

**UZUPEŁNIA ZDAJĄCY**

**KOD**

--	--	--

**PESEL**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*miejsce  
na naklejkę*

**EGZAMIN MATURALNY  
Z MATEMATYKI  
POZIOM ROZSZERZONY**

DATA: **9 maja 2019 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**UZUPEŁNIA ZESPÓŁ  
NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- |                          |                                       |
|--------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | dostosowania<br>kryteriów oceniania   |
| <input type="checkbox"/> | nieprzenoszenia<br>zaznaczeń na kartę |

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 22 strony (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



MMA-R1\_1P-192

**NOWA FORMUŁA**

W każdym z zadań od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

### Zadanie 1. (0–1)

Dla dowolnych liczb  $x > 0$ ,  $x \neq 1$ ,  $y > 0$ ,  $y \neq 1$  wartość wyrażenia  $(\log_{\frac{1}{x}} y) \cdot (\log_{\frac{1}{y}} x)$  jest równa

- A.  $x \cdot y$                       B.  $\frac{1}{x \cdot y}$                       C.  $-1$                       D.  $1$

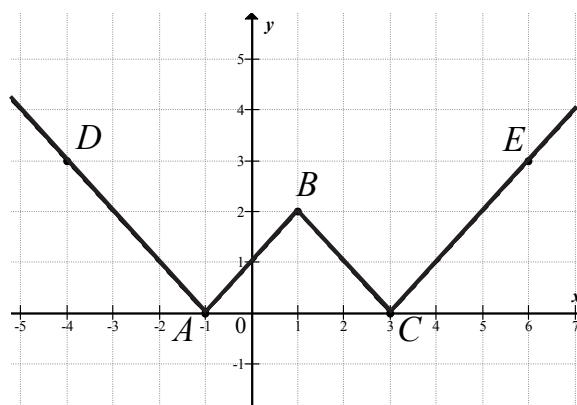
### Zadanie 2. (0–1)

Liczba  $\cos^2 105^\circ - \sin^2 105^\circ$  jest równa

- A.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$                       B.  $-\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

### Zadanie 3. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji  $y = f(x)$ , który jest złożony z dwóch półprostych  $AD$  i  $CE$  oraz dwóch odcinków  $AB$  i  $BC$ , gdzie  $A = (-1, 0)$ ,  $B = (1, 2)$ ,  $C = (3, 0)$ ,  $D = (-4, 3)$ ,  $E = (6, 3)$ .



Wzór funkcji  $f$  to

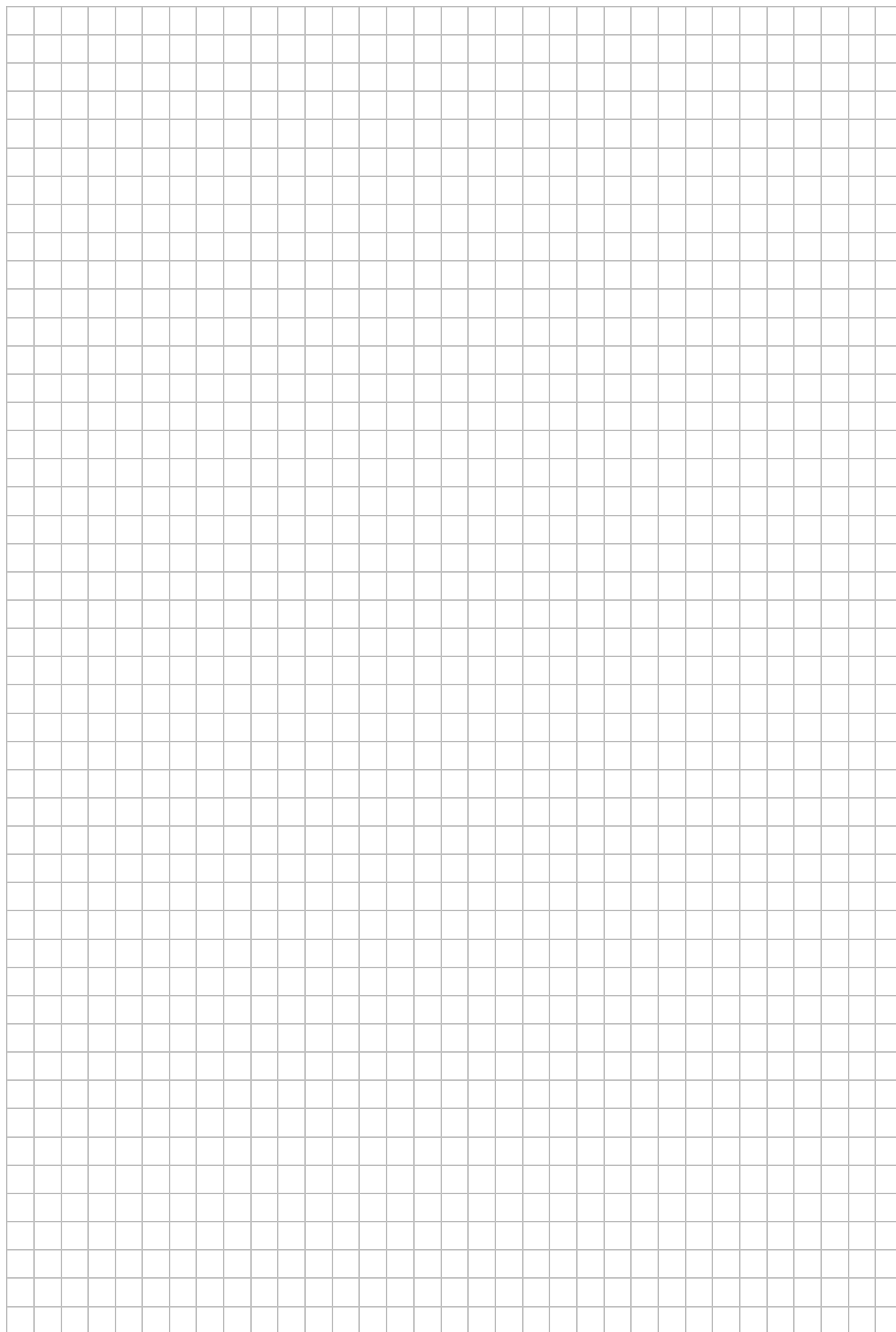
- A.  $f(x) = |x+1| + |x-1|$   
B.  $f(x) = ||x-1| - 2|$   
C.  $f(x) = ||x-1| + 2|$   
D.  $f(x) = |x-1| + 2$

### Zadanie 4. (0–1)

Zdarzenia losowe  $A$  i  $B$  zawarte w  $\Omega$  są takie, że prawdopodobieństwo  $P(B')$  zdarzenia  $B'$ , przeciwnego do zdarzenia  $B$ , jest równe  $\frac{1}{4}$ . Ponadto prawdopodobieństwo warunkowe  $P(A|B) = \frac{1}{5}$ . Wynika stąd, że

- A.  $P(A \cap B) = \frac{1}{20}$                       B.  $P(A \cap B) = \frac{4}{15}$                       C.  $P(A \cap B) = \frac{3}{20}$                       D.  $P(A \cap B) = \frac{4}{5}$

# BRUDNOPIS



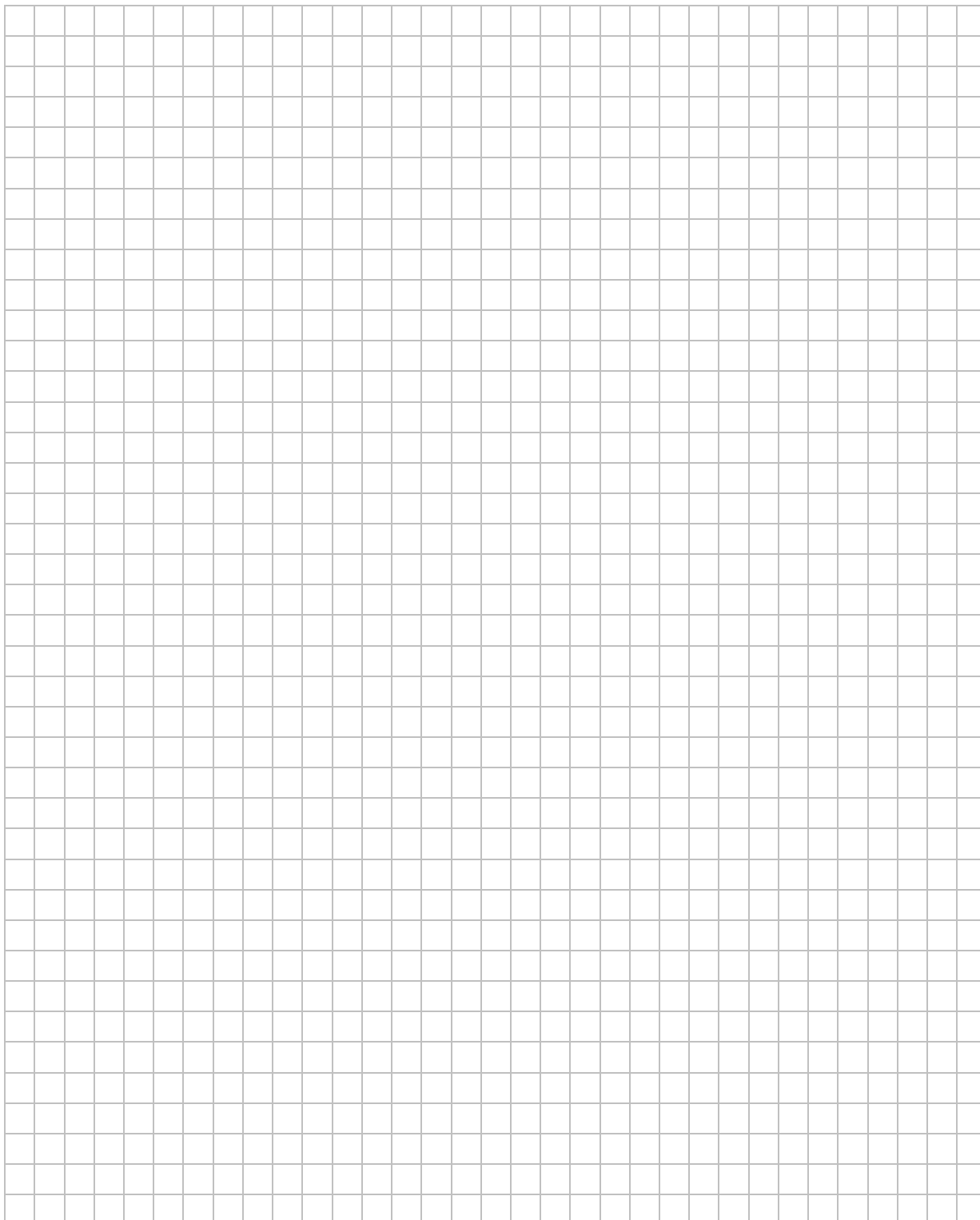
**Zadanie 5. (0–2)**

Oblicz granicę

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{9n^3 + 11n^2}{7n^3 + 5n^2 + 3n + 1} - \frac{n^2}{3n^2 + 1} \right)$$

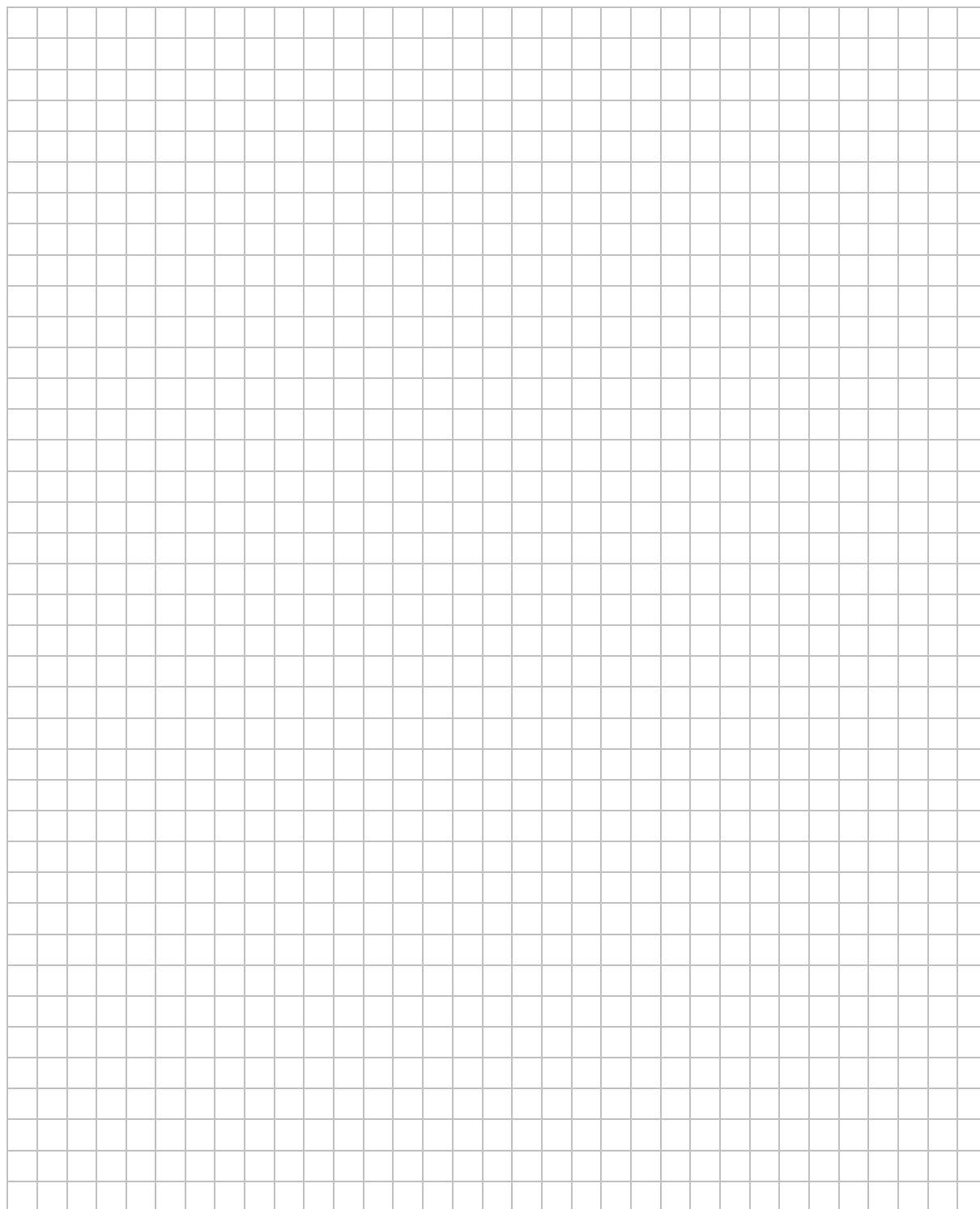
Wpisz w poniższe kratki – od lewej do prawej – trzy kolejne cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--



**Zadanie 6. (0–3)**

Rozważamy wszystkie liczby naturalne pięciocyfrowe zapisane przy użyciu cyfr 1, 3, 5, 7, 9, bez powtarzania jakiegokolwiek cyfry. Oblicz sumę wszystkich takich liczb.

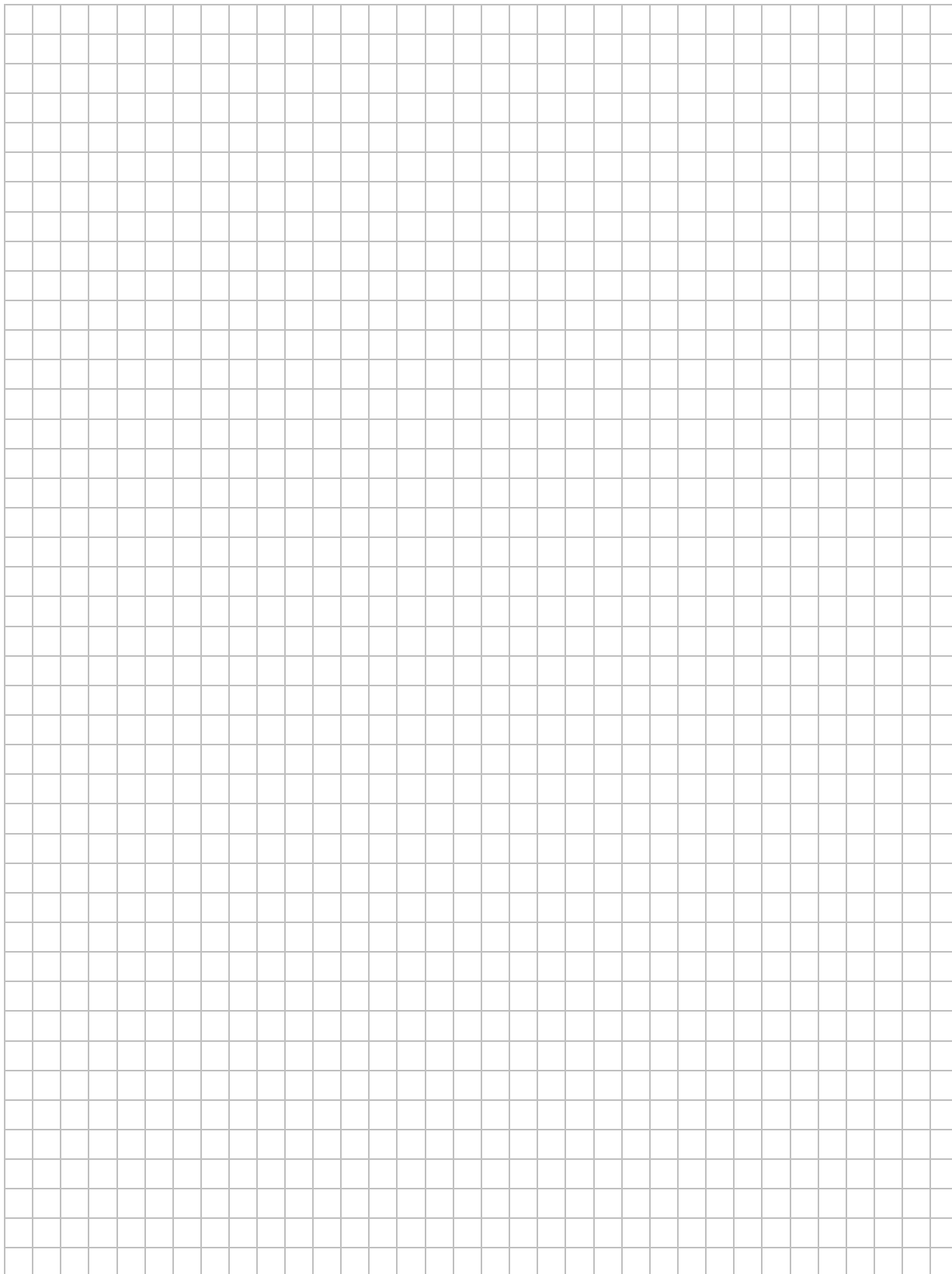


Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>5.</b>	<b>6.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>		

**Zadanie 7. (0–2)**

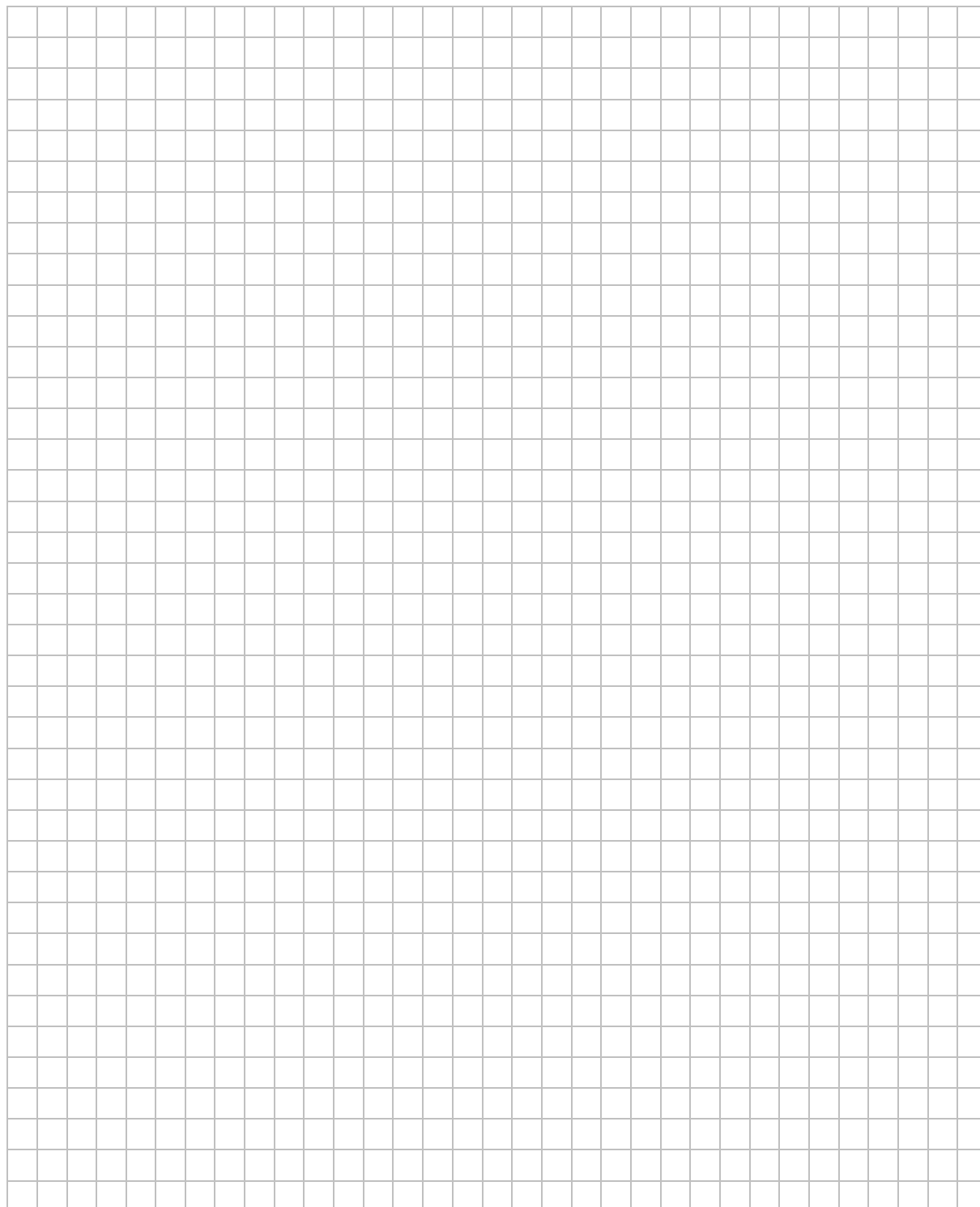
Punkt  $P = (10, 2429)$  leży na paraboli o równaniu  $y = 2x^2 + x + 2219$ . Prosta o równaniu kierunkowym  $y = ax + b$  jest styczna do tej paraboli w punkcie  $P$ . Oblicz współczynnik  $b$ .



Odpowiedź: .....

**Zadanie 8. (0–3)**

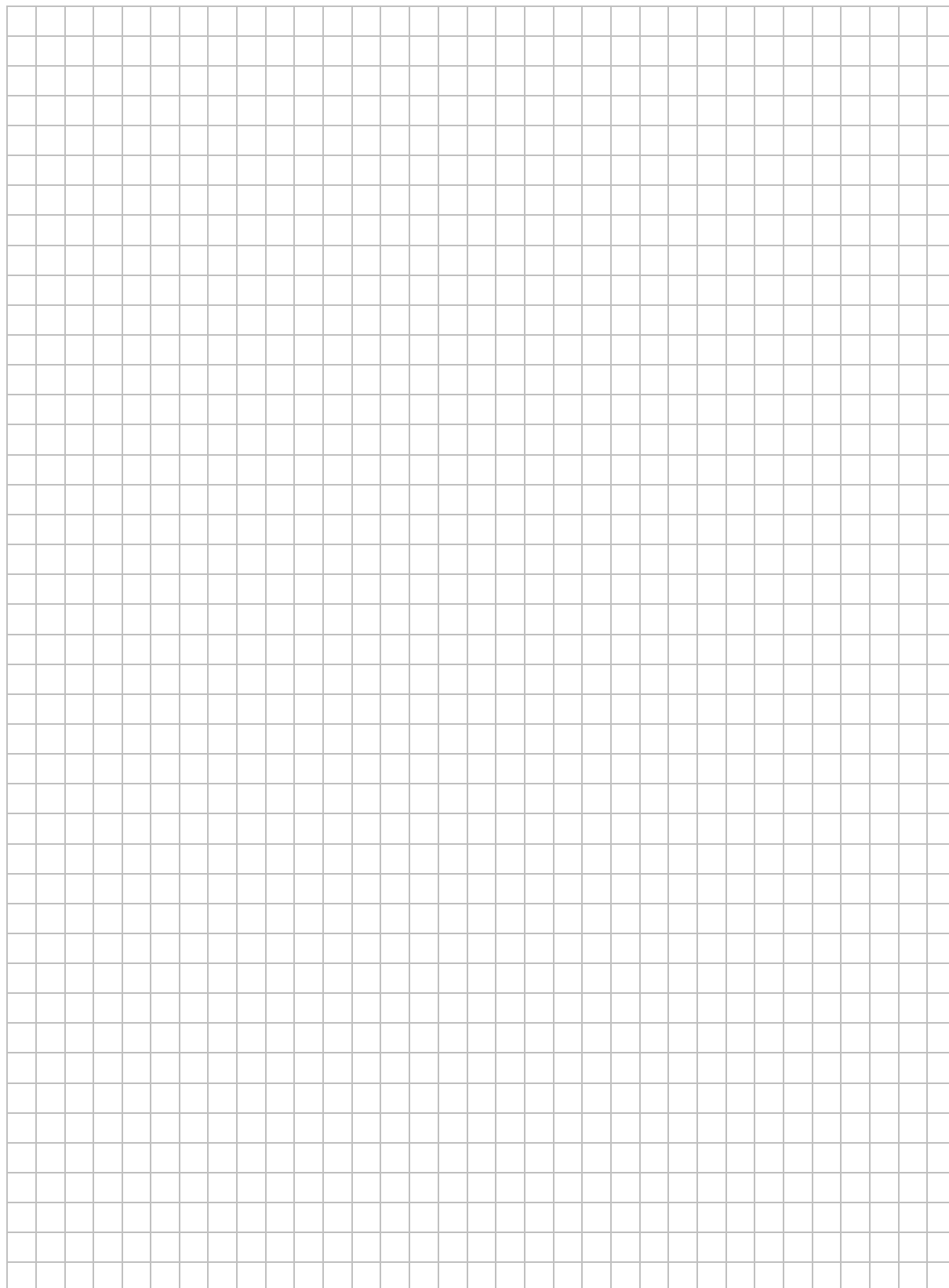
Udowodnij, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych  $x$  i  $y$ , takich że  $x < y$ , i dowolnej dodatniej liczby rzeczywistej  $a$ , prawdziwa jest nierówność  $\frac{x+a}{y+a} + \frac{y}{x} > 2$ .



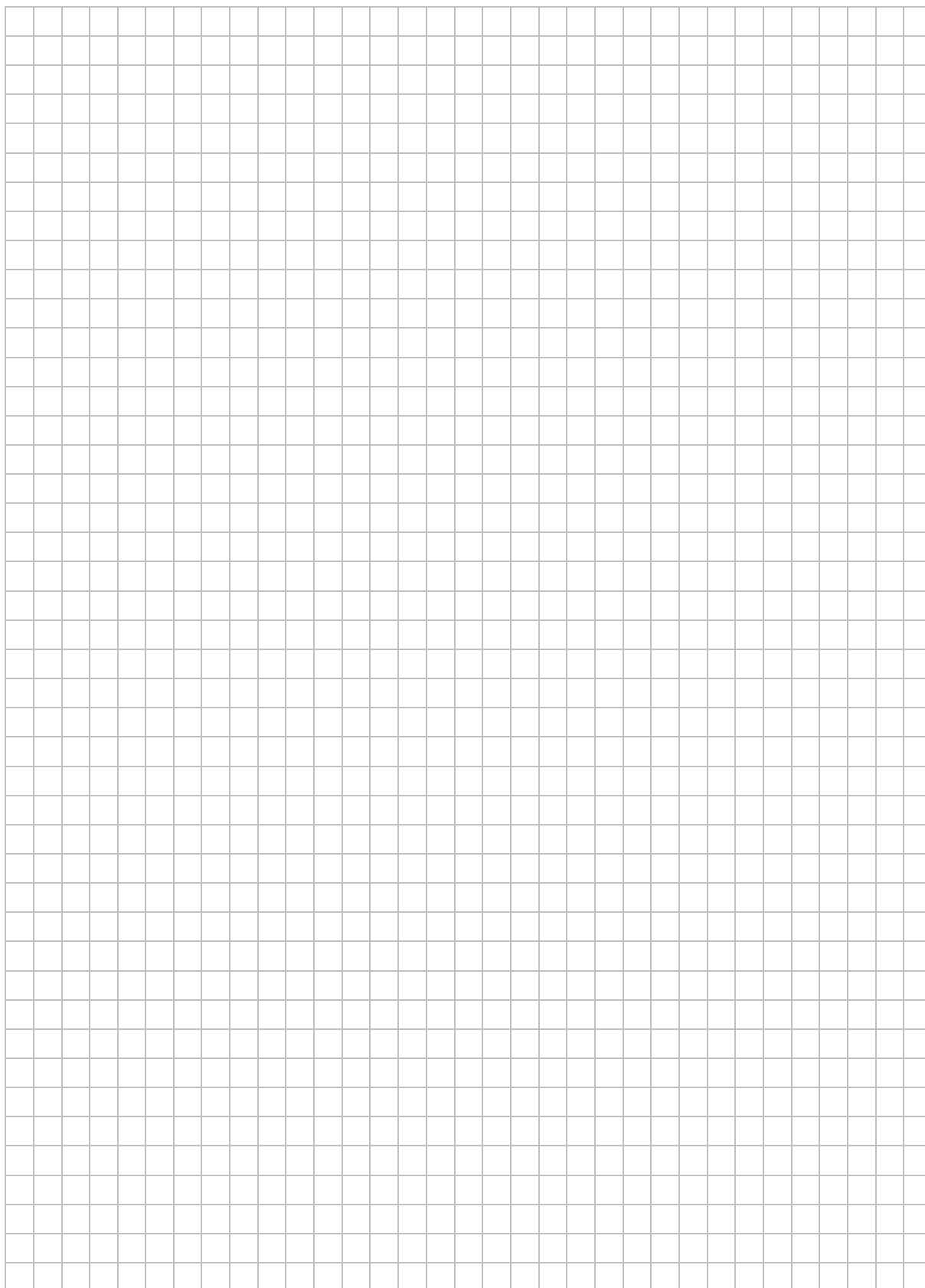
<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>7.</b>	<b>8.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>		

**Zadanie 9. (0–3)**

Dany jest trójkąt równoramienny  $ABC$ , w którym  $|AC|=|BC|$ . Na ramieniu  $AC$  tego trójkąta wybrano punkt  $M$  ( $M \neq A$  i  $M \neq C$ ), a na ramieniu  $BC$  wybrano punkt  $N$ , w taki sposób, że  $|AM|=|CN|$ . Przez punkty  $M$  i  $N$  poprowadzono proste prostopadłe do podstawy  $AB$  tego trójkąta, które wyznaczają na niej punkty  $S$  i  $T$ . Udowodnij, że  $|ST| = \frac{1}{2}|AB|$ .



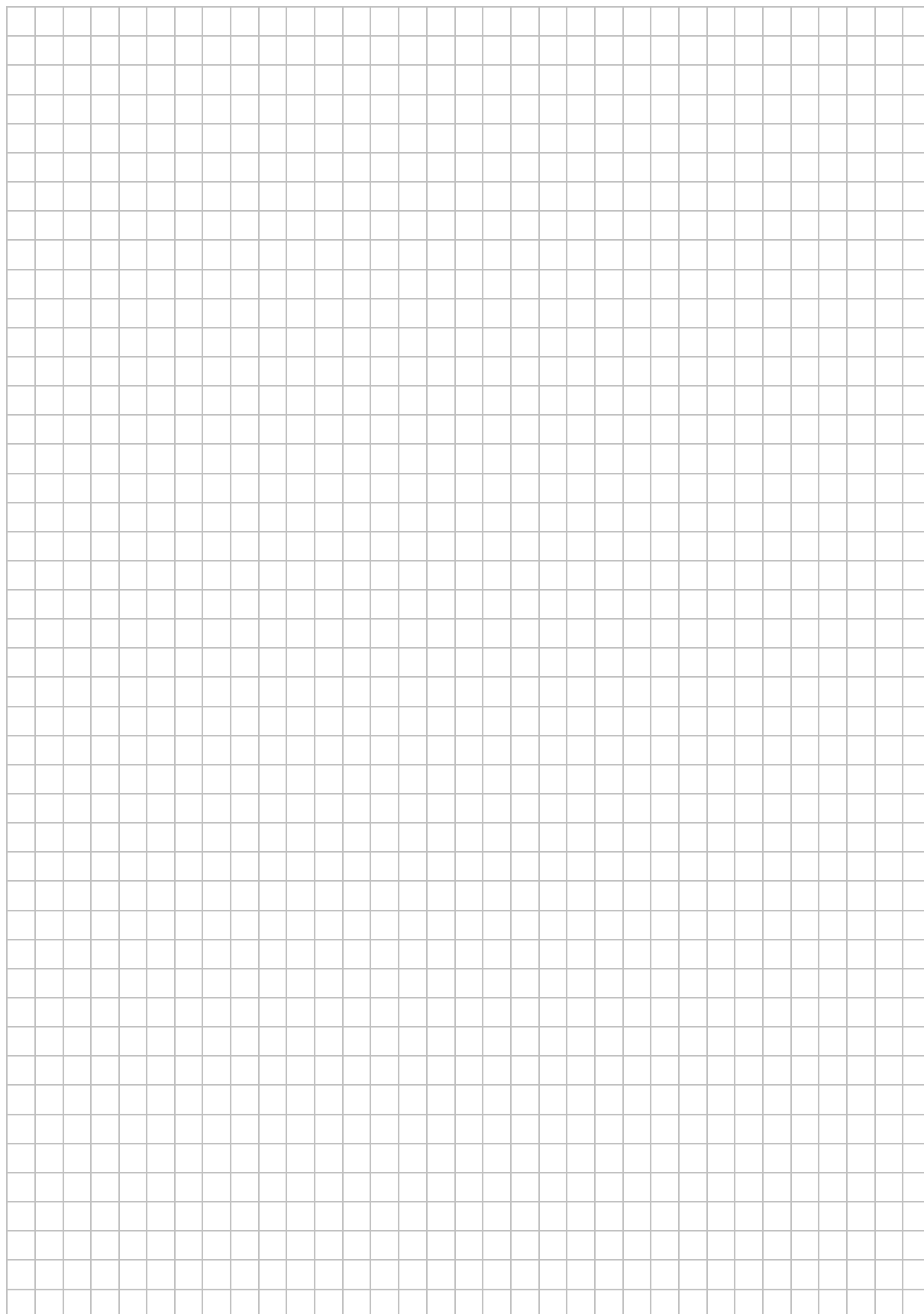


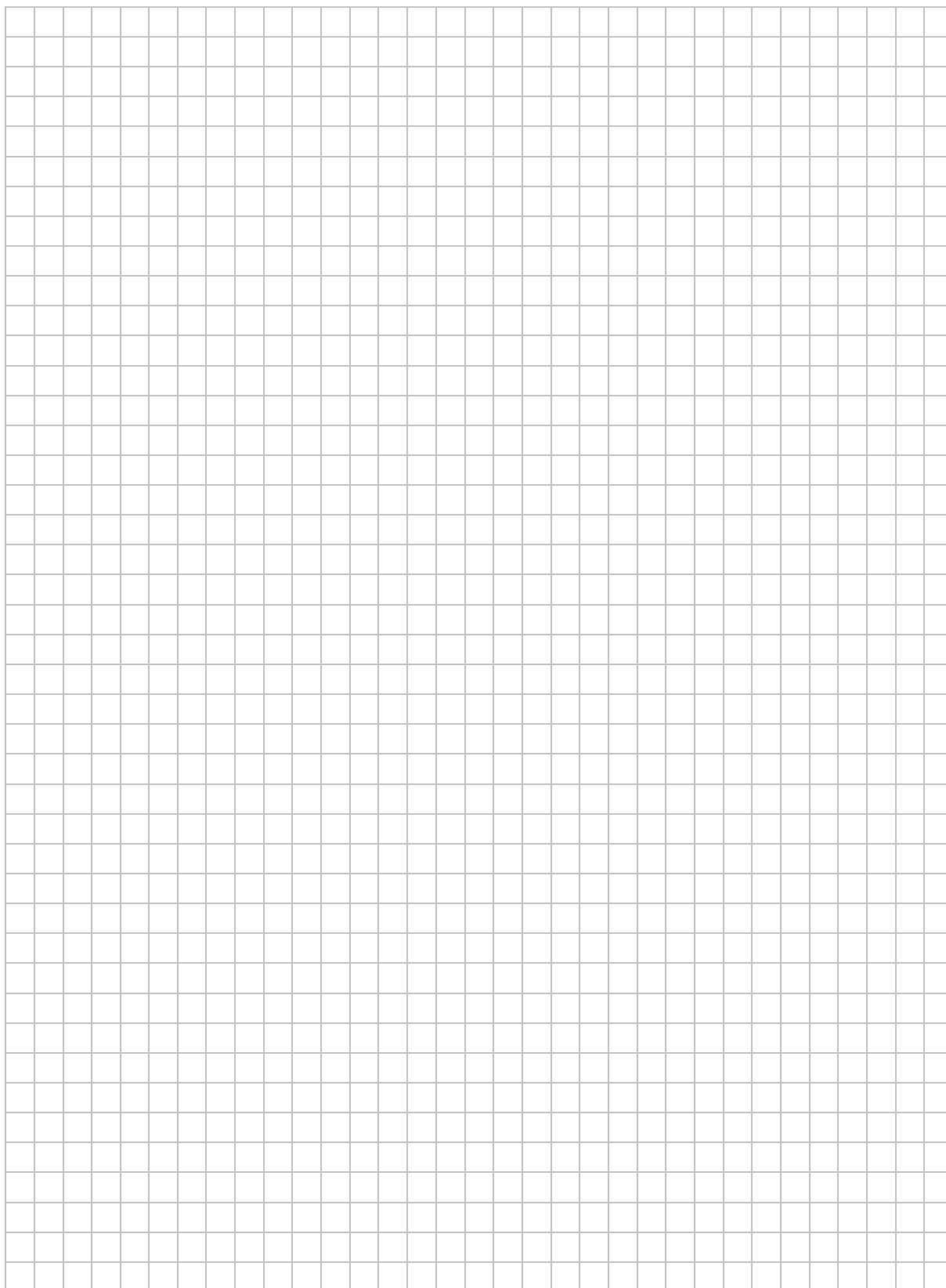


<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>9.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>3</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 10. (0–4)**

Punkt  $D$  leży na boku  $AB$  trójkąta  $ABC$  oraz  $|AC|=16$ ,  $|AD|=6$ ,  $|CD|=14$  i  $|BC|=|BD|$ .  
Oblicz obwód trójkąta  $ABC$ .



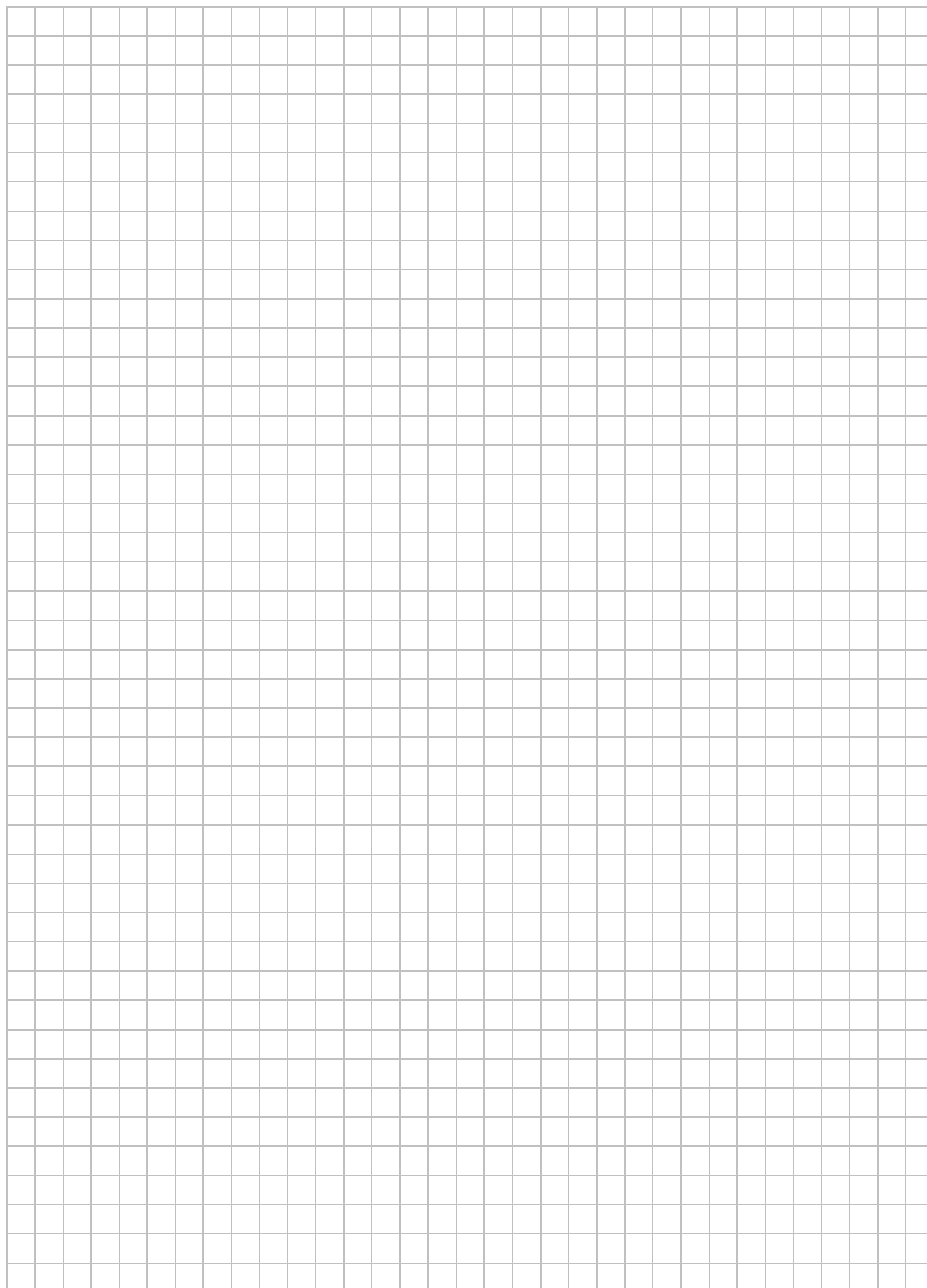


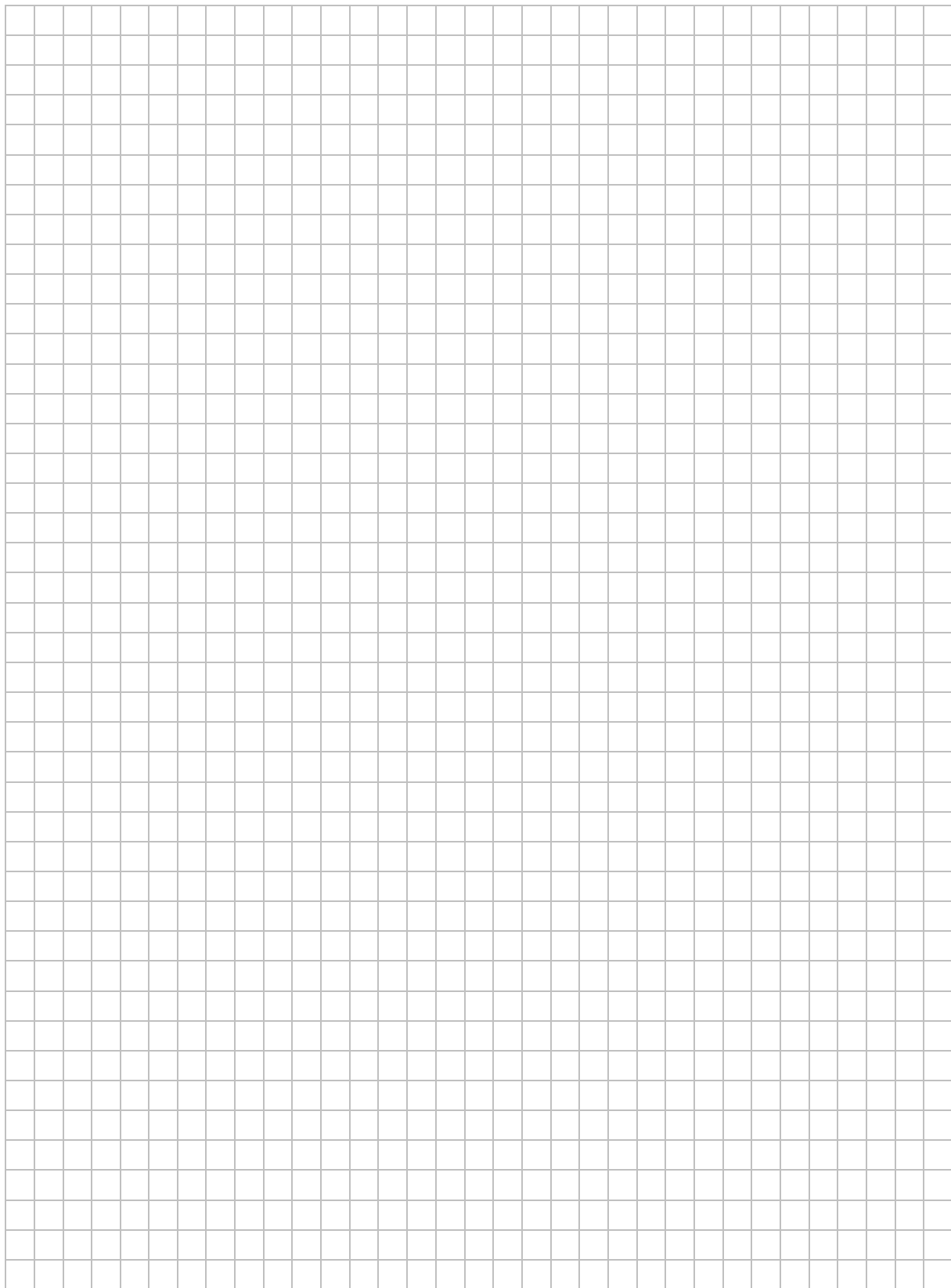
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>10.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 11. (0–6)**

Dane są okręgi o równaniach  $x^2 + y^2 - 12x - 8y + 43 = 0$  i  $x^2 + y^2 - 2ax + 4y + a^2 - 77 = 0$ .  
Wyznacz wszystkie wartości parametru  $a$ , dla których te okręgi mają dokładnie jeden punkt wspólny. Rozważ wszystkie przypadki.





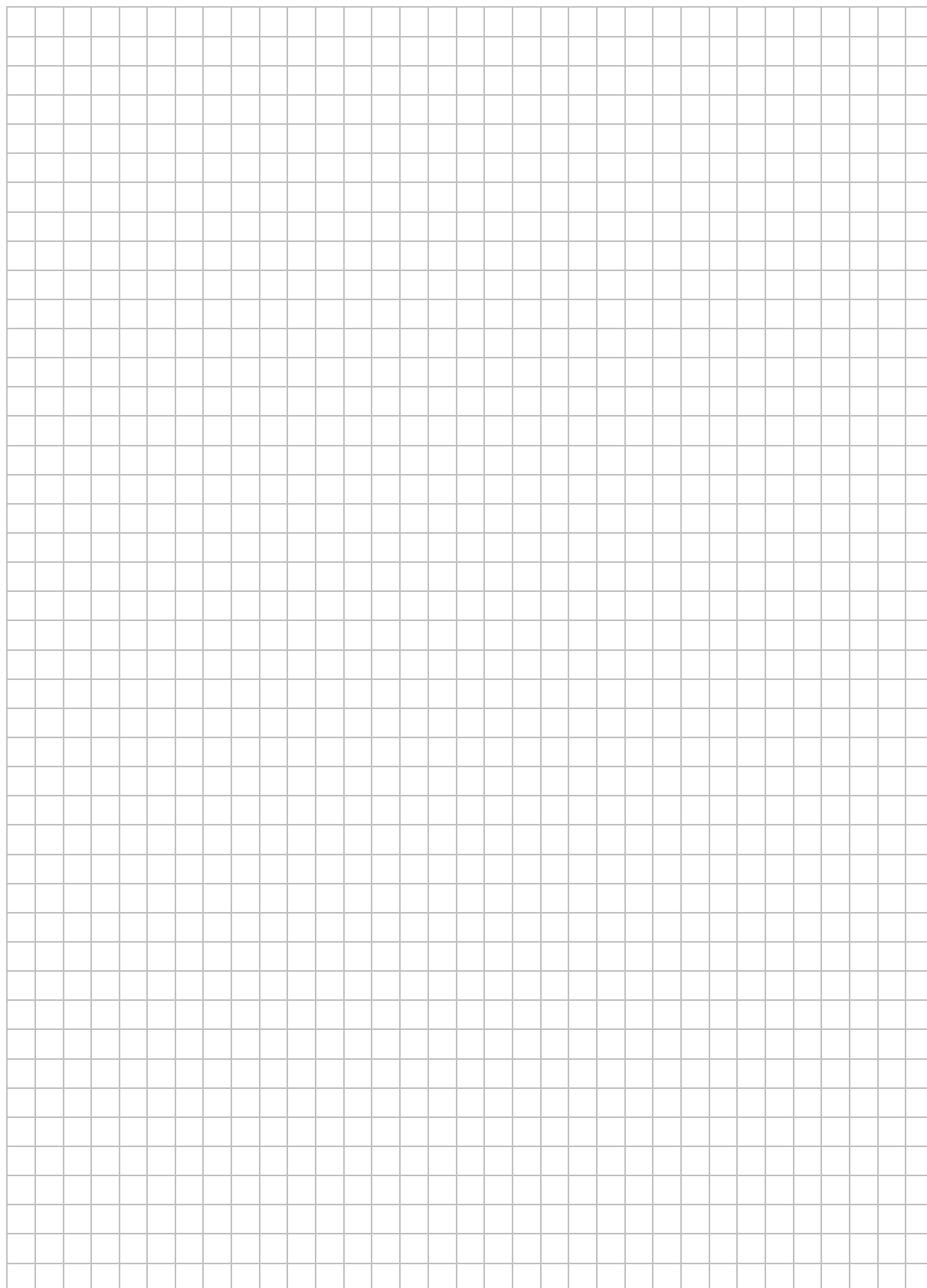
Odpowiedź: .....

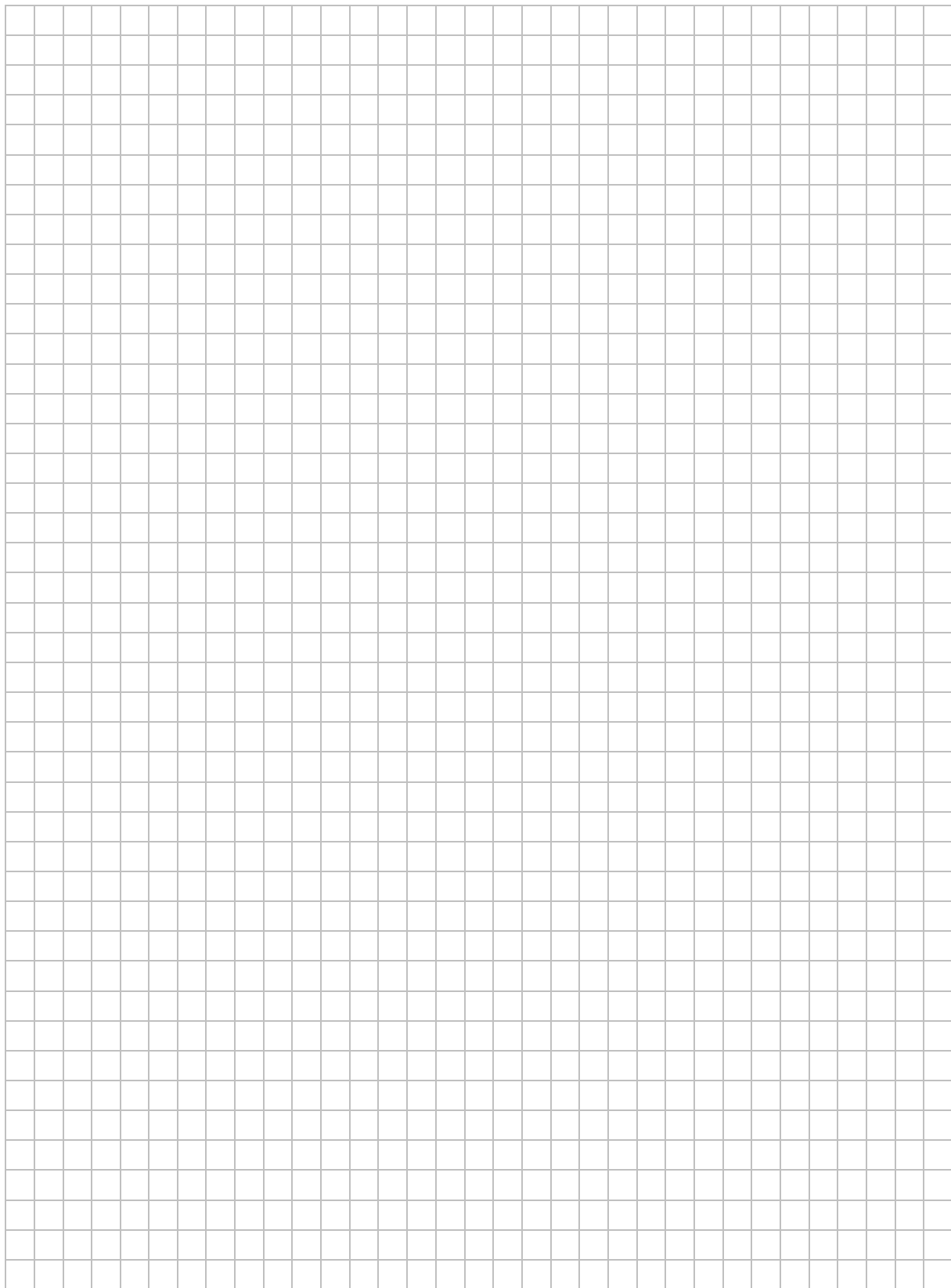
<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>11.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>6</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 12. (0–6)**

Trzywyrazowy ciąg  $(a, b, c)$  o wyrazach dodatnich jest arytmetyczny, natomiast ciąg

$\left(\frac{1}{a}, \frac{2}{3b}, \frac{1}{2a+2b+c}\right)$  jest geometryczny. Oblicz iloraz ciągu geometrycznego.



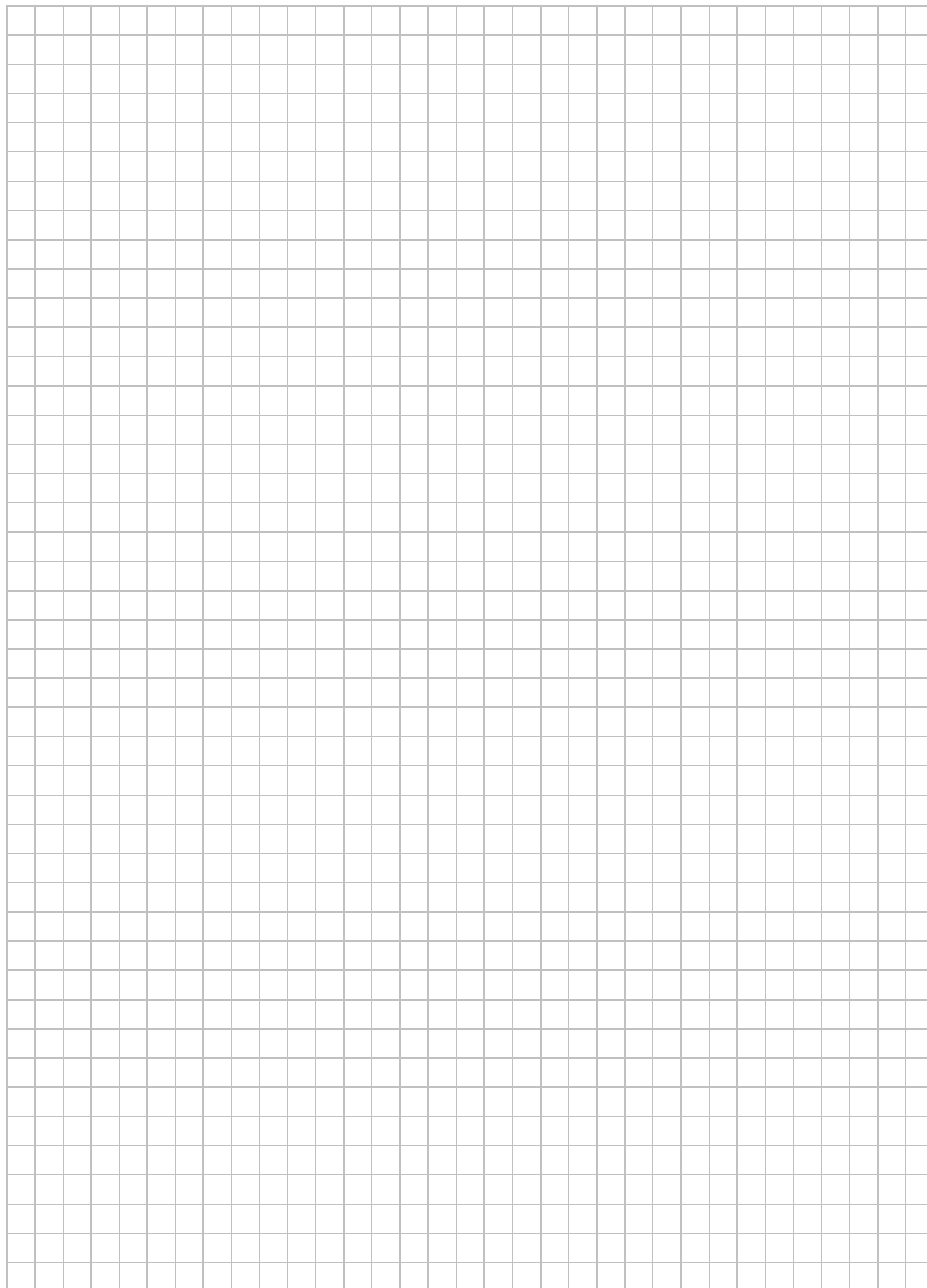


Odpowiedź: .....

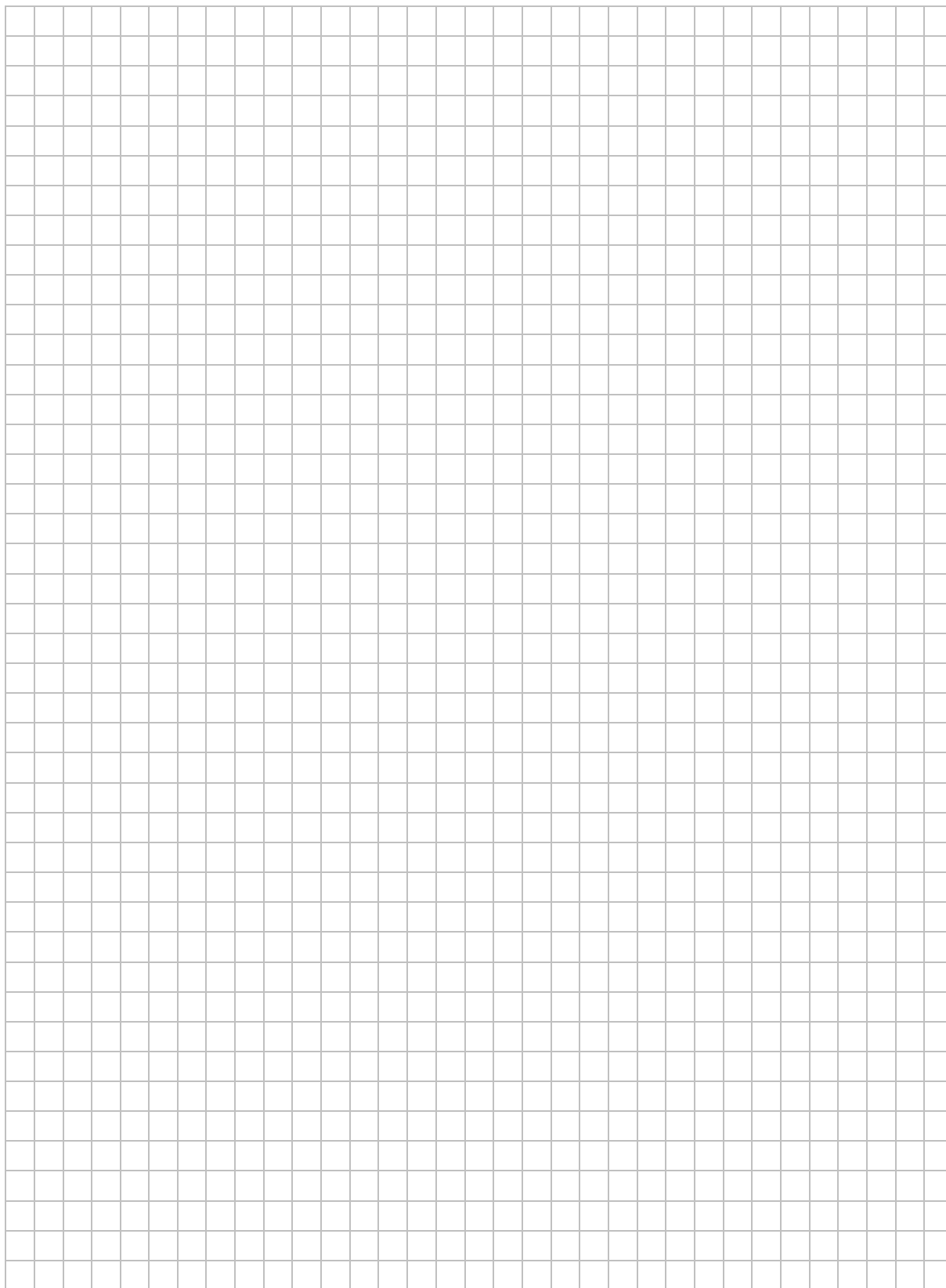
<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>12.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>6</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 13. (0–6)**

Wielomian określony wzorem  $W(x) = 2x^3 + (m^3 + 2)x^2 - 11x - 2(2m + 1)$  jest podzielny przez dwumian  $(x - 2)$  oraz przy dzieleniu przez dwumian  $(x + 1)$  daje resztę 6. Oblicz  $m$  i dla wyznaczonej wartości  $m$  rozwiąż nierówność  $W(x) \leq 0$ .





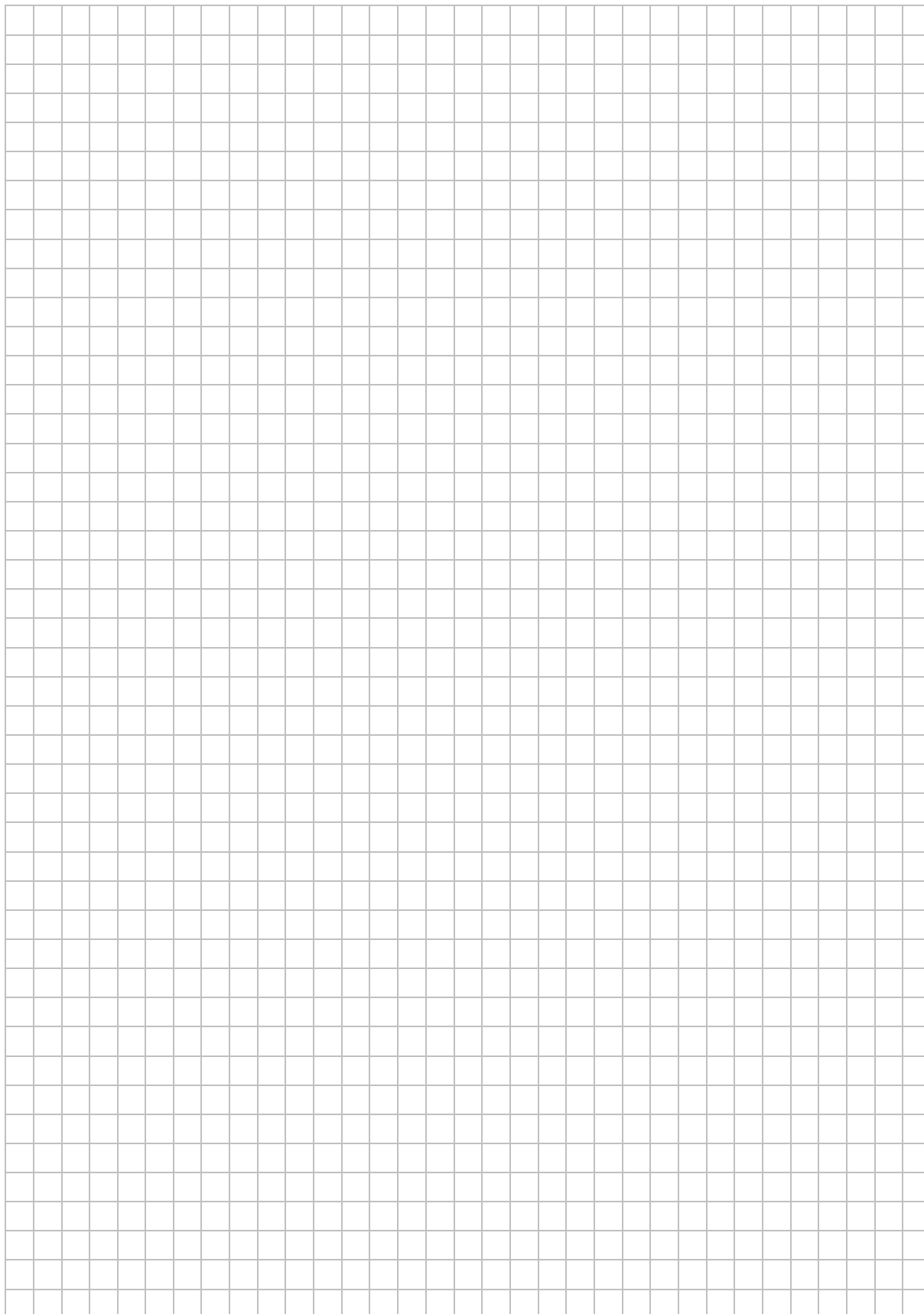


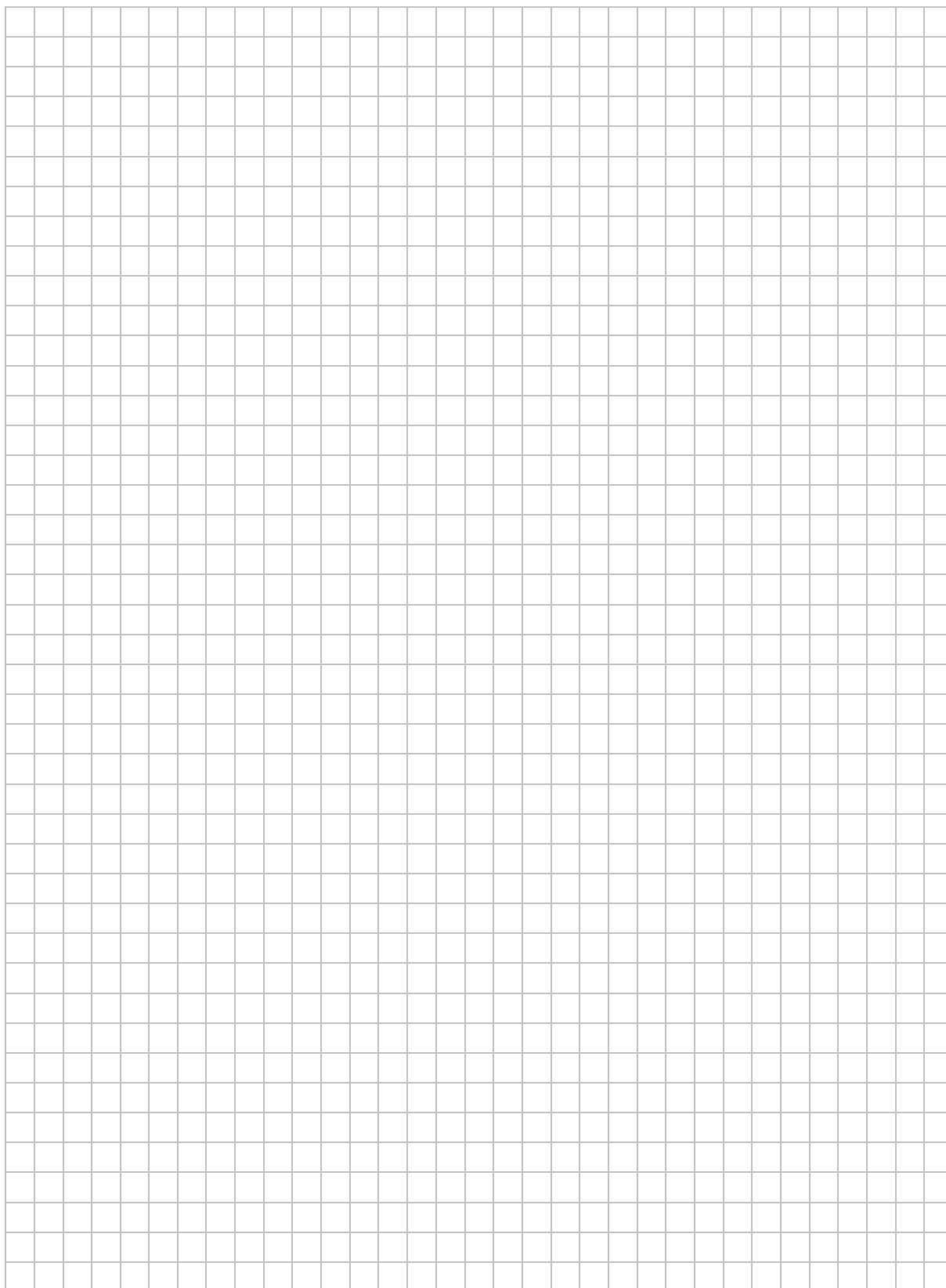
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>13.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>6</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 14. (0–4)**

Rozwiąż równanie  $(\cos x) \left[ \sin \left( x - \frac{\pi}{3} \right) + \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right) \right] = \frac{1}{2} \sin x$ .



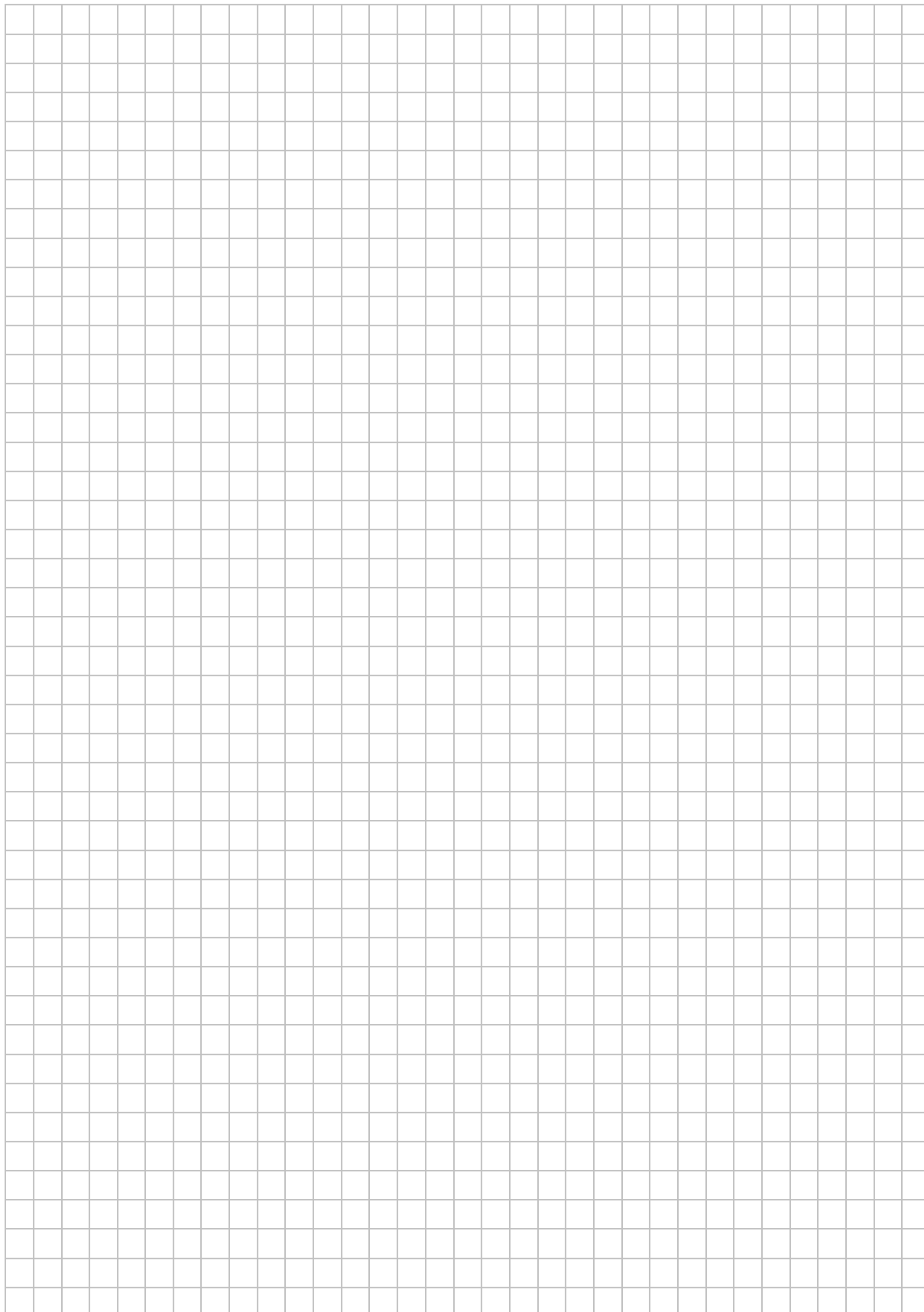


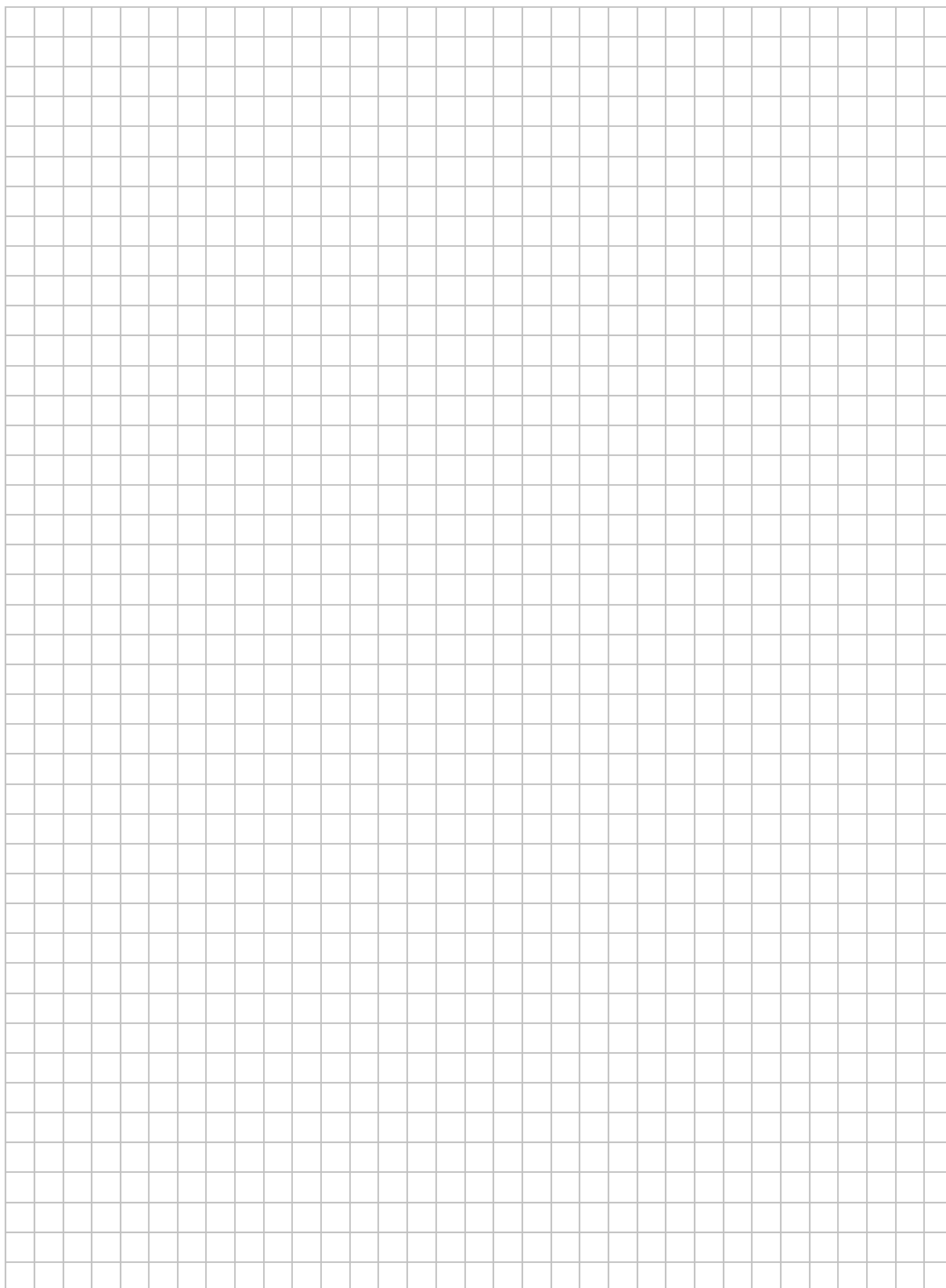
Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>14.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 15. (0–7)**

Rozważmy wszystkie graniastosłupy prawidłowe trójkątne o objętości  $V=2$ . Wyznacz długości krawędzi tego z rozważanych graniastosłupów, którego pole powierzchni całkowitej jest najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.





Odpowiedź: .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>15.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>7</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

# **BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**