

# PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

[WWW.ZADANIA.INFO](http://WWW.ZADANIA.INFO)

POZIOM ROZSZERZONY

27 KWIECZNIA 2019

**CZAS PRACY: 180 MINUT**

## Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Liczba  $(\sqrt[3]{2} + 1)^3 \cdot (\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1)^3$  jest równa

- A) 1                                      B) 8                                      C) 27                                      D) 64

ZADANIE 2 (1 PKT)

Równanie  $||x| - 4| = |x| + 2$

- A) nie ma rozwiązań.                                      B) ma dokładnie jedno rozwiązanie.  
C) ma dokładnie dwa rozwiązania.                                      D) ma dokładnie cztery rozwiązania.

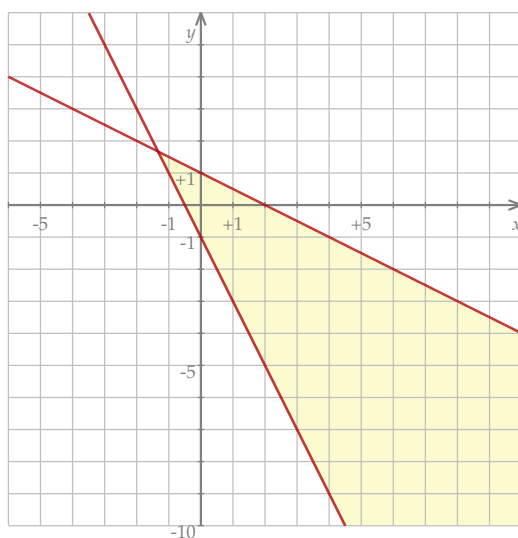
ZADANIE 3 (1 PKT)

Wyrażenie  $2 \sin 4x \sin x$  jest równe

- A)  $\cos 3x - \sin 5x$                       B)  $\cos 3x - \cos 5x$                       C)  $\sin 3x - \sin 5x$                       D)  $\sin 3x - \cos 5x$

ZADANIE 4 (1 PKT)

Na rysunku zaznaczono zbiór punktów płaszczyzny spełniających układ nierówności:



A)  $\begin{cases} 2x + y + 1 \leq 0 \\ x + 2y - 2 \leq 0 \end{cases}$   
C)  $\begin{cases} 2x + y + 1 \geq 0 \\ x + 2y - 2 \geq 0 \end{cases}$

B)  $\begin{cases} 2x + y + 1 \leq 0 \\ x + 2y - 2 \geq 0 \end{cases}$   
D)  $\begin{cases} 2x + y + 1 \geq 0 \\ x + 2y - 2 \leq 0 \end{cases}$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Granica  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{5-3x^3+8x^2}}{\sqrt{1-12x^3+4x}}$

A) nie istnieje.

C) jest liczbą ujemną.

B) jest liczbą dodatnią.

D) jest równa  $+\infty$ .

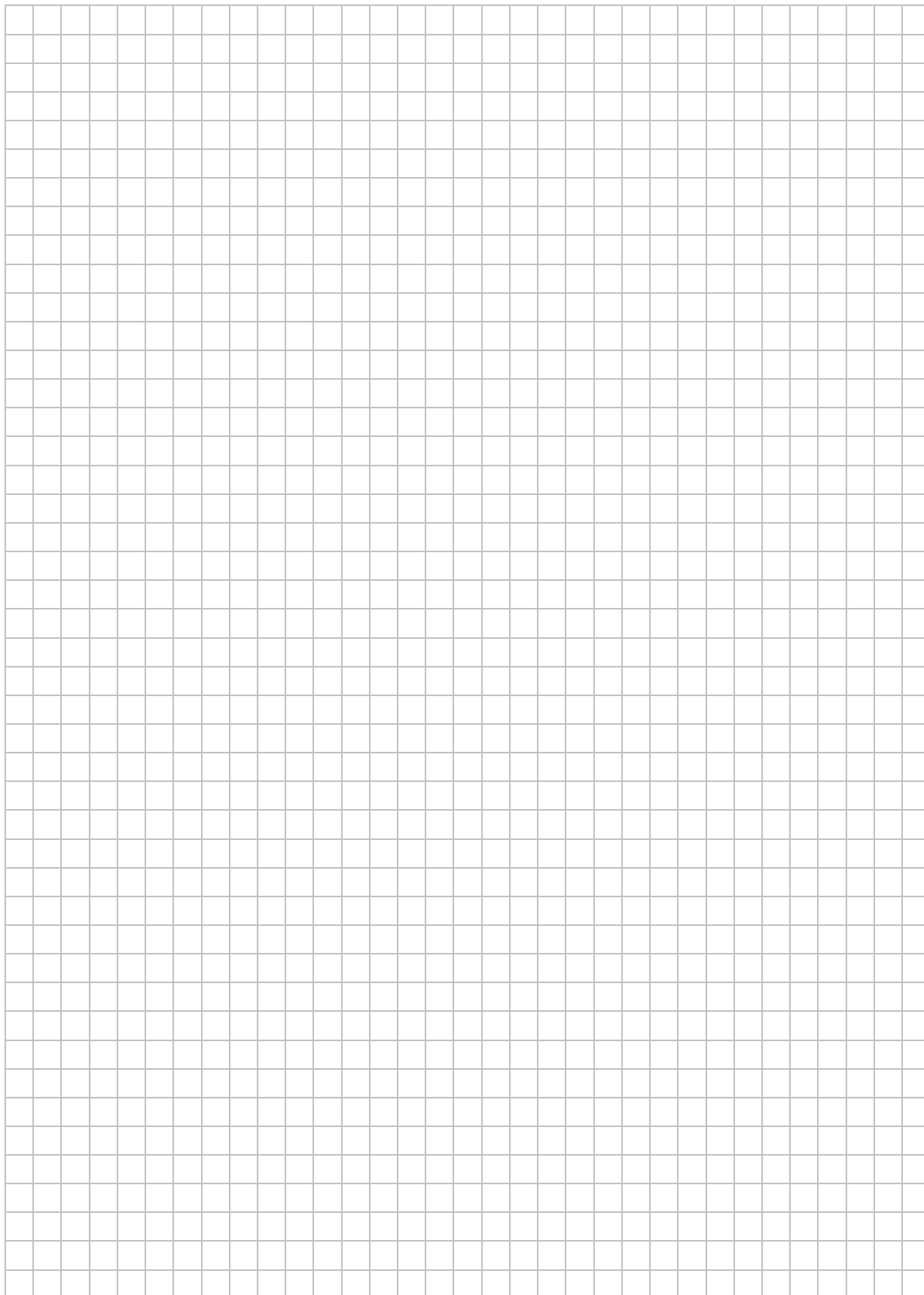
ZADANIE 6 (2 PKT)

Punkt  $M$  przyprostokątnej  $BC$  trójkąta prostokątnego  $ABC$  rzutowano na przeciwprostokątną  $AB$  otrzymując punkt  $N$ . Wykaż, że  $|\angle MAN| = |\angle MCN|$ .



## ZADANIE 7 (3 PKT)

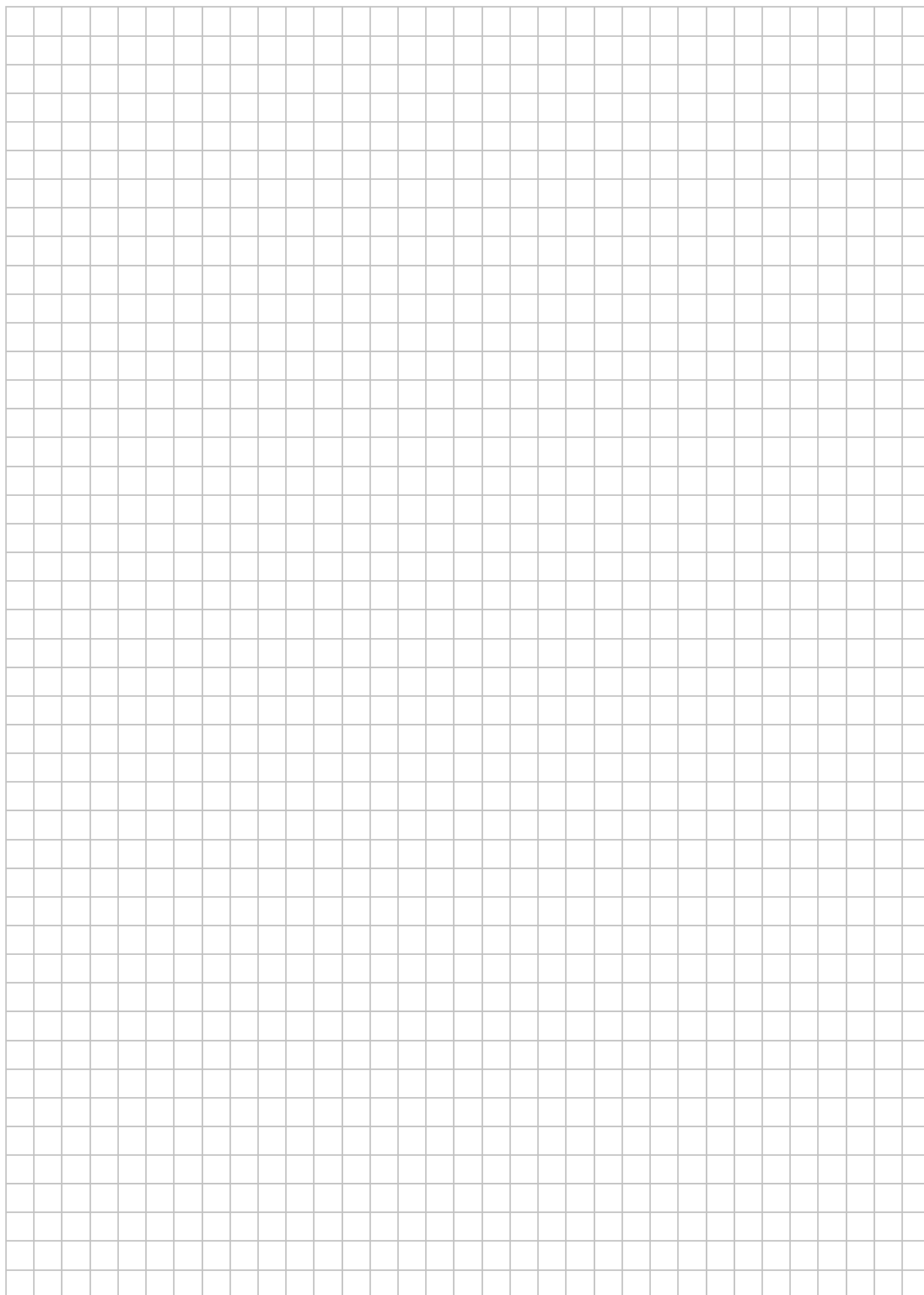
Dany jest nieskończony ciąg okręgów  $(o_n)$  o równaniach  $x^2 + y^2 = 3^{7-n}$ ,  $n \geq 1$ . Niech  $P_k$  będzie pierścieniem ograniczonym zewnętrznym okręgiem  $o_{2k-1}$  i wewnętrznym okręgiem  $o_{2k}$ . Oblicz sumę pól wszystkich pierścieni  $P_k$ , gdzie  $k \geq 1$ .



ZADANIE 8 (3 PKT)

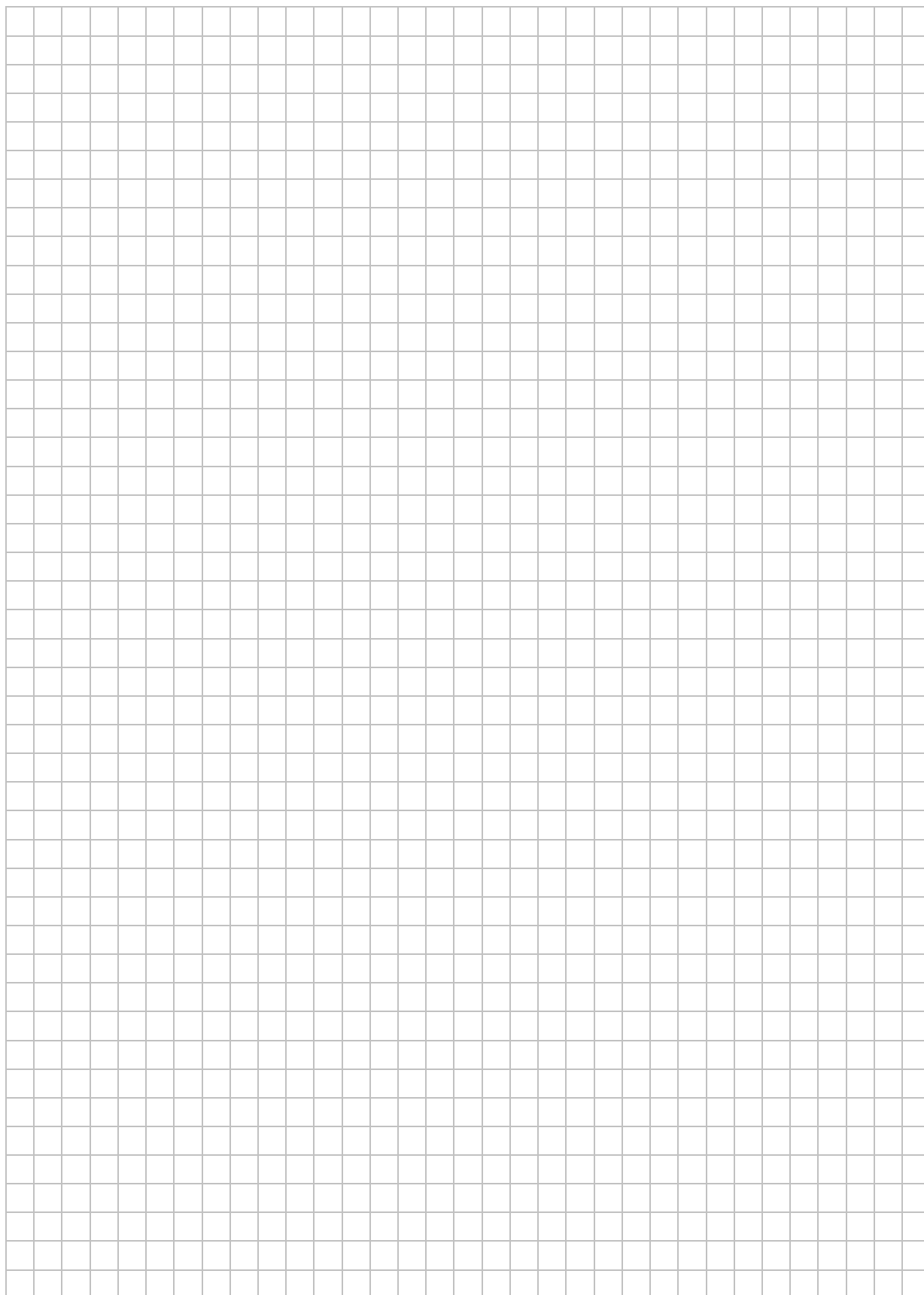
Udowodnij, że jeżeli  $\alpha + \beta + \gamma = \pi$ , to

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma = 1.$$



ZADANIE 9 (3 PKT)

Rozpatrujemy wszystkie liczby naturalne dziewięciocyfrowe, w zapisie których mogą występować wyłącznie cyfry 0, 1, 2 przy czym każda z cyfr występuje dokładnie trzy razy. Ile jest takich liczb?



ZADANIE 10 (3 PKT)

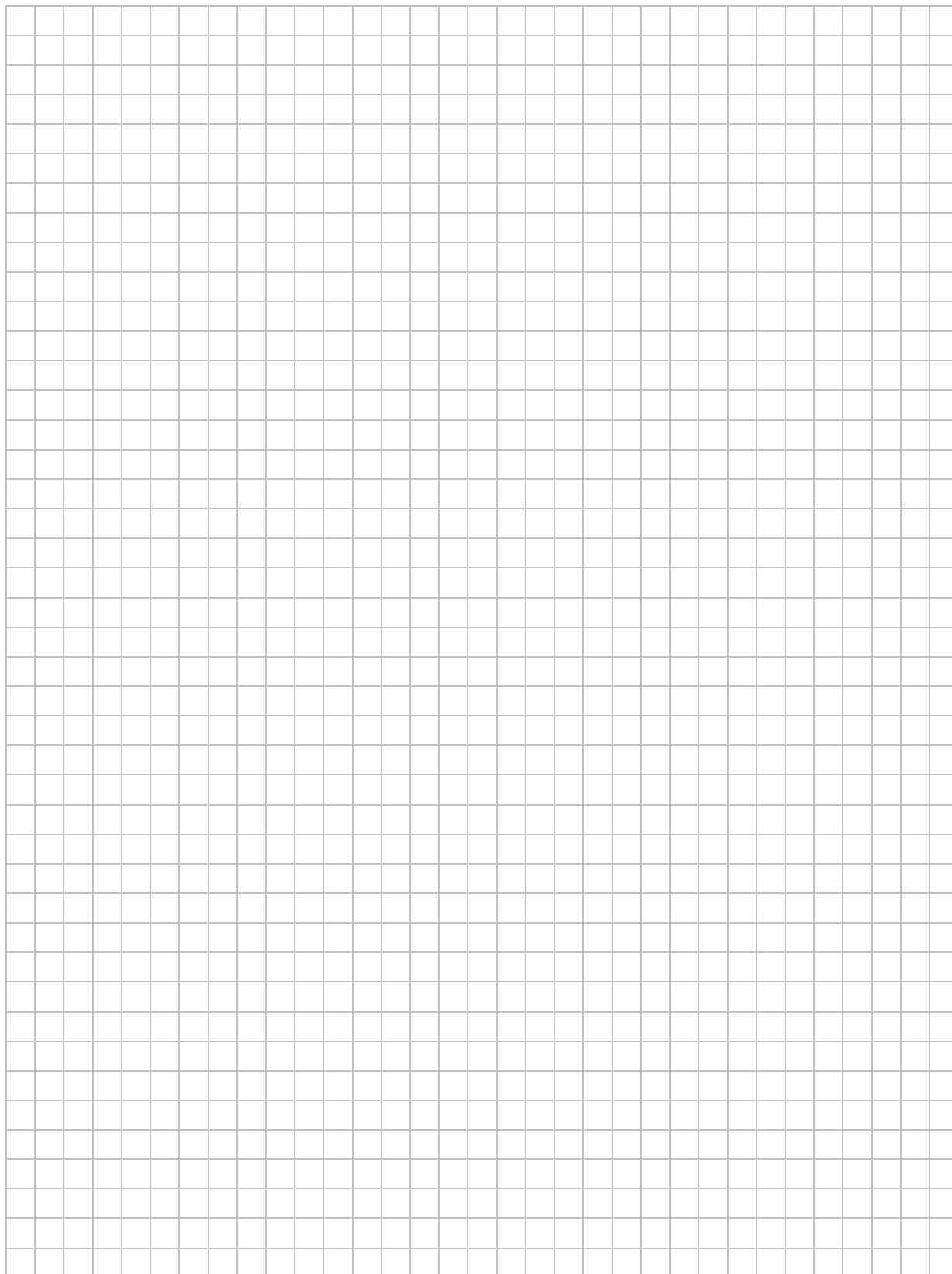
Liczby  $p$  i  $q$  są pierwiastkami równania  $x^2 - 47x + 1 = 0$ . Wykaż, że wartość wyrażenia  $\sqrt[4]{p} + \sqrt[4]{q}$  jest liczbą naturalną.





## ZADANIE 11 (3 PKT)

W pudełku znajdują się klocki o różnych kształtach i kolorach. Wiadomo, że prawdopodobieństwo wylosowania klocka, który ma kształt walca lub ma kolor czerwony jest równe 0,6. Prawdopodobieństwo, że losowo wybrany klocek czerwony jest walcem jest równe 0,25. Wiadomo też, że klocki czerwone stanowią 40% wszystkich klocków. Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrany klocek w kształcie walca jest czerwony?



ZADANIE 12 (3 PKT)

W trójkącie  $ABC$  długości boków  $AB$  i  $AC$  są odpowiednio równe 4 i 6. Punkt  $M$  jest środkiem odcinka  $BC$ , a długość środkowej  $AM$  trójkąta  $ABC$  jest równa 3. Oblicz długość boku  $BC$ .



ZADANIE 13 (4 PKT)

Dany jest malejący ciąg geometryczny  $(a, aq, aq^2)$ , którego wszystkie wyrazy i iloraz są liczbami całkowitymi niepodzielnymi przez 3. Jeśli najmniejszy wyraz ciągu zwiększymy o 18, to otrzymamy ciąg arytmetyczny. Oblicz wyraz  $aq$  tego ciągu.





## ZADANIE 15 (5 PKT)

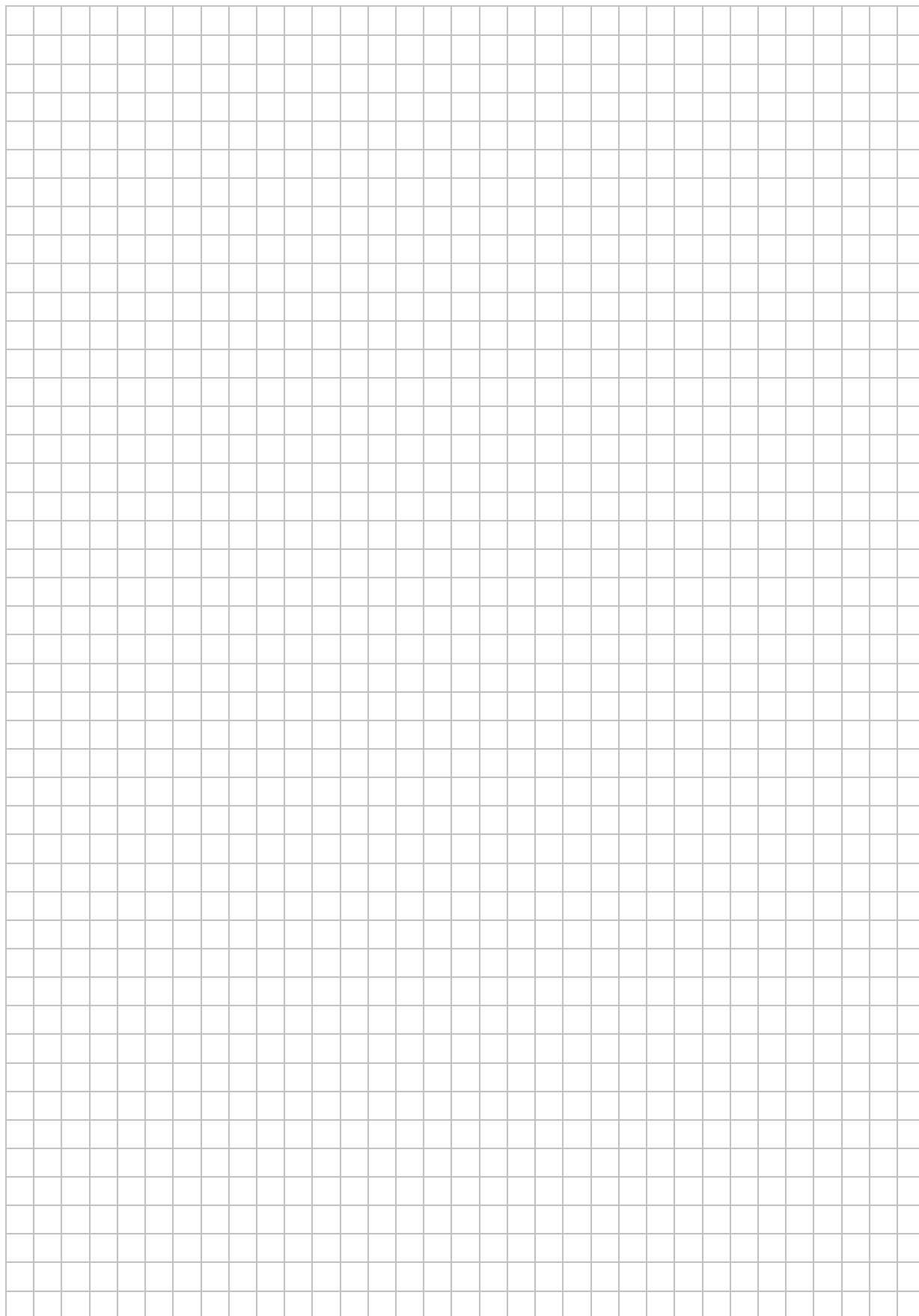
Funkcja  $f$  jest wielomianem stopnia 3, a jej wykres jest styczny do prostej  $y = \frac{9}{2}$  w punkcie o odciętej  $x = 2$  oraz jest styczny do prostej  $y = -\frac{9}{2}$  w punkcie o odciętej  $x = -1$ . Wyznacz wzór funkcji  $f$ .





ZADANIE 16 (5 PKT)

Z punktu  $A = \left(-\frac{9}{2}, \frac{9}{2}\right)$  poprowadzono styczne do okręgu  $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 50$ . Oblicz pole trójkąta  $ABC$ , gdzie  $BC$  jest odcinkiem łączącym punkty styczności.



ZADANIE 17 (7 PKT)

Rozpatrujemy wszystkie graniastosłupy prawidłowe czworokątne o polu powierzchni całkowitej  $P$ . Wyznacz wysokość i długość krawędzi podstawy tego graniastosłupa, którego objętość jest największa. Oblicz tę największą objętość.

