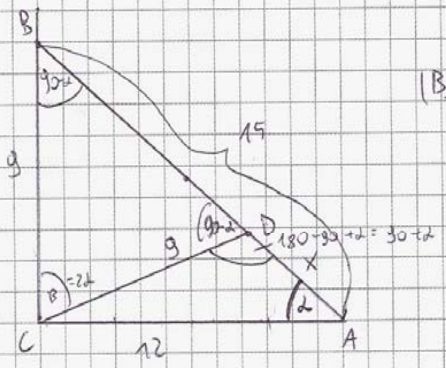
$$\left(\frac{36}{5}\right)^2 + m^2 = 81$$
$$m^2 = 81 - \frac{1296}{25} = \frac{729}{25}$$
$$m = \frac{27}{5}$$

Stąd

$$\overline{AD} = \overline{AB} - 2\overline{KD} = 15 - 2 \cdot \frac{27}{5} = 15 - \frac{54}{5} = \frac{21}{5}$$

Zadanie 12. *(4 pkt)*

W trójkącie prostokątnym ABC przyprostokątne mają długości: $|BC| = 9$, $|CA| = 12$. Na boku AB wybrano punkt D tak, że odcinki BC i CD mają równe długości. Oblicz długość odcinka AD.



$|BA| = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$

$180 - 90 + \alpha = 90 + \alpha$

$\sin(90+\alpha) = \cos\alpha$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$\sin\alpha = \frac{9}{15}$, $\cos\alpha = \frac{12}{15}$ } z rysunku

$\frac{1}{2}\sin\alpha \cdot x \cdot 12 + \frac{1}{2}\sin 2\alpha \cdot 9 \cdot 9 = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 12$

$\cancel{\frac{9}{15} \cdot 12 + 2\sin\alpha\cos\alpha \cdot 81 = 108}$

$\cancel{12x}\sin\alpha + \cancel{2}\sin\alpha\cos\alpha \cdot \cancel{81}^{27} = 9 \cdot \cancel{12}^{2}$

$2\sin\alpha\, x + 27\sin\alpha\cos\alpha = 18$

$x = \frac{18 - 27\sin\alpha\cos\alpha}{2\sin\alpha} = \frac{18 - 27 \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{12}{15}}{2 \cdot \frac{9}{15}} = \frac{\left(18 - \frac{2916}{225}\right) \cdot 15}{18} =$

$= \frac{270 - \frac{2916}{15}}{18} = 15 - \frac{162}{15} =$

$= \frac{225 - 162}{15} = \frac{63}{15} = 4{,}2$

Odp. $|AD| = 4{,}2$

Co nam ułatwi zdanie egzaminu z matematyki?

- analizowanie treści zadań
- tworzenie prostych modeli matematycznych do zadań praktycznych
- czytelne i dokładne zapisywanie toku rozwiązania
- logiczne wnioskowanie
- zapisywanie założeń i udzielanie odpowiedzi, które je uwzględniają i są zgodne z poleceniem w zadaniu
- stosowanie języka matematycznego
- posługiwanie się *Zestawem wybranych wzorów matematycznych*

Co warto wiedzieć o maturze z matematyki?

Termin egzaminu maturalnego

13. 05. 2009 (środa)

Najłatwiejsze ?

Najtrudniejsze ?

Matura 2005 poziom podstawowy

W pudełku są trzy kule białe i pięć kul czarnych. Do pudełka można albo dołożyć jedną kulę białą albo usunąć z niego jedną kulę czarną, a następnie wylosować z tego pudełka jedną kulę. W którym z tych przypadków wylosowanie kuli białej jest bardziej prawdopodobne? Wykonaj odpowiednie obliczenia.

Łatwość 0,74

Zadanie 1 STANDARD II.2.a

Sklep sprowadza z hurtowni kurtki płacąc po 100 zł za sztukę i sprzedaje średnio 40 sztuk miesięcznie po 160 zł. Zaobserwowano, że każda kolejna obniżka ceny sprzedaży kurtki o 1 zł zwiększa sprzedaż miesięczną o 1 sztukę. Jaką cenę kurtki powinien ustalić sprzedawca, aby jego miesięczny zysk był największy?

Łatwość 0,18

Zadanie 5 STANDARD III.1.a II.2.a

Matura 2005 poziom rozszerzony

Przeprowadzając analogiczne rozumowanie, ustal związek pomiędzy wektorem MN oraz wektorami AB i DC, wiedząc, że czworokąt $ABCD$ jest dowolnym trapezem, zaś punkty M i N są odpowiednio środkami ramion AD i BC tego trapezu (Rys. 2).

Łatwość 0,83

Zadanie 15 STANDARD II.1.b

Wykaż, bez użycia kalkulatora i tablic, że $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7}-\sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$ jest liczbą całkowitą .

Łatwość 0,11

Zadanie 17 STANDARD III.2.R

Matura 2006 poziom podstawowy

Łatwość 0,91

Zadanie 11 STANDARD II.1.b

Postępując w analogiczny sposób, oblicz sumę $S_1 = \frac{4}{1\cdot 5} + \frac{4}{5\cdot 9} + \frac{4}{9\cdot 13} + \ldots + \frac{4}{281\cdot 285}$.

Łatwość 0,35

Zadanie 5 STANDARD III.1.b II.2.a,I

Wiedząc, że $0^\circ \le \alpha \le 360^\circ$, $\sin\alpha < 0$ oraz $4\,\mathrm{tg}\,\alpha = 3\sin^2\alpha + 3\cos^2\alpha$

a) oblicz $\mathrm{tg}\,\alpha$,

b) zaznacz w układzie współrzędnych kąt α i podaj współrzędne dowolnego punktu, różnego od początku układu współrzędnych, który leży na końcowym ramieniu tego kąta.

Matura 2006 – poziom rozszerzony

Łatwość 0,65

Zadanie 20 STANDARD II.(R) II.2a

Dane są funkcje $f(x)=3^{x^2-5x}$ i $g(x)=\left(\frac{1}{9}\right)^{-2x^2-3x+2}$.

Oblicz, dla których argumentów x wartości funkcji f są większe od wartości funkcji g.

Łatwość 0,11

Zadanie 17 STANDARD III.1a III.1b, II.2a

Na okręgu o promieniu r opisano trapez równoramienny $ABCD$ o dłuższej podstawie AB i krótszej CD. Punkt styczności S dzieli ramię BC tak, że $\frac{|CS|}{|SB|}=\frac{2}{5}$.

a) Wyznacz długość ramienia tego trapezu.

b) Oblicz cosinus $|\sphericalangle CBD|$.

Matura 2007 – poziom podstawowy

Łatwość 0,70

Zadanie 2 STANDARD II.2a II.2b

Klient zakupił za pośrednictwem tego biura maklerskiego 530 akcji w cenie 25 zł za jedną akcję. Po roku sprzedał wszystkie kupione akcje po 45 zł za jedną sztukę. Oblicz, ile zarobił na tych transakcjach po uwzględnieniu prowizji, które zapłacił.

Łatwość 0,23

Zadanie 5 STANDARD III.1a II.2a

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n), gdzie $n \geq 1$. Wiadomo, że dla każdego $n \geq 1$ suma *n* początkowych wyrazów $S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ wyraża się wzorem: $S_n = -n^2 + 13n$.

a) Wyznacz wzór na *n*-ty wyraz ciągu (a_n).

b) Oblicz a_{2007}.

c) Wyznacz liczbę *n*, dla której $a_n = 0$.

Matura 2007 – poziom rozszerzony

Łatwość 0,73

Zadanie 4 STANDARD II.2a

Dany jest trójkąt o bokach długości 1, $\frac{3}{2}$, 2. Oblicz cosinus i sinus kąta leżącego naprzeciw najkrótszego boku tego trójkąta.

Łatwość 0,26

Zadanie 9 STANDARD III.1c

Przedstaw wielomian $W(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x - 1$ w postaci iloczynu dwóch wielomianów stopnia drugiego o współczynnikach całkowitych i takich, że współczynniki przy drugich potęgach są równe jeden.

Matura 2008 – poziom podstawowy

Łatwość 0,74

Zadanie 8 STANDARD I II.2a

Dany jest wielomian $W(x) = x^3 - 5x^2 - 9x + 45$.

Sprawdź, czy punkt A = (1, 30) należy do wykresu tego wielomianu. Zapisz wielomian w postaci iloczynu trzech wielomianów stopnia pierwszego .

Łatwość 0,32

Zadanie 11 STANDARD III.1c III.1a, I, II.2a

Pole powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego trójkątnego równa się $\frac{a^2\sqrt{15}}{4}$ gdzie *a* oznacza długość krawędzi podstawy tego ostrosłupa. Zaznacz na poniższym rysunku kąt nachylenia ściany bocznej ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy. Miarę tego kąta oznacz symbolem β. Oblicz $\cos\beta$ i korzystając z tablic funkcji trygonometrycznych odczytaj przybliżoną wartość β z dokładnością do 1° .

Matura 2008 – poziom rozszerzony

Łatwość 0,69

Zadanie 4 STANDARD II.2a

Rozwiąż równanie $4\cos^2 x = 4\sin x + 1$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

Łatwość 0,26

Zadanie 7 STANDARD III.2b II.2a

Uzasadnij, że każdy punkt paraboli o równaniu $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$ jest równoodległy od osi *Ox* i od punktu F = (0, 2).

Życzymy Maturzystom,

Dyrektorom szkół

i Nauczycielom

powodzenia podczas egzaminu

oraz satysfakcji z jego wyników

Dyrekcja i pracownicy

OKE Jaworzno