PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

ZESTAW PRZYGOTOWANY PRZEZ SERWIS

WWW.ZADANIA.INFO

POZIOM ROZSZERZONY

25 KWIETNIA 2015

CZAS PRACY: 180 MINUT

Zadania zamknięte

ZADANIE 1 (1 PKT)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n) określony wzorem $a_n = \frac{2}{(\sqrt{3})^n}$ dla $n = 1, 2, 3, \ldots$. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa

A) $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$ C) $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$ D) $\frac{3}{\sqrt{3}-1}$

ZADANIE 2 (1 PKT)

Ile miejsc zerowych ma funkcja $f(x) = \frac{|x+3|}{x+3} - \frac{|x+2|}{x+2}$ określona dla wszystkich liczb rzeczywistych x takich, że $x \neq -3$ i $x \neq -2$?

A) 0 B) 1 C) 2 D) więcej niż 2

ZADANIE 3 (1 PKT)

Jacek i Karol rzucają śnieżkami do celu. Jacek trafia do celu średnio trzy razy na dziesięć rzutów, a Karol trafia do celu średnio raz na pięć rzutów. Prawdopodobieństwo, że cel zostanie trafiony dokładnie raz, jeżeli każdy z chłopców wykona po jednym rzucie jest równe

A) 0,06 B) 0,38 C) 0,56 D) 0,5

ZADANIE 4 (1 PKT)

Okrąg o równaniu $x^2 + 6x + y^2 - y + 9 = 0$ przekształcono w jednokładności o środku $(0, 0)$ i skali -2. Otrzymany okrąg ma równanie

A) $x^2 - 12x + y^2 + 2y + 36 = 0$
B) $x^2 + 12x + y^2 - 2y + 36 = 0$
C) $x^2 - 12x + y^2 + 2y + \frac{147}{4} = 0$
D) $x^2 - 6x + y^2 + y + \frac{33}{4} = 0$

ZADANIE 5 (1 PKT)

Liczba $\sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{7+4\sqrt{3}}$ jest równa

A) 16 B) $\sqrt{14}$ C) 4 D) $8\sqrt{3}$

ZADANIE 6 (2 PKT)

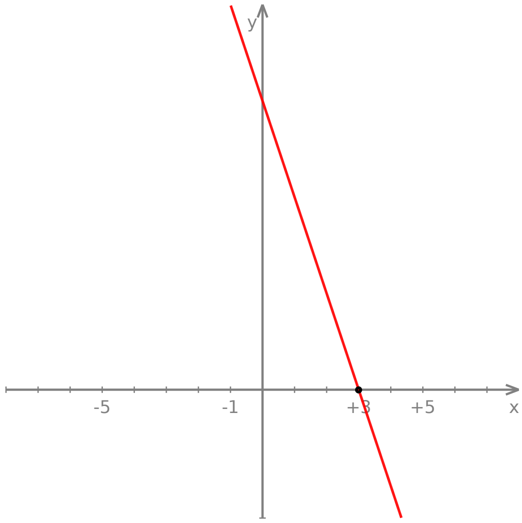
Uzasadnij, że $5^{\log_7 11} = 11^{\log_7 5}$.

ZADANIE 7 (2 PKT)

Dane są liczby a, b takie, że $a + b = 6$ i $ab = 5$. Oblicz $a^3b + ab^3$.

ZADANIE 8 (2 PKT)

Na poniższym wykresie przedstawiono wykres pochodnej $f'(x)$ funkcji kwadratowej $f(x)$. Wykaż, że $f(5) < f(2)$.



ZADANIE 9 (2 PKT)

Oblicz granicę $\lim\limits_{n\to+\infty}(\sqrt{n^2+4n}-n)$.

ZADANIE 10 (3 PKT)

Wykaż, że $\cos 140^\circ + \cos 100^\circ + \cos 20^\circ = 0$.

ZADANIE 11 (3 PKT)

W trójkącie ABC dane są: $\cos\measuredangle A = -\frac{8}{17}$, $\cos\measuredangle B = \frac{4}{5}$ i $|AB| = 24$. Oblicz długości pozostałych boków trójkąta ABC.

ZADANIE 12 (3 PKT)

Dany jest ciąg (a_n) określony rekurencyjnie

$$\begin{cases} a_1 = 14 \\ a_2 = 2 \\ a_{n+2} = \frac{1}{4}a_n \quad \text{dla } n \geqslant 1 \end{cases}$$

Oblicz sumę 18 początkowych wyrazów ciągu (a_n).

ZADANIE 13 (3 PKT)

Uzasadnij, że wielomian $W(x) = x^5 + 4x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 3^{120} = 0$ nie ma pierwiastków wymiernych.

ZADANIE 14 (4 PKT)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których prosta $y = mx + m$ jest styczna do wykresu funkcji $y = \frac{1}{x^3}$.

ZADANIE 15 (3 PKT)

Rzucamy raz sześcienną kostką do gry, a następnie rzucamy tyloma monetami, ile oczek wypadło na kostce. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że dokładnie na jednej z wyrzuconych monet jest reszka. Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

ZADANIE 16 (5 PKT)

Wyznacz wartość parametru m, dla której pole koła stycznego do boków AB i CD równoległoboku $ABCD$ o wierzchołkach $A = (5,-4)$, $B = (2,-8)$, $C = (m^3 + 15m, m^4 + 10m^2)$ jest najmniejsze możliwe. Oblicz to pole.

ZADANIE 17 (6 PKT)

Wykaż, że jeżeli promień okręgu opisanego na trójkącie równoramiennym jest dwa razy dłuższy od promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt, to trójkąt ten jest równoboczny.

ZADANIE 18 (7 PKT)

W kulę o promieniu długości R wpisano stożek o maksymalnej objętości. Oblicz objętość tego stożka.